WEBVTT

00:00:10.153 --> 00:00:11.113
안녕하세요?

00:00:11.213 --> 00:00:16.012
수포자를 위한 수학 기초 특강,
이제 27강을 배우게 되었습니다.

00:00:16.112 --> 00:00:19.081
27강에서는 유리식이라는
것을 배우고요.

00:00:19.181 --> 00:00:22.939
유리식을 이용해서 유리함수를
정의하게 됩니다.

00:00:23.039 --> 00:00:28.048
이렇게 유리함수를 보게 되면
우리가 다루던 함수의 종류를

00:00:28.148 --> 00:00:32.539
좀 더 확장해서 더 다양한 상황을
함수로 나타내줄 수가 있게 돼요.

00:00:32.639 --> 00:00:35.859
유리함수에서 가장 중요한
것은 뭐냐면요.

00:00:35.959 --> 00:00:39.933
이 유리함수가 무엇인지를 배운
다음에 유리함수의 그래프를

00:00:40.033 --> 00:00:41.736
제대로 그려주는 거예요.

00:00:41.836 --> 00:00:46.153
정말 요즘에 그 수학, 이게 이제
2009 개정 교육과정에서는

00:00:46.253 --> 00:00:50.741
수학 2 내용이었는데 그
수학 2에서 수능이 나올 때

00:00:50.841 --> 00:00:54.232
유리함수와 뒤에 나오게 되는
무리함수 그래프를 응용해서

00:00:54.332 --> 00:00:57.121
다양한 성질을 물어보는
문제들이 많이 있었고요.

00:00:57.221 --> 00:01:00.081
이 유리함수, 무리함수
문제가 결국은 대부분이 다

00:01:00.181 --> 00:01:01.612
그래프로 해결이 됩니다.

00:01:01.712 --> 00:01:05.652

그래서 오늘 저와 함께 공부를
하면서 내가 유리함수의 그래프,

00:01:05.752 --> 00:01:09.274
어떠한 식으로 주어지든지
간에 그래프를 그릴 수 있게

00:01:09.374 --> 00:01:12.093
그리는 연습을 많이
해봐야지라는 걸 목표로 잡고

00:01:12.193 --> 00:01:13.640
보시면 좋을 것 같아요.

00:01:13.740 --> 00:01:17.670
그러면 일단 유리함수라는 것을
정의하기 위해서 우리가 정식으로

00:01:17.770 --> 00:01:20.667
유리식이라는 것을 본
적이 없거든요.

00:01:20.767 --> 00:01:23.115
그래서 유리식부터 보고
넘어가도록 하겠습니다.

00:01:23.215 --> 00:01:28.196
유리수는 정수 분의 정수로
나타낼 수 있는 그런 수였어요.

00:01:28.296 --> 00:01:32.945
유리식은 마치 식에서 정수의
역할을 하는 것이 다항식이죠.

00:01:33.045 --> 00:01:37.015
그래서 두 다항식 A, B에
대해서 B분의 A의 형태로

00:01:37.115 --> 00:01:38.874
나타내어지는 식입니다.

00:01:38.974 --> 00:01:41.312
이때 B가 항등적으로
0이면 안 돼요.

00:01:41.412 --> 00:01:43.782
그러니까 0이라는
식도 사실 다항식인데

00:01:43.882 --> 00:01:48.906
그 0이라는 것은 당연히 분모로
들어오게 될 수는 없겠죠.

00:01:49.006 --> 00:01:52.283
그런데 뭐 부분적으로 x의
값에 따라서 0이 되는 것은

00:01:52.383 --> 00:01:53.540
들어올 수는 있어요.

00:01:53.640 --> 00:01:56.847

예를 들어서 x-1,
x가 1일 때 0이죠.

00:01:56.947 --> 00:02:00.055
그런 게 분모로 들어오는
것은 가능합니다.

00:02:00.155 --> 00:02:03.906
그래서 유리식은 B분의 A의 형태.

00:02:04.006 --> 00:02:06.874
다항식 분의 다항식의
형태로 나타내어지는데.

00:02:06.974 --> 00:02:10.335
우리 유리수에서도 정수
분의 정수의 형태로 쓸 때

00:02:10.435 --> 00:02:14.529
1분의 5, 2분의 4
이런 거 다 유리수였어요.

00:02:14.629 --> 00:02:17.943
그런데 그거는 1분의 5나 2분의
4나 약분을 해놓고 보면

00:02:18.043 --> 00:02:19.425
결국은 정수와 같죠.

00:02:19.525 --> 00:02:25.342
마찬가지로 유리식도 분모가 상수가
되거나 이제 다 약분을 시켰을 때

00:02:25.442 --> 00:02:29.520
그렇게 나와서 결국은 다항식의 형태로
정리가 된다면 다항식이 되고요.

00:02:29.620 --> 00:02:32.531
아무리 약분을 해도 분모가
상수가 아닌 다항식으로

00:02:32.631 --> 00:02:35.971
나오게 된다고 한다면
분수식이라고 부르게 됩니다.

00:02:36.071 --> 00:02:40.589
유리식으로 사칙연산하는 것은
유리수로 사칙연산하던 거랑

00:02:40.689 --> 00:02:42.314
기본적으로 원리가 똑같아요.

00:02:42.414 --> 00:02:45.070
분자, 분모에 똑같은
식 곱해도 되고요.

00:02:45.170 --> 00:02:47.272
똑같은 식을 나누어도 됩니다.

00:02:47.372 --> 00:02:50.161
똑같은 식을 곱하는 거는

언제 활용하게 될까요?

00:02:50.261 --> 00:02:52.538
통분할 때 활용을 하게 될 거고요.

00:02:52.638 --> 00:02:56.037
우리가 분수의 덧셈을 하려고
할 때 통분해서 계산하려고

00:02:56.137 --> 00:02:57.655
계산을 했어야 됐었죠.

00:02:57.755 --> 00:02:59.871
분모를 맞춰서 계산을 해야 되죠.

00:02:59.971 --> 00:03:02.231
그러려면 통분이라는 걸 해야 되는데

00:03:02.331 --> 00:03:07.331
통분할 때 분자, 분모에 똑같은 식을
곱해도 식에는 변함이 없다는 거.

00:03:07.431 --> 00:03:12.023
그리고 나누어도 식은 그 B의
값은 그대로 유지가 된다.

00:03:12.123 --> 00:03:14.860
얘는 약분할 때 사용하는 것이었죠.

00:03:14.960 --> 00:03:17.462
통분, 약분에 사용할
수 있는 성질이고요.

00:03:17.562 --> 00:03:21.611
그래서 기본적으로 덧셈할 때는
반드시 분모가 똑같은 상황에서

00:03:21.711 --> 00:03:23.048
계산을 하게 돼요.

00:03:23.148 --> 00:03:26.218
D분의 A+C분의 B
-D분의 C라는 것을 한다.

00:03:26.318 --> 00:03:30.158
더하고 빼는 계산에서는 분모를
똑같이 이렇게 맞춘 상황에서

00:03:30.258 --> 00:03:32.829
계산을 해줘야 되기
때문에 통분을 해주고

00:03:32.929 --> 00:03:35.650
나중에 결과를 약분해서
나타내주게 됩니다.

00:03:35.750 --> 00:03:37.871
곱하는 거 나누는 거는 쉬웠죠.

00:03:37.971 --> 00:03:42.113
분수에서도 분모끼리 곱하고

분자끼리 곱하면 되는 것이고.

00:03:42.213 --> 00:03:47.951
나누는 것을 역수를 이제 반대로
분자, 분모를 바꿔준 것을

00:03:48.051 --> 00:03:50.548
곱함으로써 계산을
해줄 수가 있었는데.

00:03:50.648 --> 00:03:53.303
유리식에서도 동일하게
계산을 하게 됩니다.

00:03:53.403 --> 00:03:55.976
그러면 이런 문제는 안 나와요.

00:03:56.076 --> 00:04:00.839
안 나오지만, 연습 삼아서 약분하는 거
이제 어떤 문제가 그럼 나오느냐.

00:04:00.939 --> 00:04:03.846
식을 가지고 계산하는, 조금
이따가 나오는 식의 형태를

00:04:03.946 --> 00:04:05.205
좀 보여드리게 될 거고요.

00:04:05.305 --> 00:04:07.588
이거는 우리 중간에 연습
과정이라고 생각을 하면 됩니다.

00:04:07.688 --> 00:04:10.287
예를 들어서 우리 구구단
같은 건 시험에 안 나오지만

00:04:10.387 --> 00:04:11.774
구구단을 할 수 있어야 되잖아요.

00:04:11.874 --> 00:04:14.075
그런 것처럼 연습 과정이라고
생각하면 돼요.

00:04:14.175 --> 00:04:15.640
약분하려고 해요.

00:04:15.740 --> 00:04:19.937
그럼 우리 만약 4분의 6 이런
거 약분할 때 어떻게 했었죠?

00:04:20.037 --> 00:04:22.907
둘의 공통인 약수를 찾았어요.

00:04:23.007 --> 00:04:28.794
2×2 이거는 2×3이니까 2로 약분을
해서 2분의 3이라고 썼던 것처럼

00:04:28.894 --> 00:04:31.321
이것도 공통인 인수를 찾아야겠죠.

00:04:31.421 --> 00:04:35.390

공통인 인수를 찾으려면 각각을
인수분해 해봐야 될 거예요.

00:04:35.490 --> 00:04:40.848
분모는 딱 봤을 때 곱해서 -2가
되고, 더해서 -1이 되는 수.

00:04:40.948 --> 00:04:43.710
-2하고 1이니까 이렇게
인수분해가 되고요.

00:04:43.810 --> 00:04:46.311
분자는 먼저 x로 묶어낼 수 있죠.

00:04:46.411 --> 00:04:51.921
그러면 x^2+3x+2가 되는데
이 x^2+3x+2라는 것도

00:04:52.021 --> 00:04:54.062
곱해서 2가 되고,
더해서 3이 되는 수.

00:04:54.162 --> 00:04:57.612
1과 2가 있으니까 이렇게
인수분해를 해줄 수가 있습니다.

00:04:57.712 --> 00:05:01.638
그러면 공통으로 x+1을
가지고 있는 거 보이시죠?

00:05:01.738 --> 00:05:03.845
얘로 약분을 해줄 수가 있어요.

00:05:03.945 --> 00:05:09.360
그러면 남는 것은 x-2분의
x(x+2)라고 정리를 해주시면 됩니다.

00:05:09.460 --> 00:05:12.215
여기에서 더 계산해서
굳이 안 쓰셔도 돼요.

00:05:12.315 --> 00:05:15.985
어차피 우리가 지금 목적 자체가
약분을 연습하는 거였기 때문에

00:05:16.085 --> 00:05:18.444
결과를 다 전개해서
써야 되는 거 아닌가

00:05:18.544 --> 00:05:21.347
그런 스트레스 받지 마시고
약분이라는 게 이런 거구나라고

00:05:21.447 --> 00:05:25.281
제가 연습 삼아서 보여드린 문제니까
그냥 그 정도만 해보시면 되고요.

00:05:25.381 --> 00:05:27.623
예를 통분하는 연습도
한번 해보겠습니다.

00:05:27.723 --> 00:05:30.530
통분은 만약 우리 수에서
생각을 했을 때

00:05:30.630 --> 00:05:34.950
2분의 1이라는 것과 3분의 2라는
거 통분할 때 뭐로 통분했었죠?

00:05:35.050 --> 00:05:37.641
얘는 6분의 3이 되었고요.

00:05:37.741 --> 00:05:39.523
이거는 6분의 4가 됐었어요.

00:05:39.623 --> 00:05:47.474
만약 6분의 1이라는 것과 그다음에
9분의 1이라는 것이 있었다.

00:05:47.574 --> 00:05:49.629
이것을 통분할 때는 어떻게 됐었죠?

00:05:49.729 --> 00:05:52.701
얘는 마치 2개를 곱해서
통분한 것처럼 보이지만

00:05:52.801 --> 00:05:55.042
이거는 둘을 곱할
필요까지는 없었어요.

00:05:55.142 --> 00:05:58.403
18분의 3과 18분의
2로 통분이 됐었거든요.

00:05:58.503 --> 00:06:02.923
이렇게 두 수의 최소공배수를
찾아서 통분을 하는 거였죠.

00:06:03.023 --> 00:06:08.851
그냥 최소한 얼마만 더 곱했을
때 분모가 같아지게 될 것인가

00:06:08.951 --> 00:06:10.420
그것을 찾았습니다.

00:06:10.520 --> 00:06:14.289
그래서 역시 또 최소공배수를
찾으려면 뭘 해봐야 될까요?

00:06:14.389 --> 00:06:17.033
얘네가 어떠한 인수들로
구성이 되어 있는가.

00:06:17.133 --> 00:06:19.069
먼저 인수분해를 해보게 됩니다.

00:06:19.169 --> 00:06:24.708
x^2-4는 (x-2)(x+2)이고요,
분자가 x-1로 나오고 있고.

00:06:24.808 --> 00:06:28.430
이거는 x+1과

x+2를 곱한 거죠.

00:06:28.530 --> 00:06:31.123
그러면 둘 다 뭘 가지고 있어요?

00:06:31.223 --> 00:06:36.171
x+2를 가지고 있는데 얘는
x+1이 있지만 여기는 없어요.

00:06:36.271 --> 00:06:39.604
그러니까 x+1을 추가로
곱해줘야 될 거고요.

00:06:39.704 --> 00:06:43.984
여기에는 이 식이 가지고
있는 x-2가 없습니다.

00:06:44.084 --> 00:06:48.985
그렇기 때문에 x-2를 추가로
분자, 분모에다 곱해주면 되겠죠.

00:06:49.085 --> 00:06:51.180
이렇게 통분을 해주는 거예요.

00:06:51.280 --> 00:06:55.146
이렇게 통분을 하고 난다면
두 식을 더하거나 빼는 일을

00:06:55.246 --> 00:06:56.667
할 수가 있습니다.

00:06:56.767 --> 00:07:00.464
그다음에 이거를 통분을
해서 빼는 거 한번 해볼까요?

00:07:00.564 --> 00:07:03.858
x(x-1)분의 x가 되고요.

00:07:03.958 --> 00:07:09.728
그다음에 이거는 (x-1)(x-2)분의
1로 나오게 돼요.

00:07:09.828 --> 00:07:16.674
그러면 통분을 x(x-1)(x-2)까지
곱한 것으로 해줄 수가 있겠죠.

00:07:16.774 --> 00:07:21.926
첫 번째 식은 분자, 분모에다
x-2를 곱해준 거예요.

00:07:22.026 --> 00:07:24.900
그래서 x(x-2)가
들어가게 되고.

00:07:25.000 --> 00:07:28.132
여기는 얘가 가지고
있었던 x가 없죠.

00:07:28.232 --> 00:07:30.853
그래서 추가로 x를
곱해주면 되겠죠.

00:07:30.953 --> 00:07:37.181
그래서 계산을 해보니까
x^2-3x가 나오게 되네요.

00:07:37.281 --> 00:07:41.654
여기에서 x^2-2x와
$-x$가 만나게 되면서요.

00:07:41.754 --> 00:07:47.619
그런데 이걸 보니까 분자가
$x(x-3)$으로 인수분해가 돼요.

00:07:47.719 --> 00:07:51.942
그러면 이렇게 인수분해가 된다면
분모랑 비교해서 봤을 때

00:07:52.042 --> 00:07:54.753
둘 다 x를 가지고 있죠, 인수로?

00:07:54.853 --> 00:08:02.250
그렇기 때문에 분자, 분모에다 x를
나누어서 약분을 해줄 수 있어요.

00:08:02.350 --> 00:08:07.028
약분까지 해주고 나면 이렇게 식을
정리해서 적어줄 수가 있습니다.

00:08:07.128 --> 00:08:08.791
그래서 계산 어렵지 않죠?

00:08:08.891 --> 00:08:14.228
분수 계산하던 것처럼 똑같이
통분하고 이제 분모를 똑같이

00:08:14.328 --> 00:08:17.249
만들어준 다음에 계산하는
거 연습하면 되고요.

00:08:17.349 --> 00:08:19.120
나누는 것도 해보는데.

00:08:19.220 --> 00:08:22.921
나눌 때 기본적으로 약분되는
게 많으면 참 좋을 거예요.

00:08:23.021 --> 00:08:26.567
그렇기 때문에 어떤 것을 약분할
수 있을까라고 보도록 하려면

00:08:26.667 --> 00:08:28.810
인수분해를 먼저 해봐야겠죠.

00:08:28.910 --> 00:08:34.548
$4x^2+4x+1$은 $(2x+1)^2$인데
나누기를 제가 은근슬쩍

00:08:34.648 --> 00:08:36.154
곱하기로 바꿨어요.

00:08:36.254 --> 00:08:39.228

그러면 분자, 분모의 위치가
달라지게 되는 거죠.

00:08:39.328 --> 00:08:45.810
$(2x+1)^2$, 그다음에 이 x^2-1이라는
것은 x-1과 x+1을 곱한 것입니다.

00:08:45.910 --> 00:08:51.767
그렇기 때문에 2x+1 하나씩 약분이
되고, x+1이 약분이 되면서

00:08:51.867 --> 00:08:55.605
2x+1분의 x-1 이렇게 나오죠.

00:08:55.705 --> 00:09:00.657
굉장히 오랜만에 말하자면
영혼 없이 계산하는 문제,

00:09:00.757 --> 00:09:03.482
그런 문제를 다루고 있다는
느낌이 들지 않으신가요?

00:09:03.582 --> 00:09:06.585
우리 앞에서 계속 추상적인
개념을 배워왔잖아요.

00:09:06.685 --> 00:09:10.907
집합, 명제, 함수 이런 거
하다가 계산하니까 좀 좋으시죠?

00:09:11.007 --> 00:09:13.678
그런데 아니에요, 좋지 않아요.

00:09:13.778 --> 00:09:15.166
그런 개념이 얼마나
재미있는데요, 그렇죠?

00:09:15.266 --> 00:09:16.866
계산하는 거는 굉장히.

00:09:16.966 --> 00:09:19.190
사람에 따라 취향이
다른 것이니까요.

00:09:19.290 --> 00:09:23.903
그 앞에서 했었던 이런 데가 영혼
없이 계산했다고 표현을 했는데

00:09:24.003 --> 00:09:26.070
그런 계산은 거의 할 일이 없어요.

00:09:26.170 --> 00:09:30.421
어떤 문제가 나오냐면 앞으로는
부분분수 변형하는 문제.

00:09:30.521 --> 00:09:34.620
계산을 하더라도 좀 효율적으로
계산할 수 있는 문제가 나오고요.

