WEBVTT

00:00:10.