00:09:34.720 --> 00:09:37.339
그다음에 이거는 이거 자체가

문제로 나오기보다는

00:09:37.439 --> 00:09:40.847
이제 번분수식이라고 분수 분의
분수 형태로 나오는 식들이

00:09:40.947 --> 00:09:42.410
많이 등장하게 될 텐데.

00:09:42.510 --> 00:09:45.149
그거 정리하는 방법을 한번
보고 넘어가도록 하겠습니다.

00:09:45.249 --> 00:09:51.530
부분분수로 변형한다는 것은 뭐냐면
A×B분의 C라는 것이 있어요.

00:09:51.630 --> 00:09:55.547
그런데 A랑 B랑 곱해져
있으면 식이 복잡하잖아요.

00:09:55.647 --> 00:09:56.787
다소 복잡하죠?

00:09:56.887 --> 00:10:02.007
그렇기 때문에 얘를 A분의 1-B분의
1 이렇게 갈라서 쓰겠다는 거예요.

00:10:02.107 --> 00:10:06.926
그런데 얘는 통분해 보면 AB에다
여기에 B가 곱해져 있고,

00:10:07.026 --> 00:10:09.495
여기에 A가 곱해져
있는 형태로 이렇게.

00:10:09.595 --> 00:10:11.212
이 식은 이거랑 같죠.

00:10:11.312 --> 00:10:13.718
얘랑 이거랑 같아지도록
만들고 싶거든요.

00:10:13.818 --> 00:10:19.217
그러면 여기에 이게 지금
AB분의 B-A랑 같으니까

00:10:19.317 --> 00:10:22.642
여기다가 뭘 곱해주면
AB분의 C가 되겠어요?

00:10:22.742 --> 00:10:27.036
C를 위에 추가로 곱해줘야 되고,
B-A를 나눠주면 되겠죠.

00:10:27.136 --> 00:10:31.665
그렇기 때문에 이 식에
B-A분의 C를 곱해준 것은

00:10:31.765 --> 00:10:34.276
이 식과 같아지게

된다라고 나오게 됩니다.

00:10:34.376 --> 00:10:39.523
그래서 AB분의 C는 B-A분의
C에 A분의 1-B분의 1이라는

00:10:39.623 --> 00:10:41.399
다소 복잡한 식이 나왔어요.

00:10:41.499 --> 00:10:43.073
이거는 참고로만 알아두시고요.

00:10:43.173 --> 00:10:46.177
거의 나오지 않으니까 그냥
이것만 중점적으로 볼게요.

00:10:46.277 --> 00:10:49.753
얘는 혹시라도 궁금하신 학생들
그냥 적어만 놓으시면 되고요.

00:10:49.853 --> 00:10:52.263
이게 더 복잡해 보여요.

00:10:52.363 --> 00:10:53.754
이렇게 써 놓으니까.

00:10:53.854 --> 00:10:58.367
AB분의 C는 되게 심플한데 이걸
굳이 왜 분리했지라는 생각이

00:10:58.467 --> 00:11:00.281
들 수도 있을 것 같아요.

00:11:00.381 --> 00:11:03.571
결과를 다시 보면 이
B에서 A를 뺀 거예요.

00:11:03.671 --> 00:11:04.791
그리고 C.

00:11:04.891 --> 00:11:08.729
보통 많은 경우에 이
부분분수식을 변형하는,

00:11:08.829 --> 00:11:12.580
이렇게 변형해서 문제를 푸는
경우가 어떤 경우에 이렇게

00:11:12.680 --> 00:11:17.823
변형을 해주냐면 C가 보통 상수일
때 여기에 올려져 있었던

00:11:17.923 --> 00:11:19.798
이 C라는 것이 상수가 되고요.

00:11:19.898 --> 00:11:22.518
B-A도 역시 상수일 때.

00:11:22.618 --> 00:11:26.990
또는 B-A가 문자가 나오면
C에도 문자가 나와서

00:11:27.090 --> 00:11:31.525
이거를 계산한 결과가 상수로
나오는 경우들이 있어요.

00:11:31.625 --> 00:11:33.670
그 경우에 주로 사용을 해줍니다.

00:11:33.770 --> 00:11:37.822
이거 상수로써 그냥 수가
되었다면 식이 A, B가

00:11:37.922 --> 00:11:39.562
원래 다항식이었다고 했잖아요.

00:11:39.662 --> 00:11:45.964
다항식 곱해서 차수가 높았던 것을
차수가 굉장히 낮은 식들의 차로

00:11:46.064 --> 00:11:47.588
만들어줄 수가 있거든요.

00:11:47.688 --> 00:11:52.961
게다가 이런 것들이 B에서 A를
뺀 게 상수가 되는 경우에

00:11:53.061 --> 00:11:54.304
주로 쓴다고 했잖아요.

00:11:54.404 --> 00:11:58.274
이렇게 상수가 되는 경우라고
한다면 뭔가 연속적으로

00:11:58.374 --> 00:12:03.026
이렇게 값들이 쭉 나오게 되면서
막 서로 소거가 되는 일이

00:12:03.126 --> 00:12:04.367
생길 수가 있어요.

00:12:04.467 --> 00:12:06.635
백마디 말보다 한 번
보는 게 낫겠죠.

00:12:06.735 --> 00:12:09.437
예를 들어서 이런 상황에
주로 쓰게 됩니다.

00:12:09.537 --> 00:12:17.768
어떻게 변형된다고 했냐면 AB분의
C라는 것이 B-A분의 C에다

00:12:17.868 --> 00:12:22.537
A분의 1-B분의 1 이렇게
변형이 된다고 했습니다.

00:12:22.637 --> 00:12:28.003
여기에서 A에 해당하는 게 x예요,
B에 해당하는 것이 x+1이고요.

00:12:28.103 --> 00:12:30.995

C에 해당하는 것이 1이 됩니다.

00:12:31.095 --> 00:12:35.090
그러면 여기에서
이 첫 번째 식을 변형을 해보면

00:12:35.190 --> 00:12:37.244
B-A가 얼마죠?

00:12:37.344 --> 00:12:39.934
x+1에서 x를 빼게 되고요.

00:12:40.034 --> 00:12:41.963
C에 해당하는 것이 1이에요.

00:12:42.063 --> 00:12:47.273
그리고 A분의 1은 x분의 1,
그리고 B분의 1이 x+1분의 1.

00:12:47.373 --> 00:12:48.718
이렇게 변형이 돼요.

00:12:48.818 --> 00:12:51.195
얘에 대해서도 또 똑같이 해볼까요?

00:12:51.295 --> 00:12:56.490
이거를 A로 보고, 이거를 B로 보고,
얘가 C가 되었다고 생각을 해보면

00:12:56.590 --> 00:13:00.826
B-A는 x+2에서
x-1을 빼주면 되죠.

00:13:00.926 --> 00:13:02.728
그것분의 C는 1.

00:13:02.828 --> 00:13:06.352
그리고 x+1분의
1-x+2분의 1입니다.

00:13:06.452 --> 00:13:08.365
그래서 둘을 더했어요.

00:13:08.465 --> 00:13:12.179
그러면 이게 뭐가 되죠?
그냥 1이에요.

00:13:12.279 --> 00:13:17.134
그러면서 이 식은 x분의 1에서
x+1분의 1을 뺀 것으로 바뀌어요.

00:13:17.234 --> 00:13:20.096
정말 통분을 해보면 이게
나오는 것이 맞거든요.

00:13:20.196 --> 00:13:24.383
이게 하나만 있었다고 한다면,
저 식 앞에 거 하나만 있었다고 한다면

00:13:24.483 --> 00:13:26.887
굳이 이렇게 부분분수

변형을 안 했을 거예요.

00:13:26.987 --> 00:13:28.828
그런데 이거랑 더하고 있잖아요.

00:13:28.928 --> 00:13:32.516
가만히 보니까 무슨 일이 생기냐면
이것도 값이 그냥 1이 되거든요.

00:13:32.616 --> 00:13:34.360
보통 이렇게 상수가 된다고 했죠.

00:13:34.460 --> 00:13:39.398
그다음에 더해진 것이 x+1분의
1-x+2분의 1이 나왔어요.

00:13:39.498 --> 00:13:41.667
무슨 일이 생겼냐.

00:13:41.767 --> 00:13:44.118
얘랑 얘랑 없어지는 거예요.

00:13:44.218 --> 00:13:45.482
서로 소거가 됩니다.

00:13:45.582 --> 00:13:49.422
그러면서 x분의 1-x+
2분의 1이 되죠.

00:13:49.522 --> 00:13:54.542
그러면 원래 둘을 통분하려고 했다고
하면 분모가 삼차식이 되는데

00:13:54.642 --> 00:13:57.991
이렇게 계산을 해주려면
그냥 이 둘을 곱한 것으로

00:13:58.091 --> 00:14:01.999
통분이 돼 버리기 때문에
이차식으로 간단히 나오게 되고,

00:14:02.099 --> 00:14:06.522
여기 분자도 여기 x+2가 곱해지고
여기에 x가 곱해진 것을 빼주면

00:14:06.622 --> 00:14:10.510
상수인 2로 나오게 되면서
굉장히 식을 심플하게 정리를

00:14:10.610 --> 00:14:11.787
해줄 수가 있습니다.

00:14:11.887 --> 00:14:15.595
그래서 이렇게 부분분수 변형하는
문제가 x(x+1)분의 1,

00:14:15.695 --> 00:14:21.434
x+1분의 1, x+2분의 1
그다음에 또 x+x+3분의 1 해서

00:14:21.534 --> 00:14:27.201

x+100, x+101분의 1까지 갔다고
할지라도 중간에 막 다 지워지게 되면서

00:14:27.301 --> 00:14:32.011
처음이랑 끝만 남게 되는 그런 상황으로
정리되는 경우가 많이 있어요.

00:14:32.111 --> 00:14:35.489
이런 경우에 둘을 뺀
것이 상수예요.

00:14:35.589 --> 00:14:39.541
상수 1로 일정한데 이 똑같은
것이 보통 그다음에 하나가

00:14:39.641 --> 00:14:40.775
똑같이 나와요.

00:14:40.875 --> 00:14:43.112
x+ 똑같은 게 또
그다음에 나와요.

00:14:43.212 --> 00:14:46.577
그렇게 되면 연속적으로 가면서
얘네가 막 소거가 되면서

00:14:46.677 --> 00:14:50.696
굉장히 식이 심플해지는 그런
상황의 식이 많이 나오게 되고

00:14:50.796 --> 00:14:52.144
이게 주로 문제.

00:14:52.244 --> 00:14:54.827
유리식에서 문제가 나온다면
이 부분이 나오는데

00:14:54.927 --> 00:14:58.928
이 유리식 단원에서 나오기보다는
나중에 여러분이 수열이라는 걸

00:14:59.028 --> 00:15:00.092
배우실 거예요.

00:15:00.192 --> 00:15:03.095
수열에서 수열의 합이라는
걸 배우게 됩니다.

00:15:03.195 --> 00:15:04.873
수학 1에서 배우거든요.

00:15:04.973 --> 00:15:07.759
수학 1의 3단원에 이제
수열의 합이 있는데

00:15:07.859 --> 00:15:09.903
그때 다시 한번 보시게 될 거예요.

00:15:10.003 --> 00:15:13.352
그래서 맞아, 이런 변형 했었지라고
기억을 하시면 되고요.

00:15:13.452 --> 00:15:16.929
번분수식이라는 건 분수
분의 분수의 형태인데

00:15:17.029 --> 00:15:20.235
그냥 나눗셈의 의미를 가지고
생각을 해보면 전혀 어렵지 않게

00:15:20.335 --> 00:15:21.598
풀 수 있습니다.

00:15:21.698 --> 00:15:25.528
B분의 A를 D분의 C로
나눈다는 뜻이에요.

00:15:25.628 --> 00:15:30.095
그렇다고 한다면 나누는 것은 우리
분수끼리 나눌 때 역수를 곱해주죠.

00:15:30.195 --> 00:15:33.673
결과적으로 BC분의
AD로 나오게 됩니다.

00:15:33.773 --> 00:15:38.328
BC분의 AD 하는 것은 그러면 우리
내항의 곱, 외항의 곱 하는 것처럼

00:15:38.428 --> 00:15:45.276
이거 2개 묶어서 곱한 걸 분모에,
겉에 2개에 곱해서 분자에 올려서

00:15:45.376 --> 00:15:49.368
이렇게 BC분의 AD로 정리를
해준다고 기억을 하셔도 되고요.

00:15:49.468 --> 00:15:52.815
그러니까 이거를 계산할 수 있는
방법이 식의 모양에 따라서

00:15:52.915 --> 00:15:55.550
여러분이 편한 걸
선택하시면 되는데.

00:15:55.650 --> 00:16:00.714
둘을 곱해서 BC, 이렇게
둘을 곱해서 AD로 만들어서

00:16:00.814 --> 00:16:02.695
계산해 주는 방법이 있어요.

00:16:02.795 --> 00:16:06.524
아니면 분수가 2개가
결국은 들어가 있잖아요.

00:16:06.624 --> 00:16:11.669
그렇기 때문에 분자, 분모에다
B, D의 최소공배수를 곱한다고

00:16:11.769 --> 00:16:13.277
생각을 하는 거예요.

00:16:13.377 --> 00:16:18.384
분자, 분모에 BD, BD를
곱했다고 생각해 보면

00:16:18.484 --> 00:16:22.444
분모가 BC가 나오고, 그다음에
분자가 AD가 나오고.

00:16:22.544 --> 00:16:24.581
이렇게 계산해 줄 수도 있겠죠.

00:16:24.681 --> 00:16:27.632
그래서 얘가 나오게 된
원리가 이거고요.

00:16:27.732 --> 00:16:31.339
결국은 두 식을 나눈다고 되는
것이니까 이렇게 나오게 되고,

00:16:31.439 --> 00:16:34.952
아니면 분자, 분모에
일정하게 이렇게 식을 곱해서

00:16:35.052 --> 00:16:37.750
이런 게 나왔다고 생각을
해줄 수도 있습니다.

00:16:37.850 --> 00:16:42.025
계산을 해본다면 너무 식이
복잡하게 되어 있어서

00:16:42.125 --> 00:16:46.006
이렇게 곱하고 이렇게 곱하려면 또
어차피 통분을 해줘야 하니까

00:16:46.106 --> 00:16:52.064
분자, 분모에다 각각의 분모에 들어가
있는 것의 최소공배수에 해당하는

00:16:52.164 --> 00:16:54.713
x, y를 한번 곱해보도록 할게요.

00:16:54.813 --> 00:17:00.515
그러면 첫 번째 여기 분모에 있는
것은 x분의 1이랑 xy랑 곱해서

00:17:00.615 --> 00:17:02.169
y만 남게 되죠.

00:17:02.269 --> 00:17:05.238
그다음에 여기에서는 y가
소거되면서 3x만 남게 되죠.

00:17:05.338 --> 00:17:09.538
그다음에 이 식은 x랑 x랑
없어지면서 y가 남게 되고.

00:17:09.638 --> 00:17:11.648
그다음에 -x가 나오게 됩니다.

00:17:11.748 --> 00:17:15.002
그래서 이렇게 심플하게
정리를 해줄 수가 있어요.

00:17:15.102 --> 00:17:17.990
이런 것도 문제는
별로 나오지 않고요.

00:17:18.090 --> 00:17:22.823
유리식에서 문제가 나온다면 제가 아까
대부분 어디에서 나온다고 했죠?

00:17:22.923 --> 00:17:26.315
부분분수로 변형하는 식
대부분 나오고요.

00:17:26.415 --> 00:17:29.586
그다음에 이런 번분수식이나
앞에 통분하고 약분하고

00:17:29.686 --> 00:17:32.675
그런 과정들은 그냥 여러
가지 식을 다룰 때 필요한

00:17:32.775 --> 00:17:35.112
어떤 하나의 도구로써
생각을 해주시면 되고요.

00:17:35.212 --> 00:17:39.375
그리고 모의고사에 잘 나오는
문제가 바로 이런 것입니다.

00:17:39.475 --> 00:17:44.882
이 세상에는 정말 유리식으로
표현되는 상황이 너무 많아요.

00:17:44.982 --> 00:17:49.705
그래서 그 유리식으로 표현될 수 있는
상황에 실생활의 예를 하나 주고

00:17:49.805 --> 00:17:53.994
그거에 대한 어떤 값, 그리고
값들 사이의 관계를 묻는 문제가

00:17:54.094 --> 00:17:55.698
많이 나옵니다.

00:17:55.798 --> 00:17:57.220
거의 모의고사마다 나와요.

00:17:57.320 --> 00:18:01.819
정말 문제가 이렇게 나와도 나와도
끝도 없이 소재가 나온다는 게

00:18:01.919 --> 00:18:04.395
저는 깜짝깜짝 놀랍기도 해요.

00:18:04.495 --> 00:18:10.334
그래서 이것도 2016년 11월 고1
학력평가 문제에 나왔었던 건데.

00:18:10.434 --> 00:18:15.163
문제가 기니까 여러분이 이걸 어떻게
푸나라는 생각이 드실 수도 있는데

00:18:15.263 --> 00:18:19.849
문제가 길수록, 수학에서 문제가
길면 의외로 굉장히 쉬워져요.

00:18:19.949 --> 00:18:25.175
특히 이런 식에 대한 문제에서는
각 문자가 무엇인지

00:18:25.275 --> 00:18:26.792
파악만 해주시면 됩니다.

00:18:26.892 --> 00:18:29.390
각 문자가 나타내는 것이 무엇인지.

00:18:29.490 --> 00:18:31.219
정말 국어 문제예요.

00:18:31.319 --> 00:18:35.304
그래서 그 문자에 해당하는
것을 대입만 해주면 돼요.

00:18:35.404 --> 00:18:37.576
그냥 문제에서 시키는
대로 대입하면 됩니다.

00:18:37.676 --> 00:18:39.422
맥락을 사실 몰라도 돼요.

00:18:39.522 --> 00:18:42.851
이게 어떤 상황에 대해서 묻는 건지
사회 문제 이런 거 아니잖아요.

00:18:42.951 --> 00:18:44.207
수학 문제잖아요.

00:18:44.307 --> 00:18:45.867
대입만 잘해주시면 돼요.

00:18:45.967 --> 00:18:48.416
슬프긴 하지만, 그냥
대입만 하면 된다는 게.

00:18:48.516 --> 00:18:52.487
실내 조명 설비에서 조명 기구의
이용률을 구하기 위해 사용되는

00:18:52.587 --> 00:18:54.305
실지수라는 게 있대요.

00:18:54.405 --> 00:18:57.872
실내의 형태와 크기, 광원의
높이에 의해서 결정이 되는데

00:18:57.972 --> 00:19:01.301
직육면체 모양의 실내가
있었다고 한다면 가로.

00:19:01.401 --> 00:19:03.222
이제 문자가 나오기 시작하죠.

00:19:03.322 --> 00:19:05.891
각 문자가 뭔지를
파악해 봐야 돼요.

00:19:05.991 --> 00:19:10.140
x는 가로의 길이라고
설명이 되어 있고요.

00:19:10.240 --> 00:19:13.498
y는 세로의 길이라고
설명이 되어 있고요.

00:19:13.598 --> 00:19:16.482
h는 높이라고 설명이 되어 있는데.

00:19:16.582 --> 00:19:21.831
그럼 얘네를 가지고 x+y에다 h를
곱한 것 분의 xy를 해준 것.

00:19:21.931 --> 00:19:23.909
xy에 대한 유리식이죠.

00:19:24.009 --> 00:19:26.294
또는 뭐 h에 대한
유리식이라고 볼 수도 있죠.

00:19:26.394 --> 00:19:30.618
이것이 실지수라고 정의가
되어 있는 거예요.

00:19:30.718 --> 00:19:33.770
이거를 실지수라고 하는구나.

00:19:33.870 --> 00:19:39.876
그런데 이때 x가 가로이고,
y가 세로이고, h가 높이구나.

00:19:39.976 --> 00:19:42.905
이것까지 파악을 했으면
이제 문제 다 푼 거예요.

00:19:43.005 --> 00:19:44.556
그럼 한번 해볼게요.

00:19:44.656 --> 00:19:47.257
a하고 b의 실지수를
비교를 하려고 합니다.

00:19:47.357 --> 00:19:51.255
a의 실지수를 그럼 우리
KA 이렇게 써볼까요?

00:19:51.355 --> 00:19:53.746
얘는 가로가 2래요.

00:19:53.846 --> 00:19:57.219
그러면 어디다가 2를
넣으면 되나요?

00:19:57.319 --> 00:20:00.744
가로가 2, x가 가로의 길이.

00:20:00.844 --> 00:20:04.496
이 x 자리에다 2를
넣는 거예요, 2.

00:20:04.596 --> 00:20:07.957
세로의 길이는 a, 이거
어디다 넣으실 거예요?

00:20:08.057 --> 00:20:10.633
세로의 길이가 y, 여기 y.

00:20:10.733 --> 00:20:12.236
세로의 길이가 a.

00:20:12.336 --> 00:20:14.549
y 자리에다 a를 넣으면 됩니다.

00:20:14.649 --> 00:20:16.354
높이는 2a라고 했어요.

00:20:16.454 --> 00:20:23.125
그럼 2a에다 x자리에 다시 2,
y자리에 a 이렇게 들어가게 되는 거죠.

00:20:23.225 --> 00:20:25.153
이게 A의 실지수입니다.

00:20:25.253 --> 00:20:27.961
B의 실지수 똑같이
해볼 수 있어요.

00:20:28.061 --> 00:20:30.414
B의 가로는 4라고 나와 있죠.

00:20:30.514 --> 00:20:32.757
저 x 자리에다 4를 넣어요.

00:20:32.857 --> 00:20:36.962
y에다 세로가 2a라고
했으니까 2a를 넣어주고요.

00:20:37.062 --> 00:20:40.329
그다음에 h는 높이는
a라고 했네요.

00:20:40.429 --> 00:20:43.612
그러면 a, 그리고 둘을
더해주면 되는 거죠.

00:20:43.712 --> 00:20:47.838
이게, 이게 이거의 몇
배냐라는 걸 물어봤어요.

00:20:47.938 --> 00:20:51.513
그러면 식을 정리를 해주면
2랑 2랑 약분이 되네요.

00:20:51.613 --> 00:20:54.060
a랑 a도 약분이 되네요.

00:20:54.160 --> 00:20:58.367
이 식은 a+2분의 1로
약분돼서 예쁘게 정리가 되고요.

00:20:58.467 --> 00:21:01.439
이거는 a랑 a랑 약분이 됐어요.

00:21:01.539 --> 00:21:07.138
그다음에 여기에서는 a+4분의
그다음에 8이라고 이렇게

00:21:07.238 --> 00:21:09.983
값이 정리가 돼서 나오게 되죠.

00:21:10.083 --> 00:21:13.828
그러면 제가 지금 뭔가
대입을 잘못한 거 같네요.

00:21:13.928 --> 00:21:17.282
4, 여기 가로가 4, 그다음에
세로의 길이의 2a였죠.

00:21:17.382 --> 00:21:18.777
여기가, 죄송해요.

00:21:18.877 --> 00:21:20.779
세로가 2a이고, 높이가 a.

00:21:20.879 --> 00:21:22.484
잘 보고 대입을 해야 돼요.

00:21:22.584 --> 00:21:25.520
이렇게 문자에서 문자가
의미하는 게 무엇인지 대입만

00:21:25.620 --> 00:21:28.604
잘해주면 된다고 했는데 이렇게
대입 못하면 틀리는 사람들 있죠.

00:21:28.704 --> 00:21:33.621
이렇게 y 자리에다 2a를 이렇게
잘 넣어서 계산을 해보고 나니까

00:21:33.721 --> 00:21:36.881
여기에서 이제 2a+4가 되었죠.

00:21:36.981 --> 00:21:42.304
그러면 2, 2, 2 전부 다 약분이
되면서 a+2분의 4가 되었어요.

00:21:42.404 --> 00:21:45.509
여기다가 얼마를 곱해야
이게 나오나요?

00:21:45.609 --> 00:21:47.454
4를 곱해야 이게 나오죠.

00:21:47.554 --> 00:21:53.574

그래서 이 KB는 KA의
4배라고 할 수가 있습니다.

00:21:53.674 --> 00:21:57.352
B의 실지수가 A의
실지수의 4배인 거예요.

00:21:57.452 --> 00:21:59.500
답은 ④번을 찾으면 되겠죠.

00:21:59.600 --> 00:22:04.121
문제만 거창했지 그냥 문자가
무엇인지만 파악하면 돼요.

00:22:04.221 --> 00:22:07.392
문자에 해당하는 거 대입만
잘해주면 된다고 했습니다.

00:22:07.492 --> 00:22:12.005
그래서 이렇게 문제 푸는 것들이 앞으로
여러분, 많이 보시게 될 거예요.

00:22:12.105 --> 00:22:17.059
그러면 이제 본격적으로 지금은
유리식을 정리한 거고요.

00:22:17.159 --> 00:22:21.726
본격적으로 유리함수에 대해서
가보도록 하겠습니다.

00:22:21.826 --> 00:22:24.364
유리함수는 어디부터 시작하냐면요.

00:22:24.464 --> 00:22:30.549
대표적으로 아주 간단한 유리식인
y=x분의 1부터 시작을 해서 볼 거예요.

00:22:30.649 --> 00:22:34.252
y=x분의 1 어디에서 본 것
같은데라는 생각 들지 않으세요?

00:22:34.352 --> 00:22:37.547
중학교 때 반비례식에서
봤던 식입니다.

00:22:37.647 --> 00:22:39.274
그게 유리함수의 출발이에요.

00:22:39.374 --> 00:22:42.144
유리함수를 일단 정의하고 갈게요.

00:22:42.244 --> 00:22:44.793
함수 y=f(x).

00:22:44.893 --> 00:22:48.593
우리가 함수를 봤을 때
함수라는 건 뭐였죠?

00:22:48.693 --> 00:22:50.082
갑자기 또 함수.

00:22:50.182 --> 00:22:53.886
지금 열심히 계산하다가 앞에서
배웠던 함수 생각해 보면

00:22:53.986 --> 00:22:57.366
이제 함수가 뭐냐 물었을 때
뭐부터 대답하라 그랬죠?

00:22:57.466 --> 00:22:59.419
두 집합이 필요하다고 했어요.

00:22:59.519 --> 00:23:04.791
공집합이 아닌 두 집합 X,
Y에 대해서 X의 각 원소를

00:23:04.891 --> 00:23:07.707
Y에 대응시켜주는 거, 하나씩.

00:23:07.807 --> 00:23:10.512
각 원소를 오직 하나씩
대응시켜주는 것이고.

00:23:10.612 --> 00:23:15.194
그때 대응된 함숫값을
f(x)라고 표현을 해줬는데.

00:23:15.294 --> 00:23:20.610
그러면 이것을 이 대응 규칙
f(x)라는 것을 어떤 식으로

00:23:20.710 --> 00:23:24.805
대응을 시킬 것인가라는 것에
관심을 갖는다고 할 때

00:23:24.905 --> 00:23:28.223
이 f(x)가 만약에 유리식이었다.

00:23:28.323 --> 00:23:32.117
유리식으로 대응시키는
함수라면 유리함수예요.

00:23:32.217 --> 00:23:33.933
너무 단순하죠?

00:23:34.033 --> 00:23:39.674
만약에 x에 대한 일차식이었다,
y=ax+b 이런 식으로.

00:23:39.774 --> 00:23:42.103
그러면 일차함수가 됩니다.

00:23:42.203 --> 00:23:47.334
우리 지난 시간에 대응되는 모양에
따라서 일대일대응, 일대일함수

00:23:47.434 --> 00:23:49.558
이런 거는 모양에 대한 것이고요.

00:23:49.658 --> 00:23:51.380
일반적인 대응 규칙에
대한 것이고요.

00:23:51.480 --> 00:23:52.873
약간 카테고리가 달라요.

00:23:52.973 --> 00:23:57.200
이거는 식의 종류를 생각했을
때 유리식이면 유리함수,

00:23:57.300 --> 00:24:02.447
일차식이면 일차함수 이렇게 가서
우리 다항식 일반적으로 봤었죠.

00:24:02.547 --> 00:24:06.549
x 하나에 대한 곱과 수의
합으로 이루어진 식.

00:24:06.649 --> 00:24:09.943
다항식이면 다항함수가 되는 거예요.

00:24:10.043 --> 00:24:15.095
다항함수 중에 이제 이런 일차식에
해당하는 일차함수가 있고,

00:24:15.195 --> 00:24:17.454
이 일차식이 다항함수에
포함되는 애들이죠.

00:24:17.554 --> 00:24:22.362
그래서 다항함수 중에 일차함수가
있고, 이차함수가 있고,

00:24:22.462 --> 00:24:25.836
삼차함수가 있고, 이런 식으로
쭉 나오게 되는 거고요.

00:24:25.936 --> 00:24:28.203
이 f(x)가 유리식이면 유리함수.

00:24:28.303 --> 00:24:32.478
이제 다음 강에서 보게 되는 것은
f(x)가 무리식이라는 것도

00:24:32.578 --> 00:24:33.653
다루게 됩니다.

00:24:33.753 --> 00:24:35.112
그러면 무리함수가 돼요.

00:24:35.212 --> 00:24:40.549
그러면 수학 1에서, 수학
1 책을 처음으로 펼치면

00:24:40.649 --> 00:24:43.348
삼각함수가 먼저 나왔는지,
갑자기 헷갈리네요.

00:24:43.448 --> 00:24:45.763
삼각함수가 먼저 나왔는지
지수가 먼저 나오는지.

00:24:45.863 --> 00:24:49.623

삼각비를 우리가 이제 식으로
표현을 해주는 게 있어요.

00:24:49.723 --> 00:24:53.380
삼각함수, 그리고 지수함수 이런
것들도 이제 우리가 앞으로

00:24:53.480 --> 00:24:54.707
다루게 될 거예요.

00:24:54.807 --> 00:25:00.418
그래서 유리함수라는 것은 y=f(x)에서
f(x)가 유리식이면 유리함수라고

00:25:00.518 --> 00:25:01.604
얘기를 하고요.

00:25:01.704 --> 00:25:04.171
그래서 다항식이면
다항함수라고 합니다.

00:25:04.271 --> 00:25:07.939
이 다항함수라는 게 교과서에서
이 유리함수 단원에서

00:25:08.039 --> 00:25:10.757
처음으로 용어로 소개가
되고 있어요.

00:25:10.857 --> 00:25:12.491
저도 여기에 가지고 왔습니다.

00:25:12.591 --> 00:25:14.621
유리함수, 다항함수 이렇게.

00:25:14.721 --> 00:25:19.032
유리함수는 정의역이
제한이 되어 있어요.

00:25:19.132 --> 00:25:22.414
우리 다항함수는 x에
아무거나 대입해도 됐었죠.

00:25:22.514 --> 00:25:23.748
이차함수 생각해 보세요.

00:25:23.848 --> 00:25:25.683
모든 실수가 들어갈 수 있었습니다.

00:25:25.783 --> 00:25:30.427
그런데 유리함수는 예를 들어서
y=x분의 1 이것만이라도

00:25:30.527 --> 00:25:32.050
한번 생각을 해보세요.

00:25:32.150 --> 00:25:34.665
여기에 절대 들어갈 수
없는 게 있어요.

00:25:34.765 --> 00:25:36.581

뭐가 들어가면 안 되죠?

00:25:36.681 --> 00:25:40.591
x가 0이 들어가는 순간
수학에서 금기어예요.

00:25:40.691 --> 00:25:44.545
분모가 0이 되었다, 0으로
나눈다 이런 말하면 잡혀가요.

00:25:44.645 --> 00:25:46.267
수학에서 금기어입니다.

00:25:46.367 --> 00:25:48.029
그냥 분모가 0이면 안 돼요.

00:25:48.129 --> 00:25:51.354
그렇기 때문에 x가 0이
아닌 모든 실수가 되고요.

00:25:51.454 --> 00:25:56.648
만약에 y=x-1분의 1이었다 그러면
x가 1이면 안 되는 거죠.

00:25:56.748 --> 00:25:59.551
분모가 뭐가 될 때
x값은 제외가 된다?

00:25:59.651 --> 00:26:01.128
바로 0일 때.

00:26:01.228 --> 00:26:04.765
분모가 0이라는 이 말 자체가
수학에서 금기어예요.

00:26:04.865 --> 00:26:09.123
그러니까 x의 값을 그런 걸
제외한 모든 실수가 정의역으로

00:26:09.223 --> 00:26:11.080
나오게 되는 그런 함수입니다.

00:26:11.180 --> 00:26:16.768
그래서 정의역이 0일 때 제외한 모든
실수, 공역도 모든 실수로 놓고

00:26:16.868 --> 00:26:21.086
그 제한된 정의역에 따라서 제한된
치역이 어떤 식으로 나오게 될지

00:26:21.186 --> 00:26:23.850
우리가 그래프를 통해서
파악을 해볼 거예요.

00:26:23.950 --> 00:26:26.375
그러면 잠시 한 번만 생각을
해보고 넘어 갈게요.

00:26:26.475 --> 00:26:33.359
y=x-1과 x+1분의 x^2-1은
같은 함수라고 할 수가 있을까요?

00:26:33.459 --> 00:26:35.860
우리 앞에서 약분 열심히 했잖아요.

00:26:35.960 --> 00:26:44.496
x+1분의 x^2-1을 x+1과 분자를
(x-1)(x+1)로 인수분해 했을 때

00:26:44.596 --> 00:26:49.336
서로 약분을 시켜서 x-1이
된다고 같은 기호로 썼습니다.

00:26:49.436 --> 00:26:52.603
이거는 약분했을 때 식의
결과가 같다는 거고.

00:26:52.703 --> 00:26:56.085
함수로 놓고 봤을 때는
같은 함수는 아니에요.

00:26:56.185 --> 00:26:59.441
얘는 정의역이 어떻게 나오게 되죠?

00:26:59.541 --> 00:27:02.754
정의역이 모든 실수의 집합이 돼요.

00:27:02.854 --> 00:27:11.588
그런데 이거의 정의역은 x를 찾는데
x가 -1이 아닌 모든 실수가 됩니다.

00:27:11.688 --> 00:27:17.568
그래서 얘의 그래프를 그린다면 y=x-1
모든 x에 대해서 정의되는 값을

00:27:17.668 --> 00:27:23.151
그릴 수 있는 반면에 이거를
그려준다면 이렇게 가다가

00:27:23.251 --> 00:27:27.160
-1일 때의 값이 텅 비어
있는 상태로 나오게 돼요.

00:27:27.260 --> 00:27:29.258
여기에서는 함숫값을
가질 수가 없어요.

00:27:29.358 --> 00:27:32.176
왜냐하면 x가 -1이면 분모가
0이 돼 버리거든요.

00:27:32.276 --> 00:27:34.157
그래서 이런 형태가 됩니다.

00:27:34.257 --> 00:27:35.456
같은 함수라고 할 수 없어요.

00:27:35.556 --> 00:27:37.019
정의역이 다르니까.

00:27:37.119 --> 00:27:40.220
식은 똑같이 생겼지만

함수로써는 다르다는 거예요.

00:27:40.320 --> 00:27:43.478
우리 앞에서 함수 봤었을 때
함수의 정의를 했을 때

00:27:43.578 --> 00:27:46.092
식은 다르지만 함수가
같을 수도 있었죠.

00:27:46.192 --> 00:27:51.970
식은 다르지만 정의역이 적당히
제한된 그런 값들만 갖도록 한다면

00:27:52.070 --> 00:27:55.708
그 정의역에 대해서 같은
함숫값을 가질 수도 있었어요.

00:27:55.808 --> 00:27:58.535
그러면 그 함수 2개는
같았었습니다.

00:27:58.635 --> 00:28:00.537
이번에는 식이 같아요.

00:28:00.637 --> 00:28:03.766
식이 같긴 하지만 이렇게
정의역이 달라져 버린다.

00:28:03.866 --> 00:28:06.227
그러면 같은 함수라고 볼
수가 없는 거예요.

00:28:06.327 --> 00:28:11.077
x^2-1과 x^2+1분의
x^4 -1은 같은 함수일까.

00:28:11.177 --> 00:28:12.454
이거는 같습니다.

00:28:12.554 --> 00:28:14.539
분모가 0 되는 경우 없죠.

00:28:14.639 --> 00:28:18.543
x^2이 -1이 되도록 하는 우리
함수라는 건 항상 실수 안에서

00:28:18.643 --> 00:28:22.502
생각하기 때문에 그런
실숫값은 존재하지 않고.

00:28:22.602 --> 00:28:24.627
그래서 얘는 같은
함수라고 할 수가 있고,

00:28:24.727 --> 00:28:28.469
이거는 정의역이 제한이 돼
버려요, 두 번째 것이.

00:28:28.569 --> 00:28:32.017
x가 -1일 때 분모가 0이 될

수 있기 때문에 그거를 제한하고

00:28:32.117 --> 00:28:33.396
생각을 해야 돼서요.

00:28:33.496 --> 00:28:37.730
얘는 다른 함수, 이거는 같은
함수가 된다고 참고로 알아두시면

00:28:37.830 --> 00:28:41.415
함수가 서로 같다는 뜻이
맞아, 이런 거였어라고

00:28:41.515 --> 00:28:43.042
좀 더 잘 아실 수가 있겠죠.

00:28:43.142 --> 00:28:48.581
그러면 이제 y=x분의 k의
그래프를 그려볼 거예요.

00:28:48.681 --> 00:28:51.885
제가 뭐라고 뭐라고
잔뜩 써왔습니다.

00:28:51.985 --> 00:28:56.750
x분의 k의 그래프의 성질들에
대한 내용을 쭉 적었는데요.

00:28:56.850 --> 00:28:58.331
그려봐야 알겠죠.

00:28:58.431 --> 00:29:00.795
같이 한번 그래프를
그려보도록 할게요.

00:29:00.895 --> 00:29:02.840
컴퓨터를 이용해서
그릴 수도 있어요.

00:29:02.940 --> 00:29:06.049
여러분이 이제 함수의
그래프 그리려고 할 때

00:29:06.149 --> 00:29:10.835
지금 이게 지오지브라라는 그런
프로그램을 이용해서 그린 결과거든요.

00:29:10.935 --> 00:29:17.486
지오지브라라고 무료로 사용할
수 있는 그런 앱이에요.

00:29:17.586 --> 00:29:19.676
그래서 휴대전화로 할 수도 있고요,

00:29:19.776 --> 00:29:21.619
아니면 컴퓨터를 이용해서
할 수도 있고요.

00:29:21.719 --> 00:29:24.165
그걸 이용해서 좀 궁금한
그래프가 있다.

00:29:24.265 --> 00:29:25.524
그려보세요.

00:29:25.624 --> 00:29:30.163
그리고 그냥 아니면 구글 같은
데 들어가서 그래프 캘큘레이터

00:29:30.263 --> 00:29:32.600
이런 거 찾아본다면
그래프를 그려주는

00:29:32.700 --> 00:29:34.394
다양한 툴이 굉장히 많이 있습니다.

00:29:34.494 --> 00:29:37.061
그래서 이런 식으로 컴퓨터를
이용해서 그려볼 수도 있고,

00:29:37.161 --> 00:29:40.375
아니면 저와 함께 지금 직접
그려보도록 하겠습니다.

00:29:40.475 --> 00:29:46.669
y=x분의 1부터 그리면서
어떠한 성질들이 있을지를

00:29:46.769 --> 00:29:48.747
한번 같이 생각을
해보도록 할 거예요.

00:29:48.847 --> 00:29:53.646
y=x분의 1 반비례 그래프라고 해서
중학교 때 이미 본 바가 있어요.

00:29:53.746 --> 00:29:57.938
이제 중학교 때 봤었던 것을
여태까지 우리가 함수, 도형

00:29:58.038 --> 00:30:02.339
이런 차원에서 배웠던 걸
이용해서 해석을 하면서 한번

00:30:02.439 --> 00:30:04.203
그래프를 그려보도록 할게요.

00:30:04.303 --> 00:30:08.010
먼저 정의역을 찾아보겠습니다.

00:30:08.110 --> 00:30:10.082
정의역은 어떻게 나올까요?

00:30:10.182 --> 00:30:11.815
x분의 1이죠.

00:30:11.915 --> 00:30:13.704
분모가 0이 되면 안 된다고 했죠.

00:30:13.804 --> 00:30:18.178
그렇기 때문에 x가 0이 아닌
실수로 나오게 될 거예요.

00:30:18.278 --> 00:30:21.471
그러면 치역은 어떻게
나오게 될까요?

00:30:21.571 --> 00:30:24.446
공역은 그냥 실수 전체라고
할 수가 있을 텐데

00:30:24.546 --> 00:30:28.869
절대로 y가 가질 수
없는 값이 있을까요?

00:30:28.969 --> 00:30:30.875
얘 0 만들어줄 수 있나요?

00:30:30.975 --> 00:30:35.505
얘는 다르게 써보면 x, y
곱한 것이 1이라는 거예요.

00:30:35.605 --> 00:30:37.441
둘을 곱해서 1이 나왔습니다.

00:30:37.541 --> 00:30:41.043
그러니까 0으로 나누는 게 불가능한
이유가 이런 이유 때문이거든요.

00:30:41.143 --> 00:30:43.368
곱해서 1이 나왔어요.

00:30:43.468 --> 00:30:45.942
그러면 0일 수 있어요?

00:30:46.042 --> 00:30:49.385
0은 뭐든지 곱했을 때
0 만들어주는 애예요.

00:30:49.485 --> 00:30:51.045
그렇기 때문에 불가능합니다.

00:30:51.145 --> 00:30:54.116
마찬가지 맥락에서 y도
0이 될 수가 없어요.

00:30:54.216 --> 00:30:58.633
분자가 0이 되어야지만 이 분수식의
값이 0이 될 수가 있는데

00:30:58.733 --> 00:31:02.746
지금 분자가 1로 고정이
되어 있잖아요.

00:31:02.846 --> 00:31:06.823
그렇기 때문에 얘는 절대로 y의
값이 0이 될 수가 없습니다.

00:31:06.923 --> 00:31:12.356
그래서 치역은 y가 또 0이 아닌
실수가 된다고 이렇게 나오게 되고요.

00:31:12.456 --> 00:31:16.183

좀 대칭성을 파악
해보도록 할게요.

00:31:16.283 --> 00:31:18.606
y=x분의 1이었어요.

00:31:18.706 --> 00:31:22.494
여기에서 y하고 x하고
자리 바꿔보겠습니다.

00:31:22.594 --> 00:31:29.281
x=y분의 1이 되고, 이 식은 다르게
써 본다면 y=x분의 1과 같아지게 되죠.

00:31:29.381 --> 00:31:32.189
y랑 x랑 바꿨는데 그대로예요.

00:31:32.289 --> 00:31:38.463
y랑 x랑 바꾸는 것은 y=x에
대해서 대칭시키는 거거든요.

00:31:38.563 --> 00:31:45.421
대칭시키기 전과 대칭시킨 후의 식이
지금 관찰해 보니까 똑같아요.

00:31:45.521 --> 00:31:48.370
대칭시키기 전에
y=x분의 1이었고요.

00:31:48.470 --> 00:31:51.152
대칭시킨 후에도 x분의 1입니다.

00:31:51.252 --> 00:31:57.551
그렇다고 한다면 이거 자체가
y=x분의 1 자체가 y=x에 대해서

00:31:57.651 --> 00:31:59.461
대칭이었던 상태인 거죠.

00:31:59.561 --> 00:32:04.850
마찬가지로 y=x분의 1에다
y 대신에 -y를 대입하고

00:32:04.950 --> 00:32:07.906
x 대신에 -x를 대입해 볼게요.

00:32:08.006 --> 00:32:13.734
그럼 -y는 -x분의 1로 나오는데
이거는 y=x분의 1이라는 것으로

00:32:13.834 --> 00:32:15.701
나오게 되죠.
어때요?

00:32:15.801 --> 00:32:19.905
이거는 뭐에 대해서 대칭시키는
거냐면 x 대신에 -x 넣고

00:32:20.005 --> 00:32:23.424
y 대신에 -y 넣는 것이
원점 대칭시키는 것이었는데.

00:32:23.524 --> 00:32:27.010
원점 대칭시키기 전과
후가 똑같습니다.

00:32:27.110 --> 00:32:32.010
이렇게 똑같아진다는 것은 이 그래프
자체가 원점 대칭이었던 거예요.

00:32:32.110 --> 00:32:36.037
그러면 그런 거를 생각하면서
그래프를 직접 그려보도록 할게요.

00:32:36.137 --> 00:32:39.688
x가 1일 때 y값은 1입니다.

00:32:39.788 --> 00:32:41.374
(1, 1)을 지나요.

00:32:41.474 --> 00:32:43.304
2일 때의 y값은 얼마죠?

00:32:43.404 --> 00:32:44.914
2분의 1입니다.

00:32:45.014 --> 00:32:48.295
3일 때 값은 3분의 1이에요.

00:32:48.395 --> 00:32:50.669
4일 때의 y값은 4분의 1이에요.

00:32:50.769 --> 00:32:51.970
갈수록 어떻게 되죠?

00:32:52.070 --> 00:32:53.568
굉장히 작아지게 돼요.

00:32:53.668 --> 00:32:56.047
x가 만이 됐으면 만분의 1이고요.

00:32:56.147 --> 00:32:58.264
십만이 됐으면 십만분의 1이고요.

00:32:58.364 --> 00:33:02.316
굉장히 굉장히 작아지는데
점점점 어떻게 되죠?

00:33:02.416 --> 00:33:05.645
점점점 0으로 가게 돼요.

00:33:05.745 --> 00:33:10.885
y의 값이 점점점 0으로 가는데
y가 0은 될 수 있다고 했나요?

00:33:10.985 --> 00:33:15.908
0이 되는 것은 불가능하지만 점점점
0으로 다가가고 있습니다.

00:33:16.008 --> 00:33:21.161
그리고 x가 이제 한없이
작아진다고 생각해 봅시다.

00:33:21.261 --> 00:33:25.051
x가 2분의 1이라고 할 때는
y의 값이 2가 돼요.

00:33:25.151 --> 00:33:28.100
x가 2분의 1 나왔으면
2분의 1분의 2 해주면

00:33:28.200 --> 00:33:30.254
x가 3분의 1이면 3이 나와요.

00:33:30.354 --> 00:33:33.394
x가 100분의 1이면
100으로 확 커져 버려요.

00:33:33.494 --> 00:33:35.054
점점 커지게 되죠.

00:33:35.154 --> 00:33:41.285
그러면서 얘네를 연결해주게 되면
이런 형태의 모양으로 나오게 돼요.

00:33:41.385 --> 00:33:44.600
그런데 얘가 누구에 대해서
대칭이라고 했죠?

00:33:44.700 --> 00:33:47.244
y=x에 대해서 대칭이라고 했어요.

00:33:47.344 --> 00:33:53.728
y=x 그려놓고 나면 얘로 접었을 때
똑같이 겹치는 모양이 나온다는 거예요.

00:33:53.828 --> 00:33:56.915
x축으로 점점점
작아진다고 했잖아요.

00:33:57.015 --> 00:33:58.733
다가간다고 했잖아요.

00:33:58.833 --> 00:34:02.052
만분의 1, 십만분의 1,
천만분의 1 이렇게 가면서.

00:34:02.152 --> 00:34:06.873
이번에는 y축으로 점점점
이쪽으로 가면서 다가가게 돼요.

00:34:06.973 --> 00:34:11.232
x랑 y의 입장을 바꿔 놓고 생각해
보면 x가 y분의 1이잖아요.

00:34:11.332 --> 00:34:13.937
그림을 이렇게 해놓고 봤다고
생각을 하는 거예요.

00:34:14.037 --> 00:34:17.430
그러면 x랑 y랑 바꿔서 봤다고
생각해 보면 y가 커질수록

00:34:17.530 --> 00:34:19.371
x는 0으로 다가가는 거거든요.

00:34:19.471 --> 00:34:20.841
그래서 이렇게 가게 되고요.

00:34:20.941 --> 00:34:24.025
그리고 그래프가 원점에
대해서 대칭이라고 했어요.

00:34:24.125 --> 00:34:27.675
원점에 대해서 대칭이라면
여기 원점으로 돌렸을 때

00:34:27.775 --> 00:34:30.292
똑같은 모양의 그래프를
그릴 수가 있어요.

00:34:30.392 --> 00:34:34.053
당연한 것이 -1일 때
-1 나오게 되겠죠.

00:34:34.153 --> 00:34:38.675
x가 -1이면 y가 -1,
-2분의 1이면 -2.

00:34:38.775 --> 00:34:41.937
x가 -2였으면 y가 -2분의 1.

00:34:42.037 --> 00:34:45.341
이런 식으로 되면서 대칭적인
상황이 나오게 되고요.

00:34:45.441 --> 00:34:48.976
x, y 곱한 것이
1이거든요, 1.

00:34:49.076 --> 00:34:53.467
둘 곱했는데 1이라는
양수가 나왔어요.

00:34:53.567 --> 00:34:58.184
이렇게 둘을 곱한 결과가 양수라고
한다면 x가 0보다 클 때

00:34:58.284 --> 00:35:02.492
y가 0보다 크거나 x가 0보다
작고 y가 0보다 작아야 돼요.

00:35:02.592 --> 00:35:04.287
둘 다 0일 수는 없고요.

00:35:04.387 --> 00:35:08.195
그러니까 이렇게 x, y
둘 다 0보다 크다는 것은

00:35:08.295 --> 00:35:11.523
그래프의 위치가 1사분면에만
위치할 거라는 거예요.

00:35:11.623 --> 00:35:15.060

둘 다 0보다 작은 것은
3사분면에 위치한다는 것입니다.

00:35:15.160 --> 00:35:17.573
x가 0보다 클 때
y도 0보다 크고요.

00:35:17.673 --> 00:35:21.351
x가 0보다 작을 때는 y가
0보다 작아지게 됩니다.

00:35:21.451 --> 00:35:24.193
2사분면, 4사분면에는
그래프가 위치할 수 없어요.

00:35:24.293 --> 00:35:28.409
그래서 이렇게 기본적으로 그래프의
형태가 그려지게 됩니다.

00:35:28.509 --> 00:35:31.609
그러면 정의역, 치역을
살펴보았고요.

00:35:31.709 --> 00:35:36.056
그다음에 대칭성을 봤을 때 y=x에
대해서 대칭시키기 전과 후가

00:35:36.156 --> 00:35:39.402
똑같으니까 이 그래프 자체가
y=x 대칭이라는 거고요.

00:35:39.502 --> 00:35:43.862
원점 대칭시키기 전과 후가 똑같으니까
원점 대칭이 된다는 거고요.

00:35:43.962 --> 00:35:46.773
지금 제가 점점점
다가간다고 했습니다.

00:35:46.873 --> 00:36:00.916
x가 점점 커질 때, 한없이 커질 때
y=x분의 1의 그래프가

00:36:01.016 --> 00:36:03.099
어디로 다가갔죠?

00:36:03.199 --> 00:36:07.643
x축에 한없이 다가간다.

00:36:07.743 --> 00:36:14.666
이번에는 y가 한없이 커진다.

00:36:14.766 --> 00:36:20.829
그때 역시 y=x분의 1의
그래프는 어디로 다가갔죠?

00:36:20.929 --> 00:36:27.462
점점점 y축에 다가갔습니다.

00:36:27.562 --> 00:36:30.340
여기에 점점.

00:36:30.440 --> 00:36:35.334
그다음에 얘도 점점
y축에 다가간다.

00:36:35.434 --> 00:36:38.892
다가간다는 것은 근사하게 된다.

00:36:38.992 --> 00:36:43.282
뭔가 가까워진다, 근거리에
위치하게 된다는 것을 뜻해요.

00:36:43.382 --> 00:36:48.245
점점 다가가게 되는 축,
x축은 직선이죠.

00:36:48.345 --> 00:36:50.978
y축도 직선이죠.

00:36:51.078 --> 00:36:54.241
점점 다가가는 선이 됩니다.

00:36:54.341 --> 00:36:58.960
이런 선을 우리가 뭐라고
부르냐면 점근선이라고 불러요.

00:36:59.060 --> 00:37:04.783
이 그래프는 점점 x축과
y축으로 다가가게 돼요.

00:37:04.883 --> 00:37:07.145
x축, 즉 y=0.

00:37:07.245 --> 00:37:13.045
y축, x=0이라는 것이 이 그래프의
점근선이 된다고 표현을 합니다.

00:37:13.145 --> 00:37:15.873
그래서 얘네가 이렇게
점근선으로 나와요.

00:37:15.973 --> 00:37:20.529
그러면 지금은 제가 y=x분의
1의 그래프를 그렸거든요.

00:37:20.629 --> 00:37:26.138
여기에다 y=x분의 2의 그래프를
그린다고 생각을 해볼까요?

00:37:26.238 --> 00:37:29.430
그러면 얘네 다 똑같이 만족되겠죠.

00:37:29.530 --> 00:37:31.750
정의역 똑같고요.

00:37:31.850 --> 00:37:33.013
치역 똑같고요.

00:37:33.113 --> 00:37:36.284
x분의 2라고 할지라도
x가 0이 아닌 실수고요.

00:37:36.384 --> 00:37:38.228
y가 0이 아닌 실수가 되고요.

00:37:38.328 --> 00:37:45.765
그리고 x분의 2라고 할지라도
x는 y분의 1을 고쳐보면

00:37:45.865 --> 00:37:50.203
y=x분의 2가 되면서 원래 식이랑
똑같아서 y=x 대칭이 돼요.

00:37:50.303 --> 00:37:52.321
그리고 원점 대칭이기도 해요.

00:37:52.421 --> 00:37:57.827
여기가 2일뿐만 아니라 x분의 k라고
일반적인 어떤 상수가 들어갔다고

00:37:57.927 --> 00:38:01.152
생각을 해보더라도 식의
모양에 변함이 없어요.

00:38:01.252 --> 00:38:03.028
y=x에 대해서 대칭이고요.

00:38:03.128 --> 00:38:06.850
여기도 k가 그냥 일반적으로
들어갔다고 했을 때

00:38:06.950 --> 00:38:09.545
그대로 원점 대칭이라는
걸 알 수가 있고.

00:38:09.645 --> 00:38:13.161
그냥 어떤 실수 k가 들어갔다고
할지라도 0만 아니면,

00:38:13.261 --> 00:38:16.776
이 k 자체가 0만 아니면
정의역의 x가 0이 아닌 실수.

00:38:16.876 --> 00:38:19.487
치역은 y가 0이 아닌 실수로
똑같이 나오게 돼요.

00:38:19.587 --> 00:38:22.738
대칭성도 갖고, 정의역,
치역도 똑같습니다.

00:38:22.838 --> 00:38:24.723
점근선도 똑같아요.

00:38:24.823 --> 00:38:26.519
점점 하나씩 다가가겠죠.

00:38:26.619 --> 00:38:29.666
y=x분의 천만이라는
걸 생각을 해보세요.

00:38:29.766 --> 00:38:33.423

아무리 여기가 컸다고 할지라도
x는 더 커질 수 있어요.

00:38:33.523 --> 00:38:35.315
점점 확 커질 수 있어요.

00:38:35.415 --> 00:38:38.295
천만의 천만제곱만큼으로
커질 수 있거든요.

00:38:38.395 --> 00:38:41.311
그러면 점점 0으로 다가가는
것이 맞아서 점근선도

00:38:41.411 --> 00:38:42.667
똑같이 가지게 됩니다.

00:38:42.767 --> 00:38:44.331
그러면 뭐만 달라질까요?

00:38:44.431 --> 00:38:49.089
다른 거는 다 똑같은데 어떤 것만
달라지냐면 높이만 달라지게 돼요.

00:38:49.189 --> 00:38:55.807
1일 때 만약에 우리가
y=x분의 2를 그린다고 한다면

00:38:55.907 --> 00:38:57.724
1일 때의 값이 2가 나오죠.

00:38:57.777 --> 00:39:01.279
2일 때는 대입해 보면
1이 나오게 되겠죠.

00:39:01.379 --> 00:39:04.734
이런 식으로 이렇게 그래프가
나오게 되면서 이제

00:39:04.834 --> 00:39:11.107
여기에 점근선 그대로 x축, y축
점근선이 되고, 원점 대칭이고,

00:39:11.207 --> 00:39:15.491
y=x 대칭인 것은 똑같고,
정의역 x=0인 거 빠지고,

00:39:15.591 --> 00:39:20.098
치역에서 y=0인 거 빠지는 거는
맞는데 그래프가 원점에서 좀 더

00:39:20.198 --> 00:39:24.762
멀어지는 형태로 더 높은 곳에
위치하게 된다고 아시면 되고요.

00:39:24.862 --> 00:39:30.190
그러면 일반적인 y=x분의 k의
그래프의 입장에서 생각을 했을 때

00:39:30.290 --> 00:39:34.627
제가 k라고 할지라도 이 성질들이

다 그대로 성립한다고 했잖아요.

00:39:34.727 --> 00:39:37.070
그런데 이제 뭐만 달라지느냐.

00:39:37.170 --> 00:39:41.898
여기 k가 양수일 경우에는 그래프가
1사분면, 3사분면에 있어요.

00:39:41.998 --> 00:39:44.889
만약에 k가 음수라면
어떻게 될까요?

00:39:44.989 --> 00:39:47.052
x하고 y의 범위가 다르거든요.

00:39:47.152 --> 00:39:48.436
그 부호가 다르거든요.

00:39:48.536 --> 00:39:51.276
이제 k가 음수인 경우에
그래프를 그려본다면

00:39:51.376 --> 00:39:54.853
예를 들어서 y=-x분의
1의 그래프를 그린다면

00:39:54.953 --> 00:39:57.755
x가 1일 때 y값이 -1이 돼요.

00:39:57.855 --> 00:40:00.000
2일 때는 -2분의 1이 되고요.

00:40:00.100 --> 00:40:02.831
그리고 그래프의 위치
관계로 생각을 했을 때

00:40:02.931 --> 00:40:06.547
x 대신에 -x를 넣은
거랑 마찬가지가 되거든요.

00:40:06.647 --> 00:40:10.354
예를 y축에 대칭시킨
형태로 그래프가 나오면서

00:40:10.454 --> 00:40:13.078
2사분면과 4사분면에
위치하게 되는 것.

00:40:13.178 --> 00:40:17.200
k가 0보다 작을 때는 이렇게
2사분면, 4사분면에 위치하게 되면서

00:40:17.300 --> 00:40:21.437
역시 k의 절댓값이 커지면
원점에서 멀어지게 됩니다.

00:40:21.537 --> 00:40:24.131
그래서 이렇게 그래프가
생기는 거예요.

00:40:24.231 --> 00:40:27.495
k가 0보다 클 때,
xy가 k가 된다.

00:40:27.595 --> 00:40:32.598
둘의 부호가 똑같은 것이니까 1사분면과
3사분면의 그래프 위치하면서

00:40:32.698 --> 00:40:35.094
k의 값이 커짐에 따라
점점 멀어지게 되고.

00:40:35.194 --> 00:40:40.422
그런데 y=x 대칭이고, 원점 대칭이고,
점근선 x축, y축 가지게 되면서

00:40:40.522 --> 00:40:45.373
x가 0인 것과 y가 0인 것 각각
정의역, 치역에서 빠진 것 보이시죠?

00:40:45.473 --> 00:40:49.122
k가 0보다 작으면 둘의 부호가
서로 다르니까 그래프가

00:40:49.222 --> 00:40:51.263
2사분면, 4사분면에 위치해요.

00:40:51.363 --> 00:40:54.007
여전히 y=x에 대해서 대칭이고요.

00:40:54.107 --> 00:40:57.313
그다음에 y=-x에
대해서도 대칭입니다.

00:40:57.413 --> 00:41:01.115
둘 다 아까 우리 y랑
x랑 자리 바꿔서 넣었는데

00:41:01.215 --> 00:41:07.053
y 대신에 -x, x 대신에 -y를
넣는다고 해도 결과가 똑같으니까

00:41:07.153 --> 00:41:10.489
이제 y=-x에 대해서도
대칭으로 나오게 되고요.

00:41:10.589 --> 00:41:13.728
그러면서 원점 대칭이고,
k의 절댓값이 클수록

00:41:13.828 --> 00:41:17.725
k가 -1일 때, -2일 때,
-3일 때 이렇게 가면서

00:41:17.825 --> 00:41:21.242
점점 원점에서 멀어지는 형태의
그래프가 나오게 돼요.

00:41:21.342 --> 00:41:24.550
지금까지 설명드린 거를
정리해 보도록 하겠습니다.

00:41:24.650 --> 00:41:30.846
함수 y=x분의 k의 그래프의 성질을
보면 정의역과 치역은 뭐를 제외한?

00:41:30.946 --> 00:41:33.550
0을 제외한 실수 전체의
집합이 되고요.

00:41:33.650 --> 00:41:34.845
어디에 대해서 대칭?

00:41:34.945 --> 00:41:38.395
점 대칭은 원점에
대해서 대칭입니다.

00:41:38.495 --> 00:41:40.693
x축, y축을 점근선으로
갖는다고 했어요.

00:41:40.793 --> 00:41:44.981
점근선이라는 것은 곡선 위의 점이
어떤 직선에 한없이 가까워질 때

00:41:45.081 --> 00:41:47.384
이 직선을 곡선의
점근선이라고 합니다.

00:41:47.484 --> 00:41:49.533
x가 한없이 커짐에 따라
x축에 다가갔고요.

00:41:49.633 --> 00:41:54.296
y는 한없이 커짐에 따라서
y축에 다가갔었어요.

00:41:54.396 --> 00:41:56.807
그래서 이렇게 x축과
y축이 점근선이 되고요.

00:41:56.907 --> 00:42:01.413
k가 0보다 크면 둘의 부호가 같아야
되니까 1사분면, 3사분면에.

00:42:01.513 --> 00:42:04.517
0보다 작으면 2사분면,
4사분면에 있다는 거예요.

00:42:04.617 --> 00:42:07.911
그리고 절댓값이 커지면
원점에서 멀어지게 되고.

00:42:08.011 --> 00:42:10.453
직선 y=x와 그다음에 점.

00:42:10.553 --> 00:42:14.938
직선, 여기 점이라는 게 왜 있죠?

00:42:15.038 --> 00:42:20.583
직선 y=x와 그다음에 y=-x에
대하여 대칭이라고 하는 것을

00:42:20.683 --> 00:42:22.081
알 수가 있어요.

00:42:22.181 --> 00:42:24.074
아까 우리 식으로 보여드렸었죠.

00:42:24.174 --> 00:42:28.715
그래서 이렇게 대칭인 모양 나오게
되면서 여기 설명 쭉 드렸으니까

00:42:28.815 --> 00:42:32.860
다시 한번 참고해 보시면서 내용
정리를 해주시면 되겠어요.

00:42:32.960 --> 00:42:34.318
이게 기본이에요.

00:42:34.418 --> 00:42:38.219
y=x분의 k의 그래프의 성질에
아주 기본 중에 기본이고요.

00:42:38.319 --> 00:42:41.985
이거를 알고 있어야지만
이제 더 복잡하게

00:42:42.085 --> 00:42:46.096
전개가 되는 유리함수의 다양한
그래프를 그려줄 수가 있습니다.

00:42:46.196 --> 00:42:48.242
얘 그래프 한번 그려볼까요?

00:42:48.342 --> 00:42:51.327
2x분의 1 어떻게
그릴 수가 있을까요?

00:42:51.427 --> 00:42:54.087
기본적으로 몇 사분면에 위치하죠?

00:42:54.187 --> 00:42:58.674
k에 해당하는 값이 지금
x분의 2분의 1이에요.

00:42:58.774 --> 00:43:01.963
그렇기 때문에 양수여서 1사분면,
4사분면에 위치해요.

00:43:02.063 --> 00:43:05.291
x가 1일 때의 값이
2분의 1이죠.

00:43:05.391 --> 00:43:08.580
2일 때의 값이 4분의
1로 나오게 되죠.

00:43:08.680 --> 00:43:12.352
그러면서 굉장히 이렇게 낮게
x축, y축에 가까이 오게 되는

00:43:12.452 --> 00:43:14.281

이런 형태의 그래프가 그려진다.

00:43:14.381 --> 00:43:20.445
역시 원점 대칭, y=x 대칭, y=-x
대칭, x축, y축, 점근선 나오는 거

00:43:20.545 --> 00:43:21.936
확인하실 수 있고.

00:43:22.036 --> 00:43:25.127
이거 같은 경우는 이거랑
상대적으로 비교했을 때

00:43:25.227 --> 00:43:30.100
조금 더 원점에서 멀어진 형태가 되면서
x축, y축이 점근선이 되고요.

00:43:30.200 --> 00:43:34.229
y=x랑 -x에 대칭적인
형태로 나오게 되면서.

00:43:34.329 --> 00:43:38.427
그리고 2사분면과 4사분면에
그래프가 위치하게 되는 것이죠.

00:43:38.546 --> 00:43:40.999
둘의 부호가 서로 다른 상황이에요.

00:43:41.099 --> 00:43:47.836
-2가 되었다는 것은 이제 둘의 부호가
곱해서 음수가 되는 상황이니까

00:43:47.936 --> 00:43:50.481
x가 0보다 클 때는
y가 0보다 작고,

00:43:50.581 --> 00:43:54.816
x가 0보다 작을 때는 y가 0보다
크고라는 상황으로 나오죠.

00:43:54.916 --> 00:43:59.709
그럼 이제 이 x분의
k라는 그래프.

00:43:59.809 --> 00:44:02.986
기본적으로 우리가 여기에서
성질을 살펴보았는데요.

00:44:03.086 --> 00:44:06.975
이거를 응용을 해서 이제
좀 더 복잡하게 나오는

00:44:07.075 --> 00:44:10.205
표준적인 형태의 유리함수의
그래프를 그려볼 거예요.

00:44:10.305 --> 00:44:11.365
이게 기본입니다.

00:44:11.465 --> 00:44:14.261
그러니까 제가 계속 여기에서 떠나지를

못하고, 지우지 못하고 있죠.

00:44:14.361 --> 00:44:16.334
여러분이 혹시 잊어버리실까 봐.

00:44:16.434 --> 00:44:18.061
이거 다 적어 놓으셔야 돼요.

00:44:18.161 --> 00:44:19.372
눈으로 다 찍어 놓으셨죠?

00:44:19.472 --> 00:44:20.336
잊지 마시고요.

00:44:20.436 --> 00:44:23.126
이런 성질들 이거를 바탕으로
다른 그래프들을 그릴 거예요.

00:44:23.226 --> 00:44:24.236
이게 다예요.

00:44:24.336 --> 00:44:27.540
이거 다음에는 그냥 거의 막
평행이동만 하는 거예요.

00:44:27.640 --> 00:44:29.116
그러니까 얘를 기본으로 아셔야.

00:44:29.216 --> 00:44:30.598
지우니까 아까운데, 뭔가.

00:44:30.698 --> 00:44:31.857
다 아시죠?

00:44:31.957 --> 00:44:34.842
저는 지우지만 여러분은 돌려서
다시 보실 수 있습니다.

00:44:34.942 --> 00:44:40.509
그래서 유리함수 x-p분의 k+q
이거의 그래프를 볼 거예요.

00:44:40.609 --> 00:44:45.187
얘는 x분의 k 그래프 알고
있으면 공짜로 얻어집니다.

00:44:45.287 --> 00:44:46.912
어떻게 한 건가요?

00:44:47.012 --> 00:44:49.127
x 대신에 x-p가 들어갔어요.

00:44:49.227 --> 00:44:53.173
얘랑 비교해서 봤을 때 y 자리에
얘를 옮겨서 생각해 보면

00:44:53.273 --> 00:44:55.243
y-q가 들어간 거거든요.

00:44:55.343 --> 00:44:57.547
y 대신에 y-q를 넣은 거예요.

00:44:57.647 --> 00:45:01.975
그렇기 때문에 x축의 방향으로
이 그래프를 p만큼,

00:45:02.075 --> 00:45:05.241
y축의 방향으로 q만큼
평행이동한 거네요.

00:45:05.341 --> 00:45:07.314
완전 쉬워요, 그러면.

00:45:07.414 --> 00:45:14.028
예를 들어서 y=x-2분의 1+3
이거를 생각을 해보겠습니다.

00:45:14.128 --> 00:45:18.322
얘는 y=x분의 1을
어떻게 이동을 한 거죠?

00:45:18.422 --> 00:45:24.747
x축의 방향으로 2만큼, y축의
방향으로 3만큼 평행이동했다는 거예요.

00:45:24.847 --> 00:45:30.656
x 대신에 x-2, y 대신에
y-3이 들어간 형태이니까

00:45:30.756 --> 00:45:32.777
이렇게 평행이동이 된 거죠.

00:45:32.877 --> 00:45:37.092
그러면 원래 x분의 1의
그래프가 어떻게 생겼었냐면

00:45:37.192 --> 00:45:39.048
이렇게 이렇게 나왔었어요.

00:45:39.148 --> 00:45:45.638
x축, y축이 점근선, y=x와
-x 원점 대칭 이렇게 나왔는데

00:45:45.738 --> 00:45:49.974
이거를 x축 2, y축 3만큼
평행이동하는데 잘 보세요.

00:45:50.074 --> 00:45:55.866
평행이동시킬 때 그냥 2만큼,
3만큼 해서 평행이동 찍찍 그으면

00:45:55.966 --> 00:45:57.988
너무 알아보기가 어려워요.

00:45:58.088 --> 00:46:01.888
누군가를 기준으로 얘는
움직이고 있습니다.

00:46:01.988 --> 00:46:06.385
제가 계속 강조해서 그래프를 그릴
때마다 y=x 대신 -x 대칭,

00:46:06.485 --> 00:46:10.676
그다음에 원점 대칭, 점근선
이렇게 갔던 거 있었죠.

00:46:10.776 --> 00:46:13.300
대칭성은 그렇게 중요하지는 않아요.

00:46:13.400 --> 00:46:16.219
y=x, y=-x는 나중에
확인을 하면 되고요.

00:46:16.319 --> 00:46:19.883
같이 움직이는 거는
원점이랑 점근선.

00:46:19.983 --> 00:46:21.190
같이 가면 돼요.

00:46:21.290 --> 00:46:26.256
특히 점근선,
마침 이 점근선이 축이었잖아요.

00:46:26.356 --> 00:46:28.302
x축, y축이었잖아요.

00:46:28.402 --> 00:46:31.300
이 축의 역할을 하는 게 같이
평행이동을 하는 거예요.

00:46:31.400 --> 00:46:36.907
그렇기 때문에 이 y축을 x축
방향으로 이만큼 평행이동해서

00:46:37.007 --> 00:46:39.703
x=2라는 것이 새로운
점근선이 되고,

00:46:39.803 --> 00:46:42.621
y=3이라는 것이 새로운
점근선이 돼요.

00:46:42.721 --> 00:46:46.539
이게 점근선이니까 내가
이것의 그래프를 그릴 때

00:46:46.639 --> 00:46:51.285
여기에 점점 다가가는 형태로 이런
식으로, 이런 식으로 그려주면 되고.

00:46:51.385 --> 00:46:54.025
그래프에 대한 예의.

00:46:54.125 --> 00:46:58.597
축과 만나는 부분이 생겼다면 여기가
뭔지만 잘 표시를 해주면 됩니다.

00:46:58.697 --> 00:47:04.880
x절편에 해당하는 건 x-2분의
1+3이 0될 때의 값이죠.

00:47:04.980 --> 00:47:11.804

그러면 x-2분의 1이 -3일 때의
값이니까 x-2가 -3분의 1인 것이고.

00:47:11.904 --> 00:47:17.140
그러면 x가 3분의 5가 된다는
거 표시를 해주시면 되고요.

00:47:17.240 --> 00:47:21.349
x에다 0 넣었을 때의 값이
여기의 값이 되겠죠, y값.

00:47:21.449 --> 00:47:26.544
그러면 3-2분의 1에 해당하는
것이니까 여기 3분의 5로 나오나요?

00:47:26.644 --> 00:47:31.945
또 3-2분의 1 해주면 2분의 6에서
2분의 1 빼준 거니까 2분의 5가 된다.

00:47:32.045 --> 00:47:36.873
이렇게 절편만 잘 표시해주고 이런
식으로 그림을 그려주면 되는 거예요.

00:47:36.973 --> 00:47:40.274
그러면 그래프 그리는 거
다 할 수 있겠죠?

00:47:40.374 --> 00:47:44.831
점근선이 어디로 가는지 표시를
잘 해주면 된다는 거죠.

00:47:44.931 --> 00:47:47.411
그러면 이 그래프 한번
분석을 해보도록 할게요.

00:47:47.511 --> 00:47:50.468
얘를 그대로 평행이동하면
된다고 했습니다.

00:47:50.568 --> 00:47:52.969
그랬을 때 이거의 그래프 분석.

00:47:53.069 --> 00:47:57.899
아까 각각 확인해봤었던 정의역,
치역, 대칭성 얘는 어떻게 될지를

00:47:57.999 --> 00:48:01.895
가만히 살펴보면 점근선이
같이 이동을 한다고 했어요.

00:48:01.995 --> 00:48:04.848
평행이동하면서 원래 x축,
y축 역할을 했던 게

00:48:04.948 --> 00:48:10.186
만약에 p가 양수여서 이만큼 갔고,
q가 음수여서 이만큼 점근선이

00:48:10.286 --> 00:48:12.519
이동했다고 생각을 해보겠습니다.

00:48:12.619 --> 00:48:15.668
k가 0보다 큰 경우였다고
생각을 해볼게요.

00:48:15.768 --> 00:48:18.944
그러면 그래프가 이런 식으로
그려지게 되는 거예요.

00:48:19.044 --> 00:48:22.481
k가 만약에 0보다
작았다고 한다면 원래

00:48:22.581 --> 00:48:25.906
2사분면, 4사분면에 있었던
것이 같이 이동을 하는 거죠.

00:48:26.006 --> 00:48:29.106
얘를 마치 새로운 축으로
해서 상대적으로 위치가

00:48:29.206 --> 00:48:32.871
2사분면, 4사분면 이 축,
새로 생긴 축에 대해서

00:48:32.971 --> 00:48:35.972
2사분면, 4사분면에 위치하도록
그려주면 되는 거죠.

00:48:36.072 --> 00:48:38.721
그러면 정의역은 어떻게
정리가 될까요?

00:48:38.821 --> 00:48:41.076
아까 x가 0이 아닌 것이었는데.

00:48:41.176 --> 00:48:46.141
p만큼 이동했으니까 역시
정의역도 p만큼 평행이동해서

00:48:46.241 --> 00:48:50.053
x가 p인 것만 제외한
나머지 실수가 되는 거죠.

00:48:50.153 --> 00:48:51.241
그리고 실제로 보면 그렇죠.

00:48:51.341 --> 00:48:53.182
분모에 p가 들어갈 때 0이 돼요.

00:48:53.282 --> 00:48:55.192
그러니까 그거 안 되고요.

00:48:55.292 --> 00:49:00.510
치역은 이제 원래 y=0인 걸
제외했었는데 그게 이동했어요.

00:49:00.610 --> 00:49:05.229
q만큼 이동했으니까 y가 q가
아닌 모든 실수로 나오게 되죠.

00:49:05.329 --> 00:49:09.470

그리고 실제로 식으로 분석을 해보면
여기가 0이 될 방법이 없어요.

00:49:09.570 --> 00:49:11.483
y가 q가 될 수가 없습니다.

00:49:11.583 --> 00:49:13.921
이거는 어느 점에
대해서 대칭일까요?

00:49:14.021 --> 00:49:17.327
(p, q)에 대해서
대칭으로 나오게 되겠죠.

00:49:17.427 --> 00:49:21.415
원래 함수가 원점 대칭이었는데
그것이 원점 대칭이었던 게

00:49:21.515 --> 00:49:23.462
p, q만큼 이동을 했어요.

00:49:23.562 --> 00:49:26.665
그렇기 때문에 점
(p, q)에 대해서 대칭이고요.

00:49:26.765 --> 00:49:28.773
이제 점근선이 무엇이 되느냐.

00:49:28.873 --> 00:49:30.545
x=p, y=q.

00:49:30.645 --> 00:49:34.354
원래 x=0, y=0이었던
것이 같이 평행이동하니까

00:49:34.454 --> 00:49:36.923
x=p, y=q로 가게 됩니다.

00:49:37.023 --> 00:49:39.822
한마디로 분모가 0
되도록 하는 곳 있죠?

00:49:39.922 --> 00:49:41.214
그게 점근선이에요.

00:49:41.314 --> 00:49:45.778
그리고 여기 x에 대한 일차식
분의 상수 나오고 뜯어서 나오는.

00:49:45.878 --> 00:49:48.523
그러니까 이게 점점점 0으로
다가가서 나오게 되는

00:49:48.623 --> 00:49:51.331
상수 부분에 해당하는 것.

00:49:51.431 --> 00:49:55.154
그것이 y에 대한 점근선으로
오게 되는 거죠.

00:49:55.254 --> 00:49:58.211

역시 절댓값 k가 커지면 그래프는
아까는 원점을 기준으로 해서

00:49:58.311 --> 00:50:02.180
멀어졌던 것이 이제
(p, q)로부터 멀어지게 됩니다.

00:50:02.280 --> 00:50:06.279
그래서 아까의 그 x분의 k, 제가
왜 그렇게 강조했는지 알겠죠?

00:50:06.379 --> 00:50:10.408
그것이 기본이 되었던 것을 그대로
평행이동해서 이런 그래프를

00:50:10.508 --> 00:50:11.518
그릴 수가 있게 되었어요.

00:50:11.618 --> 00:50:17.081
그래서 그래프 예쁘게 그려준 결과
이런 식으로 나오게 되는 거고요.

00:50:17.181 --> 00:50:22.435
예를 들어서 이런 그래프는 y는
어디를 기본으로 움직이게 될까요?

00:50:22.535 --> 00:50:23.925
여기 상수가 2예요.

00:50:24.025 --> 00:50:27.991
x분의 2의 그래프를 x축의 방향으로
3, y축의 방향으로 5만큼

00:50:28.091 --> 00:50:30.115
평행이동해서 그리면 된다는 거죠.

00:50:30.215 --> 00:50:34.219
점근선이 x=3,
y=5로 나오게 됩니다.

00:50:34.319 --> 00:50:37.848
그래서 이걸 새로운 점근선으로
해서 x=3, y=5.

00:50:37.948 --> 00:50:40.565
여기가 새로운 점근선이고.

00:50:40.665 --> 00:50:42.914
그다음에 방향은 어디로 가겠어요?

00:50:43.014 --> 00:50:46.390
원래 x분의 2가 1사분면,
3사분면에 그려졌었죠.

00:50:46.490 --> 00:50:50.768
그게 그대로 이동하니까 얘를 새로운
점근선처럼, 축처럼 생각했을 때

00:50:50.868 --> 00:50:55.886
상대적으로 여기에 1사분면과 3사분면에
위치하도록 그려주게 되면서

00:50:55.986 --> 00:51:00.308
절편이 무엇인지만 예의상 잘
표시를 해주면 된다는 거예요.

00:51:00.408 --> 00:51:04.990
그럼 예를 들어서
y=x+a분의 b+c.

00:51:05.090 --> 00:51:08.439
보자마자 점근선을
찾을 수가 있습니다.

00:51:08.539 --> 00:51:10.646
점근선.

00:51:10.746 --> 00:51:15.217
x 대신 x+a가 들어간
것이니까 x가 -a.

00:51:15.317 --> 00:51:17.782
y 대신에 y-c가 들어갔어요.

00:51:17.882 --> 00:51:19.733
y=c가 점근선이라는 거죠.

00:51:19.833 --> 00:51:24.690
x분의 k에서 x 대신에 뭐가 들어갔고,
y 대신에 뭐가 들어갔느냐라는 걸

00:51:24.790 --> 00:51:26.377
살펴보는 게 원래 원리고요.

00:51:26.477 --> 00:51:30.484
가만히 보니까 분모가 0 되도록 하는
x의 값이 점근선이라는 거예요.

00:51:30.584 --> 00:51:35.561
그리고 이렇게 일차식 분의 상수에
해당하는 식 제외하고 남은

00:51:35.661 --> 00:51:39.455
상수 부분, 그것이 바로 y의
점근선으로 나오게 됩니다.

00:51:39.555 --> 00:51:42.459
그렇게 되는 건 나중에
여러분이 극한이라는 걸 배우면

00:51:42.559 --> 00:51:43.657
더 정확히 알 수가 있는데.

00:51:43.757 --> 00:51:45.911
x가 엄청 커진다고
생각을 하는 거예요.

00:51:46.011 --> 00:51:48.826
엄청 커진 것 분의 상수는
점점 0으로 다가가죠.

00:51:48.926 --> 00:51:50.499

그러고 나면 남는 것은 c.

00:51:50.599 --> 00:51:54.072
이렇게 점근선 y=c만
남게 되는 것이죠.

00:51:54.172 --> 00:51:59.497
그런데 여기 그림을 보니까
x 점근선이 뭔가요?

00:51:59.597 --> 00:52:01.211
여기죠, 점근선.

00:52:01.311 --> 00:52:02.679
x 점근선이 뭔가요?

00:52:02.779 --> 00:52:03.724
-4죠.

00:52:03.824 --> 00:52:08.415
그래서 이 -a에 해당하는
것이 -4로 나오게 되고요.

00:52:08.515 --> 00:52:11.424
y 점근선 여기 보니까
2로 나와 있죠.

00:52:11.524 --> 00:52:13.177
그래서 c가 2가 됩니다.

00:52:13.277 --> 00:52:18.312
그러면 a하고 c의 값을
찾는다면 y= 하고 적었을 때

00:52:18.412 --> 00:52:23.526
x+4분의 b에다 +2라고
식이 나오게 되었는데

00:52:23.626 --> 00:52:28.089
이제 b의 값을 찾으려면
뭔가 우리가 함수에서

00:52:28.189 --> 00:52:30.291
미지수를 찾는 기본적인 방법.

00:52:30.391 --> 00:52:33.758
지나는 점이 혹시 뭐가
있는지를 확인을 해보니까

00:52:33.858 --> 00:52:37.793
여기 y축과 4에서 만나고 있어요.

00:52:37.893 --> 00:52:39.923
x가 0일 때 y 값이 4죠.

00:52:40.023 --> 00:52:44.581
x에다 0을 대입해 보면 절편을
찾아 본다면 0 대입했을 때

00:52:44.681 --> 00:52:50.930
4분의 b+2가 4가 된다고 나와

있으니까 4분의 b가 2가 되면서

00:52:51.030 --> 00:52:52.788
b는 8이라고 찾을 수가 있죠.

00:52:52.888 --> 00:52:58.987
a=4, b=8, c=2가 되었기 때문에
전부 다 더한 값 구하라고 했어요.

00:52:59.087 --> 00:53:00.956
14로 나오게 되겠죠.

00:53:01.056 --> 00:53:02.589
이렇게 값을 찾을 수가 있고요.

00:53:02.689 --> 00:53:07.541
이번에는 이 그래프를 x축의 방향으로
2만큼, y축의 방향으로 -3만큼

00:53:07.641 --> 00:53:09.156
평행이동을 했대요.

00:53:09.256 --> 00:53:15.618
그러면 x축의 방향으로 2만큼, y축의
방향으로 -3만큼 평행이동한다.

00:53:15.718 --> 00:53:20.055
쭉 갔더니 얘가 x분의 3이랑
같아지게 되었다는 거예요.

00:53:20.155 --> 00:53:26.042
그러면 x-2의 값이 0이 되는 거고,
c-3의 값이 0이 되는 거고,

00:53:26.142 --> 00:53:28.558
이 b 어디에서 출발한 거냐.

00:53:28.658 --> 00:53:30.675
바로 3으로 나오게 되는 거죠.

00:53:30.775 --> 00:53:36.471
그래서 a가 2, b가 3, c가 3
이렇게 돼서 셋을 더해서 8이 된다고

00:53:36.571 --> 00:53:37.883
찾을 수 있습니다.

00:53:37.983 --> 00:53:40.948
얘의 그래프를 어떻게 거꾸로
이동시켰는가라고 생각을 해보면

00:53:41.048 --> 00:53:43.961
사실 다시 거꾸로 역으로
찾아가게 될 수도 있어요.

00:53:44.061 --> 00:53:48.706
x축의 방향으로 2만큼, -3만큼
평행이동해서 이게 되었다.

00:53:48.806 --> 00:53:52.355
그러면 여기에서 저기로 가려면

x축의 방향으로 -2만큼,

00:53:52.455 --> 00:53:56.170
y축의 방향으로 3만큼
평행이동해주면 되는 거잖아요.

00:53:56.270 --> 00:54:00.631
이게 내가 찾아야 되는 저 a, b,
c 해당하는 수로 바로 나오는 거죠.

00:54:00.731 --> 00:54:02.932
a, b, c에 해당하는 값입니다.

00:54:03.032 --> 00:54:06.417
거꾸로 평행이동시켜도 되고,
저걸 평행이동시켜서

00:54:06.517 --> 00:54:08.828
이거랑 같다고 해서 풀어도 되고요.

00:54:08.928 --> 00:54:11.507
여러분 편한 방식으로
보시면 되겠어요.

00:54:11.607 --> 00:54:17.539
그럼 이제 보다 일반적인 유리함수의
그래프를 그려보도록 하겠습니다.

00:54:17.639 --> 00:54:23.405
보다 일반적이라는 게 아까는 우리가
y=x분의 k에서 출발을 했어요.

00:54:23.505 --> 00:54:28.089
그래서 이 x분의 k를 그린 다음에
이걸 x축의 방향으로 p만큼,

00:54:28.189 --> 00:54:35.097
y축의 방향으로 q만큼 평행이동을
했더니 y=x-p분의 k+q라는

00:54:35.197 --> 00:54:37.308
형태가 되었다고 나왔거든요.

00:54:37.408 --> 00:54:39.854
이게 기본형이에요.

00:54:39.954 --> 00:54:42.667
아주 기본적인 기본이
되었던 형태이고.

00:54:42.767 --> 00:54:45.383
얘가 이제 표준적인 형태입니다.

00:54:45.483 --> 00:54:48.065
그런데 우리가 유리함수라고 한다면

00:54:48.165 --> 00:54:52.032
항상 이렇게 일차식 분의
상수+상수가 나오게 될 것인가.

00:54:52.132 --> 00:54:53.417

아니거든요.

00:54:53.517 --> 00:54:55.134
유리식이 뭐라고 했어요?

00:54:55.234 --> 00:54:56.874
다항식 분의 다항식이라고 했습니다.

00:54:56.974 --> 00:54:59.176
그리고 우리의 학습목표를 보시면요.

00:54:59.276 --> 00:55:01.085
성취 기준을 보시면요.

00:55:01.185 --> 00:55:03.594
유리함수의 성취 기준에
뭐라고 되어 있냐면

00:55:03.694 --> 00:55:09.743
y=ax+b분의 cx+d로 표현이
되는 이 함수의 그래프를

00:55:09.843 --> 00:55:11.520
그릴 수 있다고 되어 있습니다.

00:55:11.620 --> 00:55:14.212
이거보다 더 복잡한 식은
다루지 않을 거예요.

00:55:14.312 --> 00:55:19.339
그런데 기본적으로 일차식 분의
일차식이 우리가 이제 다루고자 하는

00:55:19.439 --> 00:55:21.830
궁극적인 목표가 되는 식이에요.

00:55:21.930 --> 00:55:26.423
그래서 이거의 그래프를 어떻게
그릴 수 있느냐라는 것을 보는 건데.

00:55:26.523 --> 00:55:30.734
제가 그리고 이게 우리의 그냥
그야말로 최종 목표라고 했죠.

00:55:30.834 --> 00:55:33.362
유리함수에서 제일 중요한
것은 이런 그래프를

00:55:33.462 --> 00:55:34.931
잘 그릴 수 있는
것이라고 했습니다.

00:55:35.031 --> 00:55:37.316
얘의 그래프는 어떻게
그릴 수 있을까요?

00:55:37.416 --> 00:55:41.541
이게 일반적인 형태라고 했는데
우리 이차함수에서도 일반형으로

00:55:41.641 --> 00:55:44.695

식이 주어져 있을 때
어떻게 그래프 그렸어요?

00:55:44.795 --> 00:55:46.500
표준형으로 바꿔서 그렸죠.

00:55:46.600 --> 00:55:48.784
얘도 표준형으로 바꿔서
그리도록 하겠습니다.

00:55:48.884 --> 00:55:51.287
기본형을 평행이동한
게 표준형이고요.

00:55:51.387 --> 00:55:55.175
일반형으로 나와 있다고 한다면
이 식을 이런 식으로

00:55:55.275 --> 00:55:57.105
변형을 해주는 거예요.

00:55:57.205 --> 00:56:00.229
이런 식으로 변형한다는
것은 무슨 뜻이냐.

00:56:00.329 --> 00:56:01.923
예를 들어서 볼게요.

00:56:02.023 --> 00:56:08.493
y=x-1분의 2x-1이라고 되어
있는 식을 일차식 분의 상수+상수로

00:56:08.593 --> 00:56:09.873
나타내고 싶어요.

00:56:09.973 --> 00:56:14.746
마치 이거는 분수에서 봤을
때 가분수 같은 거거든요.

00:56:14.846 --> 00:56:21.176
3분의 5 이거를 위가 3보다
작은 수로 줄여서 쓰고 싶어요.

00:56:21.276 --> 00:56:23.261
그럼 우리가 어떻게 하죠?

00:56:23.361 --> 00:56:25.484
1+3분의 2라고 쓰죠.

00:56:25.584 --> 00:56:27.862
어떻게 해서 이렇게 쓰는 거예요?

00:56:27.962 --> 00:56:32.217
5를 3으로 나누었을 때 몫이
1이고, 나머지가 2가 됩니다.

00:56:32.317 --> 00:56:35.936
그러면 5는 3으로
나누었을 때 몫이 1이고,

00:56:36.036 --> 00:56:41.493

나머지가 2가 된다라는 차원에서
그러면 3분의 5를 적는다면

00:56:41.593 --> 00:56:46.554
3분의 5라는 것은 이제 양변을
3으로 나누었다고 생각을 했을 때

00:56:46.654 --> 00:56:50.236
3분의 3×1 해서 1, 그다음에
+3분의 2 이런 식으로

00:56:50.336 --> 00:56:53.279
나오게 되었던 거거든요.

00:56:53.379 --> 00:56:56.341
그러면 지금은 일차식
분의 일차식이 있어요.

00:56:56.441 --> 00:56:58.460
A분의 B라는 식이 있습니다.

00:56:58.560 --> 00:57:04.014
B는 A로 나누었을 때 몫이
Q이고 나머지가 R이라고 한다면

00:57:04.114 --> 00:57:10.439
B는 AQ+R이라고 이렇게
나타내줄 수가 있죠.

00:57:10.539 --> 00:57:14.962
양변을 A로 나누었던 식을 다시
한번 적어 본다면 A분의 B는

00:57:15.062 --> 00:57:19.905
Q+A분의 R이라고
써줄 수가 있어요.

00:57:20.005 --> 00:57:24.070
이 식을 2x-1을 x-1로
나누겠다는 거예요.

00:57:24.170 --> 00:57:27.904
나눈 몫과 나머지가
여기에 들어가는 것으로

00:57:28.004 --> 00:57:30.130
식을 정리해줄 수가 있습니다.

00:57:30.230 --> 00:57:32.232
이렇게 쓰니까 어려워 보이지만

00:57:32.332 --> 00:57:35.559
이거는 원리를 설명해 드리기
위해서 말씀드린 거고요.

00:57:35.659 --> 00:57:37.646
사실 되게 간단해요.

00:57:37.746 --> 00:57:43.609
x-1분의 애를 이제 나눈다는
것이 나눗셈을 그냥 이렇게

00:57:43.709 --> 00:57:45.786
이 자리에서 바로
해줄 수가 있어요.

00:57:45.886 --> 00:57:51.744
x-1분의 2(x-1) 이렇게
되는 것에다 이렇게 식을 써주면

00:57:51.844 --> 00:57:53.448
2x-2죠.

00:57:53.548 --> 00:57:56.222
원래 거랑 똑같아지게 하려면
+1을 해줘야겠죠.

00:57:56.322 --> 00:57:59.227
그러면 이거는 이렇게
이렇게 약분을 했을 때

00:57:59.327 --> 00:58:02.273
2+x-1분의 1이
될 거라는 거예요.

00:58:02.373 --> 00:58:04.978
그러면 나는 이거의
그래프를 그리기 위해서

00:58:05.078 --> 00:58:06.752
누구의 그래프를 그리면 되나요?

00:58:06.852 --> 00:58:09.213
바로 이 식의 그래프를
그리면 된다는 거예요.

00:58:09.313 --> 00:58:10.535
똑같은 식입니다.

00:58:10.635 --> 00:58:12.457
이거를 좀 빨리 해볼게요.

00:58:12.557 --> 00:58:15.292
y=x-1분의 2x-1.

00:58:15.392 --> 00:58:18.741
지금 했던 방식은 나눗셈을
하는 거 그대로 따라갔어요.

00:58:18.841 --> 00:58:23.136
그런데 우리는 사실 보자마자
몫이 얼마라는 걸 아나요?

00:58:23.236 --> 00:58:24.851
일차식 분의 일차식이에요.

00:58:24.951 --> 00:58:27.323
그러면 우리가 이걸
어떻게 쓰겠다고 했냐면

00:58:27.423 --> 00:58:31.991
몫+x-1분의 나머지로

쓰겠다고 했어요.

00:58:32.091 --> 00:58:35.112
아까 여기에서 제가 정리해서
보여드렸던 내용이 그거죠.

00:58:35.212 --> 00:58:41.342
마치 3분의 5를 5를 3으로 나눈 몫
1과 3분의 2 이렇게 쓰는 것처럼

00:58:41.442 --> 00:58:46.246
이렇게 몫+x-1분의 나머지 형태로
쓸 건데 보자마자 몫이 얼마예요?

00:58:46.346 --> 00:58:47.275
2입니다.

00:58:47.375 --> 00:58:49.162
보자마자 나머지 구할 수 있어요.

00:58:49.262 --> 00:58:53.179
이렇게 보자마자 나머지 구할
수 있을 때 구하려고 할 때

00:58:53.279 --> 00:58:54.584
썼던 것이 바로 뭔가요?

00:58:54.684 --> 00:58:58.068
나머지정리입니다.

00:58:58.168 --> 00:59:05.316
지금 내가 찾으려고 하는 것이
2x-1을 x-1로 나눈 나머지예요.

00:59:05.416 --> 00:59:08.004
어떻게 구할 수 있죠?

00:59:08.104 --> 00:59:11.753
2x-1에다 1
대입해주면 됐었습니다.

00:59:11.853 --> 00:59:13.466
그러면 바로 1로 나와요.

00:59:13.566 --> 00:59:16.011
그래서 x-1분의 1 이렇게.

00:59:16.111 --> 00:59:18.676
아까 정리했던 거랑 똑같은
식이 나오게 돼요.

00:59:18.776 --> 00:59:20.600
이렇게 그냥 구하면 되는 거예요.

00:59:20.700 --> 00:59:23.314
그럼 어떤 식이 나오더라도
몫과 나머지 아주 빠르게 쉽게

00:59:23.414 --> 00:59:24.676
찾을 수가 있어요.

00:59:24.776 --> 00:59:25.702
나머지정리.

00:59:25.802 --> 00:59:30.960
그야말로 우리 f(x)를 x-a로 나누었을
때 나머지가 f(a)가 된다는 거.

00:59:31.060 --> 00:59:33.097
계속 강조했었던 나머지정리잖아요.

00:59:33.197 --> 00:59:35.539
그거 적용해서 이렇게
구할 수가 있고요.

00:59:35.639 --> 00:59:38.611
이렇게 되고 나면 그래프 그리는
거는 아주 쉬워지게 돼요.

00:59:38.711 --> 00:59:40.074
어떻게 하자고 했죠?

00:59:40.174 --> 00:59:43.903
점근선 x=1인 거,
분모 0 되는 x가 1인 것.

00:59:44.003 --> 00:59:48.515
그리고 이거 없어지고 나면 나왔던
이 몫이 바로 점근선이라는 거예요.

00:59:48.615 --> 00:59:49.830
y=2.

00:59:49.930 --> 00:59:53.052
그리고 여기 부호가 뭐가 나왔어요?

00:59:53.152 --> 00:59:55.137
1, 양수가 나왔습니다.

00:59:55.237 --> 00:59:57.604
그러면 양수가 되었으니까 상대적으로

00:59:57.704 --> 01:00:01.559
1사분면과 3사분면의 위치로
가는데 3사분면 위치로 갈 때

01:00:01.659 --> 01:00:06.642
여기 절편 표시를 해주게 된다면
y절편은 x가 0일 때 값이에요.

01:00:06.742 --> 01:00:09.220
0 여기에다 대입해 놓으면
값도 쉽게 찾을 수 있죠.

01:00:09.320 --> 01:00:10.297
1 나오죠.

01:00:10.397 --> 01:00:12.254
그다음에 x절편은 어떻게 되느냐.

01:00:12.354 --> 01:00:16.205
y가 0일 때의 값이니까 이렇게 돼

있으면 또 x절편 구하기가 쉬워요.

01:00:16.305 --> 01:00:19.015
2x-1이 0 되는
값을 찾으면 되죠.

01:00:19.115 --> 01:00:20.334
2분의 1이 됩니다.

01:00:20.434 --> 01:00:22.722
그래서 바로 그래프 이렇게
그려줄 수가 있어요.

01:00:22.822 --> 01:00:28.397
이것만 할 줄 알면 이제 이번 강에서의
여러분 목표는 다 달성했습니다.

01:00:28.497 --> 01:00:35.380
그래서 y=cx+d분의 ax+b라고
나와 있는 표준, 일반적인 형태를

01:00:35.480 --> 01:00:40.207
우리가 표준형으로 변형해서
그림을 그리겠다는 거예요.

01:00:40.307 --> 01:00:42.515
예를 들어서 방금
보여드렸던 거고요.

01:00:42.615 --> 01:00:47.896
ax+b를 그러면 cx+d로 나누었을
때 몫이 항상 얼마가 되죠?

01:00:47.996 --> 01:00:50.502
최고차항의 계수끼리
비교해보면 되죠.

01:00:50.602 --> 01:00:53.949
ax+b를 cx+d로 나누겠다.

01:00:54.049 --> 01:00:56.268
그러면 c분의 a예요.

01:00:56.368 --> 01:01:01.840
이렇게 돼서 여기가 c분의 a×뭐 해서
ax 이렇게 나오게 되고.

01:01:01.940 --> 01:01:04.082
그다음에 d×c분의 a가 되죠.

01:01:04.182 --> 01:01:07.674
그리고 뺐을 때 b-c분의
ad라고 나오게 되죠.

01:01:07.774 --> 01:01:10.037
그래서 몫이 c분의 a가 되고요.

01:01:10.137 --> 01:01:12.915
나머지는 나머지정리에
의해서 구하면 되는데

01:01:13.015 --> 01:01:18.640
여기에다 이거 0 만들어주는 -a분의
b를 대입을 해보면 된다는 거예요.

01:01:18.740 --> 01:01:19.927
그래서 이렇게.

01:01:20.027 --> 01:01:26.433
진짜로 그게 ax+b를 지금
cx+d로 나눈다고 했죠.

01:01:26.533 --> 01:01:27.812
그래서 이렇게.

01:01:27.912 --> 01:01:29.308
제가 지금 여기에서, 죄송합니다.

01:01:29.408 --> 01:01:31.658
제가 거꾸로 적었나요, 혹시?

01:01:31.758 --> 01:01:36.880
이제 결과를 보게 되면
d 곱하기 이거 나오게 됐고요.

01:01:36.980 --> 01:01:45.026
이렇게 돼서 나머지를 구한
부분을 보니까, 여기에서.

01:01:45.126 --> 01:01:47.214
죄송합니다, 여기에서
거꾸로 적었죠.

01:01:47.314 --> 01:01:50.265
cx+d로 나누는, 이거를
이거로 나누는 것이니까.

01:01:50.365 --> 01:01:51.305
죄송해요.

01:01:51.405 --> 01:01:56.833
이 x 자리에다 이거를 0 만들어주는
-c분의 d를 대입을 해주면 되는 거죠.

01:01:56.933 --> 01:02:01.360
그리고 +b라고 나오게 돼서 이거랑
정말 같은 결과 나오게 되는 거

01:02:01.460 --> 01:02:02.906
확인을 해줄 수가 있는데.

01:02:03.006 --> 01:02:06.034
이거 나눈 나머지 구하는
과정에서 이거 이렇게

01:02:06.134 --> 01:02:08.673
대입한다고 하는 것의
내용이 뭐라고요?

01:02:08.773 --> 01:02:12.012
바로 나머지정리에 의해서
해볼 수가 있고.

01:02:12.112 --> 01:02:14.760
사실 나눗셈하는 것이
그렇게 복잡하고 대단하게

01:02:14.860 --> 01:02:20.312
시간이 오래 걸리는 과정이 아니어서
직접 나누셔도 상관은 없습니다.

01:02:20.412 --> 01:02:25.776
그리고 분모가 0이 되도록 하는
그 값 p가 그러면 무엇이 되느냐.

01:02:25.876 --> 01:02:27.981
-c분의 d가 되고.

01:02:28.081 --> 01:02:31.265
이것이 바로 X쪽에
점근선이 되는 거죠.

01:02:31.365 --> 01:02:36.299
그래서 점근선을 구한다면
x는 -c분의 d.

01:02:36.399 --> 01:02:40.451
그다음에 y는 그 몫에 해당했던
c분의 a가 나오게 돼요.

01:02:40.551 --> 01:02:45.556
보자마자 이게 Y쪽 점근선이고,
여기 0 만들어 주는 값.

01:02:45.656 --> 01:02:49.640
그것이 X쪽의 점근선이 된다는
것으로 보시면 되고요.

01:02:49.740 --> 01:02:53.801
그래서 이제 우리가 이
그래프를 그리려고 한다면

01:02:53.901 --> 01:02:57.710
점근선을 좌표평면에
점선으로 나타내준 다음에

01:02:57.810 --> 01:03:02.467
x절편, y절편 표시해주고
점근선을 새로운 축으로 할 때

01:03:02.567 --> 01:03:05.864
이 나머지를 구해서 이
나머지가 0보다 컸다.

01:03:05.964 --> 01:03:09.865
그러면 새로운 축, 상대적인
위치가 새로운 축으로 생각할 때

01:03:09.965 --> 01:03:13.183
1사분면, 3사분면에 있던
게 평행이동 되는 것이니까

01:03:13.283 --> 01:03:17.118

k가 0보다 컸다고 한다면
상대적으로 1사분면, 3사분면에.

01:03:17.218 --> 01:03:21.357
0보다 작았다면 2사분면, 4사분면에
그래프를 그릴 수 있다는 거죠.

01:03:21.457 --> 01:03:23.557
연습 해보겠습니다.

01:03:23.657 --> 01:03:25.201
여러분 먼저 해보세요.

01:03:25.301 --> 01:03:28.573
제가 지금 좌표평면까지
교재에다 그려놨거든요.

01:03:28.673 --> 01:03:30.324
먼저 한번 해보시고요.

01:03:30.424 --> 01:03:32.009
3개 있죠?

01:03:32.109 --> 01:03:33.755
3개 그려보시고 같이
한번 보시겠습니다.

01:03:33.855 --> 01:03:34.734
순서는 이래요.

01:03:34.834 --> 01:03:37.263
표준형으로 변형하고 점근선
표시해주고 위치 잡고

01:03:37.363 --> 01:03:39.215
절편 표시하면 된다는 거예요.

01:03:39.315 --> 01:03:41.020
다 이 절차로 그려져요.

01:03:41.120 --> 01:03:42.712
이것만 할 수 있으면
오늘 성공했어요.

01:03:42.812 --> 01:03:44.026
그럼 해볼게요.

01:03:44.126 --> 01:03:45.793
표준형으로 바꿀 때 몫이 얼마?

01:03:45.893 --> 01:03:47.334
1분의 1, 1.

01:03:47.434 --> 01:03:48.426
나머지는 얼마?

01:03:48.526 --> 01:03:51.748
여기다가 -2 대입해보면
된다는 거예요, 여기에.

01:03:51.848 --> 01:03:53.316

그러면 -3으로 나오죠.

01:03:53.416 --> 01:03:56.263
그래서 이렇게 표준형으로
변형이 됩니다.

01:03:56.363 --> 01:04:00.985
그러면 x쪽 점근선
-2가 나오게 되고요.

01:04:01.085 --> 01:04:03.425
y쪽 점근선 1이죠.

01:04:03.525 --> 01:04:04.880
위치 어디다 잡을 거예요?

01:04:04.980 --> 01:04:06.334
2사분면 되겠죠.

01:04:06.434 --> 01:04:07.492
2사분면, 4사분면.

01:04:07.592 --> 01:04:11.857
상대적으로 원래 2, 4에 있던
게 평행이동이 된 형태니까

01:04:11.957 --> 01:04:14.569
새롭게 이 점근선을
축으로 생각했을 때

01:04:14.669 --> 01:04:17.286
2사분면, 4사분면이
나오게 되고요.

01:04:17.386 --> 01:04:22.032
절편을 본다면 x가 0일 때의
값이 -2분의 1이죠.

01:04:22.132 --> 01:04:25.292
y절편이 -2분의
1로 나오게 되고요.

01:04:25.392 --> 01:04:29.170
x절편은 결국 이렇게
정리된 식의 형태에서는

01:04:29.270 --> 01:04:34.205
이 값이 0이 되려면 분모,
분자가 0일 수밖에 없으니까

01:04:34.305 --> 01:04:38.930
x가 1이 된다고 쉽게 나오게
되면서 이렇게 이렇게 그래프가

01:04:39.030 --> 01:04:42.242
그려지게 되는 것이에요.
정말 쉽죠?

01:04:42.342 --> 01:04:44.507
그래프 그렸고요.

01:04:44.607 --> 01:04:46.496
그다음에 이것도 해볼게요.

01:04:46.596 --> 01:04:52.305
표준형으로 변형하는 과정에서
역시 -2x+5를 이거로 나누면

01:04:52.405 --> 01:04:56.898
몫이 -2, 나머지는 여기다가
2를 대입해 보면 돼요.

01:04:56.998 --> 01:05:00.805
그러면 -4+5가 되니까
1로 이렇게 나오게 되겠죠.

01:05:00.905 --> 01:05:05.888
그러면 점근선이 어디로
가게 되나요?

01:05:05.988 --> 01:05:12.501
점근선이 x=2, 그다음에
y=-2 이렇게 오게 되죠.

01:05:12.601 --> 01:05:14.864
그러면서 여기가 1이에요.

01:05:14.964 --> 01:05:17.616
그러면 상대적으로 1사분면,
3사분면에 위치합니다.

01:05:17.716 --> 01:05:19.885
절편 구해볼까요?

01:05:19.985 --> 01:05:25.439
x 여기가 0 되도록 하는 것, x절편
찾아보면 2분의 5가 나오게 되고요.

01:05:25.539 --> 01:05:29.324
y절편, x에다 0 대입했을
때 나오는 값 찾아보니까

01:05:29.424 --> 01:05:32.190
-2분의 5로 나오게 되네요.

01:05:32.290 --> 01:05:37.625
그래서 그래프가 상대적으로 1사분면,
3사분면으로 간다고 했습니다.

01:05:37.725 --> 01:05:39.970
새로운 점근선을 축으로
생각했을 때.

01:05:40.070 --> 01:05:42.151
이렇게 그래프 그려지게 돼요.

01:05:42.251 --> 01:05:44.200
반드시 점근선 표시해주세요.

01:05:44.300 --> 01:05:46.702
그리고 절편도 표시를
해주는 것이 좋습니다.

01:05:46.802 --> 01:05:48.541
이것도 그려봅시다.

01:05:48.641 --> 01:05:49.998
얘는 어떻게 되나요?

01:05:50.098 --> 01:05:51.400
몫이 얼마가 되죠?

01:05:51.500 --> 01:05:53.275
3분의 2로 나오게 되죠.

01:05:53.375 --> 01:05:55.033
3분의 2가 되고요.

01:05:55.133 --> 01:05:59.017
그다음에.

01:05:59.117 --> 01:06:01.988
죄송합니다, 잠시 뭐
좀 확인해 보느라고.

01:06:02.088 --> 01:06:03.241
3분의 2가 나오고요.

01:06:03.341 --> 01:06:07.750
그다음에 3x+2에다 이제
나머지를 확인을 해보려면

01:06:07.850 --> 01:06:12.004
이 x 자리에다 -3분의
2를 대입해 보면 되겠죠.

01:06:12.104 --> 01:06:14.014
그래서 +1 이렇게 돼요.

01:06:14.114 --> 01:06:20.175
그러면 이거는 3분의 2에다
3x+2에 위를 계산해 보니까

01:06:20.275 --> 01:06:24.766
-3분의 4+1 해서 -3분의
1 이렇게 나오게 되죠.

01:06:24.866 --> 01:06:28.387
음인지 양인지만 확인을
해보면 돼요.

01:06:28.487 --> 01:06:31.153
그러면 이제 음수였다는
것을 알 수가 있고요.

01:06:31.253 --> 01:06:34.910
이거를 혹시 직접 나눗셈해서
변형을 하려고 했다고 하면

01:06:35.010 --> 01:06:43.867
여기에서 그냥 얘를 이제 3분의
2×3x+2라고 바꿔주고

01:06:43.967 --> 01:06:45.923
막 해주는 게 좀 복잡해요.

01:06:46.023 --> 01:06:49.864
그러면 여기가 3분의 4가 나오고,
3분의 4가 1로 되도록 하려면

01:06:49.964 --> 01:06:56.612
-3분의 1이 된다고 해서 3분의
2+3x+2분의 -3분의 1 이런 식으로

01:06:56.712 --> 01:06:58.320
마찬가지 결과를 얻을 수가 있어요.

01:06:58.420 --> 01:07:01.146
여기에서 막 생각해주는
것이 식이 복잡하다 보니까

01:07:01.246 --> 01:07:03.521
제가 나머지정리로 좀
설명을 드린 거고요.

01:07:03.621 --> 01:07:07.773
그래서 이렇게 표준형으로 변형을
했고, 점근선 표시를 해보면

01:07:07.873 --> 01:07:12.383
X쪽 -3분의 2,
Y쪽 3분의 2로 나오고 있죠.

01:07:12.483 --> 01:07:18.529
그리고 -3분의 1이니까 상대적으로
2사분면, 4사분면으로 가면서

01:07:18.629 --> 01:07:22.548
절편 표시해 보면 x절편
-2분의 1로 나오고.

01:07:22.648 --> 01:07:26.933
y절편은 x에다 0 대입해 보면
2분의 1로 나오고 있죠.

01:07:27.033 --> 01:07:30.192
여기 이렇게 지나가게
되면서 여기가 점근선,

01:07:30.292 --> 01:07:33.291
여기 또 점근선이
되도록 이런 식으로.

01:07:33.391 --> 01:07:35.154
이렇게 뚫고 지나가면 안 되죠.

01:07:35.254 --> 01:07:40.722
점근선에 점점점 다가가는 형식으로
이렇게 그래프를 그려주면 되겠습니다.

01:07:40.822 --> 01:07:45.560
그래서 대부분의 문제가 이제
이 그래프로 풀리게 되는 것이고요.

01:07:45.660 --> 01:07:47.799
이번에는 이거 한번
생각을 해볼게요.

01:07:47.899 --> 01:07:51.576
f(x)가 2x+3분의
cx의 형태로 있는데.

01:07:51.676 --> 01:07:55.291
x가 -2분의 3이 아닌
모든 실수 x에 대해서

01:07:55.391 --> 01:07:58.459
f, f 합성했더니 x가 나왔대요.

01:07:58.559 --> 01:08:00.646
x를 넣었더니 x가 나왔어요.

01:08:00.746 --> 01:08:02.670
어떤 일이 벌어진 건가요?

01:08:02.770 --> 01:08:04.339
항등함수가 됐거든요.

01:08:04.439 --> 01:08:07.644
모든 x에 대해서 이게
성립했다고 하는 것은.

01:08:07.744 --> 01:08:11.647
그리고 기본적으로 유리함수
일대일대응이에요.

01:08:11.747 --> 01:08:16.412
공역에서 그 치역에 해당하는
원소를 빼놓고 생각을 해본다면

01:08:16.512 --> 01:08:19.899
기본적으로 대응되는 방식은
모든 그래프가 기본형이

01:08:19.999 --> 01:08:22.022
여기에서부터 출발을 했었어요.

01:08:22.122 --> 01:08:24.011
또는 여기에서부터 출발을 했어요.

01:08:24.111 --> 01:08:27.806
하나의 x에 대해서 하나의 y만
예쁘게 대응되고 있거든요.

01:08:27.906 --> 01:08:31.694
일대일대응이어서 역함수가 존재하고.

01:08:31.794 --> 01:08:34.978
그런데 둘을 합성했을 때
항등함수가 나왔다.

01:08:35.078 --> 01:08:39.102
역함수가 존재하는 상황에서 이렇게
항등함수가 나왔다는 것은

01:08:39.202 --> 01:08:42.136
양쪽에다 항등함수 합성을 해봤을 때

01:08:42.236 --> 01:08:47.147
결국에 f가 그 역함수랑 똑같았다는
것을 의미하게 되겠죠.

01:08:47.247 --> 01:08:51.148
그래서 그렇게 될 때 상수 c의 값은
무엇이 되어야 할 것인가라는 걸

01:08:51.248 --> 01:08:52.594
찾아보라고 했어요.

01:08:52.694 --> 01:08:55.176
그러면 얘의 역함수를
구해보면 될 텐데.

01:08:55.276 --> 01:09:00.171
사실 이거 보자마자 저는
-3이라고 찾을 수가 있습니다.

01:09:00.271 --> 01:09:01.989
어떻게 했을까요?

01:09:02.089 --> 01:09:04.383
어떻게 찾았냐면 역함수잖아요.

01:09:04.483 --> 01:09:09.746
역함수라고 한다면 원래 함수에서의
점근선을 생각해 볼게요.

01:09:09.846 --> 01:09:11.424
원래 함수에서의 점근선.

01:09:11.524 --> 01:09:15.340
지금 f(x)를 보면
x가 -2분의 3이고요.

01:09:15.440 --> 01:09:18.060
y가 2분의 c가 점근선이에요.

01:09:18.160 --> 01:09:21.750
역함수에서의 점근선은 얘랑
얘랑 바뀌어야 돼요.

01:09:21.850 --> 01:09:24.645
역함수는 y=x에
대해서 대칭이잖아요.

01:09:24.745 --> 01:09:27.728
그렇기 때문에 x가
2분의 c가 되고,

01:09:27.828 --> 01:09:30.883
y는 -2분의 3이
되어야 한다고 했는데.

01:09:30.983 --> 01:09:34.396
지금 이 함수에서는 2개가
똑같다고 했어요.

01:09:34.496 --> 01:09:36.964
역함수가 자기 자신과
같다고 했으니까

01:09:37.064 --> 01:09:40.887
-2분의 3과 2분의
c가 같아야 되는 거죠.

01:09:40.987 --> 01:09:44.511
여기에서도 2분의 c와 -2분의
3이 같아야 되는 거죠.

01:09:44.611 --> 01:09:47.333
그러면 c가 -3일 수밖에 없겠죠.

01:09:47.433 --> 01:09:49.691
이렇게 해서 값을
구할 수가 있고요.

01:09:49.791 --> 01:09:53.601
유리함수의 역함수는 사실 그
역함수를 구하는 과정이

01:09:53.701 --> 01:09:54.957
굉장히 쉽습니다.

01:09:55.057 --> 01:10:00.618
일반적으로 y는 우리 이제
cx+d분의 ax+b 이렇게 놓고

01:10:00.718 --> 01:10:03.576
이거의 역함수를 구한다고
한번 생각을 해볼게요.

01:10:03.676 --> 01:10:06.854
그러면 역함수 구하는
과정 어떻게 됐었죠?

01:10:06.954 --> 01:10:09.012
얘를 x에 대해서 푸는 거였어요.

01:10:09.112 --> 01:10:13.713
그래서 식을 이렇게 적은
다음에 x로 푸는 것이니까

01:10:13.813 --> 01:10:16.670
x끼리 모아서 식을
정리한다고 생각해 보면

01:10:16.770 --> 01:10:20.677
cy랑 -a에 x가 묶여지게 되죠.

01:10:20.777 --> 01:10:25.345
그다음에 이거는 b에
-dy를 넘겨 볼게요.

01:10:25.445 --> 01:10:31.591
그러면 x의 모양이 cy-a분의 -,
이거는 순서 바꿔서 적으면,

01:10:31.691 --> 01:10:34.180
내림차순으로 바꿔서 적으면
이렇게 나오게 되고요.

01:10:34.280 --> 01:10:37.506
여기에서 y랑 x랑 자리를
바꾼다 생각해 보면

01:10:37.606 --> 01:10:46.978
y=cx-a분의 -dx+b라고
이렇게 나오게 되죠.

01:10:47.078 --> 01:10:52.241
그러면 얘는 원래 함수랑 비교했을
때 어떻게 생겼는지 볼게요.

01:10:52.341 --> 01:10:54.596
이게 원래 함수였습니다.

01:10:54.696 --> 01:10:56.585
원래 함수를 c를 밑에다 썼어요.

01:10:56.685 --> 01:11:00.940
cx+d분의 ax+b라고
이렇게 나왔었어요.

01:11:01.040 --> 01:11:03.864
원래 함수랑 비교를
해보니까 어떻게 됐냐면

01:11:03.964 --> 01:11:06.769
c는 똑같이 있어요,
b도 똑같이 있어요.

01:11:06.869 --> 01:11:08.217
뭐만 바뀌었죠?

01:11:08.317 --> 01:11:10.763
a하고 d하고의 순서만 바꿨습니다.

01:11:10.863 --> 01:11:12.572
순서 바꾸고 부호 바꾼 거예요.

01:11:12.672 --> 01:11:16.245
이렇게 해서 우리 역함수를
만들어줄 수가 있고요.

01:11:16.345 --> 01:11:18.239
점근선 한번 찾아볼까요?

01:11:18.339 --> 01:11:20.659
여기에서 x 점근선 c분의 a이고.

01:11:20.759 --> 01:11:23.661
y 점근선 -c분의 d예요.

01:11:23.761 --> 01:11:29.343
여기에서 x 점근선 찾으면 -c분의
d이고, y 점근선 찾으면 c분의 a예요.

01:11:29.443 --> 01:11:31.484

서로 교차되는 거 보이시죠.

01:11:31.584 --> 01:11:32.959
역함수 맞습니다.

01:11:33.059 --> 01:11:37.198
그래서 이거를 공식화시켜서 여러분이
기억을 해놓으시면 참 편해요.

01:11:37.298 --> 01:11:38.799
기억하기도 쉽고.

01:11:38.899 --> 01:11:42.425
제가 보여드렸던 이런 정리 과정을
통해서 역함수를 구했더니

01:11:42.525 --> 01:11:44.050
어떻게 됐느냐.

01:11:44.150 --> 01:11:48.254
cx+d분의 ax+b의
역함수는 a하고 d.

01:11:48.354 --> 01:11:51.978
c, b는 그냥 놔두고 a하고
d하고의 자리를 바꾸고

01:11:52.078 --> 01:11:56.263
부호를 각각 반대로 바꾸면 역함수의
식을 쉽게 얻을 수가 있다.

01:11:56.363 --> 01:11:59.063
기억해 놓으면 아주 유용하게
쓰일 수가 있겠죠.

01:11:59.163 --> 01:12:01.475
그럼 이제 개념 확인
보도록 할게요.

01:12:01.575 --> 01:12:06.963
y=x분의 2를 x축의 방향으로
a만큼, y축의 방향으로 b만큼

01:12:07.063 --> 01:12:12.966
평행이동했더니 x-1분의 3x-1의
식을 얻게 되었습니다.

01:12:13.066 --> 01:12:16.466
그러면 얘를 어떻게
이동을 했을 것이냐.

01:12:16.566 --> 01:12:23.195
y=x분의 2에서 어떻게 이동을 해야
y=x-1분의 3x-1이 되었을 것이냐.

01:12:23.295 --> 01:12:27.392
얘를 직접 이동을 시켜보는
것보다는 이거를 우리가 표준형으로

01:12:27.492 --> 01:12:29.982
바꿔서 파악을 해보는

것이 훨씬 쉽겠죠.

01:12:30.082 --> 01:12:32.741
이걸 얘로 나누었을
때 몫이 3이고요.

01:12:32.841 --> 01:12:35.712
나머지 1 대입해 보면
2로 바로 나오네요.

01:12:35.812 --> 01:12:38.915
그래서 3+x-1분의 2가 돼요.

01:12:39.015 --> 01:12:41.283
그러면 이거 어떻게 이동시킨 거죠?

01:12:41.383 --> 01:12:44.700
x축의 방향으로 1만큼
가게 된 거고요.

01:12:44.800 --> 01:12:49.347
y축의 방향으로는 여기가 +3이
되었으니까 3만큼 가게 된 것이네요.

01:12:49.447 --> 01:12:53.994
그래서 a가 1이고, b가 3이 된다는
거 쉽게 얻을 수가 있습니다.

01:12:54.094 --> 01:12:57.346
둘을 더해 보면 값이 4,
답이 ②번으로 나오게 되고요.

01:12:57.446 --> 01:13:02.446
얘가 (2, 1)을 지나고
(-2, c)에 대해서 대칭이라고 했어요.

01:13:02.546 --> 01:13:04.978
대칭점은 결국 점근선의 교점이에요.

01:13:05.078 --> 01:13:08.614
원점이 어디로 이동된 식이냐라는
것을 확인을 해보면 되잖아요.

01:13:08.714 --> 01:13:14.124
그래서 y=x+a분의 3x+b
이렇게 되어 있을 때

01:13:14.224 --> 01:13:18.377
여기에서 x 점근선 -a이고,
y 점근선 3이거든요.

01:13:18.477 --> 01:13:21.547
(-a, 3)에 대해서 대칭이에요.

01:13:21.647 --> 01:13:23.415
얘네 둘이 만나도록 하는 것.

01:13:23.515 --> 01:13:27.259
우리 그림 그려보면 -a, 3
이렇게 둘이 교차되는 곳.

01:13:27.359 --> 01:13:29.886
이게 결국 원점이
이동된 점이었어요.

01:13:29.986 --> 01:13:32.312
그렇기 때문에 얘의 대칭이 되는데.

01:13:32.412 --> 01:13:35.193
그것이 (-2, c)라고 했습니다.

01:13:35.293 --> 01:13:39.426
그러면 a가 2이고, c가
3이라는 것이 바로 나오게 되죠.

01:13:39.526 --> 01:13:44.656
그러면 이 식을 적었을 때
x+2분의 3x+b가 되는데

01:13:44.756 --> 01:13:46.348
이것이 누구를 지나요?

01:13:46.448 --> 01:13:48.852
(2, 1)을 지난다고
나와 있어요.

01:13:48.952 --> 01:13:54.216
그러면 (2, 1)을 대입했을 때
이 식이 성립하게 된다는 거죠.

01:13:54.316 --> 01:13:56.796
6+b가 4가 나오게 됩니다.

01:13:56.896 --> 01:14:00.089
그러면 b가 -2라는
것까지 구할 수가 있죠.

01:14:00.189 --> 01:14:01.656
그래서 계산해 보면 3.

01:14:01.756 --> 01:14:03.940
그래프가 어떻게 그려지는지
원리만 알고 있으면

01:14:04.040 --> 01:14:05.747
문제들이 아주 쉽게 쉽게 풀려요.

01:14:05.847 --> 01:14:10.292
점근선의 방정식 x=2, y=3
보자마자 혹시 나오시나요?

01:14:10.392 --> 01:14:13.010
여기 -2가 되어야겠죠.

01:14:13.110 --> 01:14:14.680
그다음에 이거 3입니다.

01:14:14.780 --> 01:14:18.924
보자마자 분모 0 만들어 주는 것,
그다음에 이것의 몫에 해당하는 것.

01:14:19.024 --> 01:14:22.650

나오니까 f(4)를 구하려면
그냥 대입해보면 되겠죠.

01:14:22.750 --> 01:14:28.023
4-2분의 3×4=12+1 이렇게
해서 2분의 13으로 나오네요.

01:14:28.123 --> 01:14:30.162
답 ②번 찾을 수가 있고요.

01:14:30.262 --> 01:14:33.661
이 분수함수의 그래프가 서로
y=x에 대해서 대칭이다.

01:14:33.761 --> 01:14:34.898
무슨 관계?

01:14:34.998 --> 01:14:38.712
이렇게 대칭이 된다는 것은
두 함수가 역함수 관계예요.

01:14:38.812 --> 01:14:41.716
역함수 식 너무 쉽게
구할 수 있다고 했어요.

01:14:41.816 --> 01:14:45.678
얘하고 얘하고 자리 바꾸고
부호 바꾸면 된다고 했거든요.

01:14:45.778 --> 01:14:47.853
a하고 b에 해당하는 것을.

01:14:47.953 --> 01:14:56.318
그러면 2x-b분의 -6x+1
이게 역함수의 식이 돼요.

01:14:56.418 --> 01:15:00.880
그런데 그 역함수가
얘랑 같다는 것입니다.

01:15:00.980 --> 01:15:06.186
그러면 비교해 보면 a가 -6이고,
b가 6일 수밖에 없죠.

01:15:06.286 --> 01:15:08.438
둘 빼보면 12로 나와요.

01:15:08.538 --> 01:15:13.312
문제들이 너무 쉽게 쉽게 풀리니까
좀 불안하지 않으신가요?

01:15:13.412 --> 01:15:15.456
아직 사실 문제들이 쉽습니다.

01:15:15.556 --> 01:15:18.142
그래프 그리는 것만 잘 할
수 했으면 된다고 했어요.

01:15:18.242 --> 01:15:20.229
약간 응용하는 문제가
그래서 나왔네요.

01:15:20.329 --> 01:15:23.211
선분 AB를 1:t로 내분했대요.

01:15:23.311 --> 01:15:26.637
a의 좌표가 이거고, 그다음에
b의 좌표가 이거예요.

01:15:26.737 --> 01:15:31.133
그러면 내분 우리 공식 생각해 보면
1+t분의, 오랜만에 나왔죠?

01:15:31.233 --> 01:15:34.632
4-2t 이렇게 나오게 되잖아요.

01:15:34.732 --> 01:15:37.343
이거의 좌표를 f(t)라고 하래요.

01:15:37.443 --> 01:15:39.840
그러면서 t는 0보다
크다고 했어요.

01:15:39.940 --> 01:15:43.230
t가 0보다 큰 부분에서 이거의
그래프를 그리라는 거죠.

01:15:43.330 --> 01:15:48.059
문제가 뭔가 응용처럼 보이기는
했지만 결국에는 이거의 그래프만

01:15:48.159 --> 01:15:50.406
그려주면 되는 그런 문제입니다.

01:15:50.506 --> 01:15:55.106
그러면 몫을 구하니까 표준형으로
고치기 위해서 몫을 구해보면

01:15:55.206 --> 01:15:56.500
-2가 나오고요.

01:15:56.600 --> 01:16:00.209
나머지 구하기 위해서 -1 대입해
보면 6이 나오게 되죠.

01:16:00.309 --> 01:16:03.843
t+1분의 6-2의 형태예요.

01:16:03.943 --> 01:16:09.818
그러면 점근선이 t-1인 것, 그다음에
-2인 것 이렇게 나오게 되고,

01:16:09.918 --> 01:16:15.814
절편을 찾아 보니까 x절편 여기 0
만들어 주는 것 2로 나오게 되죠.

01:16:15.914 --> 01:16:19.344
y절편 0 대입해 보면
4가 나오게 됩니다.

01:16:19.444 --> 01:16:23.469
그리고 여기가 6이었으니까

상대적으로 위치가 1사분면,

01:16:23.569 --> 01:16:26.934
이 점근선에 대해서
1사분면과 3사분면인데

01:16:27.034 --> 01:16:33.260
지금 여기에서 위치를 t가 0보다
크다고 제한을 해놨어요.

01:16:33.360 --> 01:16:37.077
그렇기 때문에 여기 다른 쪽에
있는 그래프는 무시하시고

01:16:37.177 --> 01:16:41.527
0보다 큰 쪽에 있는 여기 그래프만
고려해서 보면 되는 거죠.

01:16:41.627 --> 01:16:45.773
그러면 이런 모양을 가지고 있는
그래프는 ⑤번에 나와 있네요.

01:16:45.873 --> 01:16:48.907
여기 0보다 큰 곳에서
y절편이 0보다 크고,

01:16:49.007 --> 01:16:52.415
x절편이 0보다 큰 거 가지고 이렇게
내려가는 형태로 나온 그래프.

01:16:52.515 --> 01:16:54.491
⑤번을 찾아주시면 되겠습니다.

01:16:54.591 --> 01:16:56.863
그래프 우리 그리는 거
쭉 연습을 했고요.

01:16:56.963 --> 01:16:58.020
재미있죠?

01:16:58.120 --> 01:17:00.495
다음 강에서는 이제 무리함수를
다루게 될 건데.

01:17:00.595 --> 01:17:02.717
무리함수도 기본형을 배울 거고요.

01:17:02.817 --> 01:17:05.541
표준형 배우고, 일반형을
표준형으로 바꿔서

01:17:05.641 --> 01:17:08.063
또 그래프 그리는 과정을
똑같이 보게 될 거예요.

01:17:08.163 --> 01:17:11.708
거기도 그래프만 잘 그려주면
지금처럼 문제가 잘 풀리게 됩니다.

01:17:11.808 --> 01:17:14.124
그러면 그래프 그리는

연습 많이 해보시고요.

01:17:14.224 --> 01:17:16.465
다음 강에서 만나겠습니다.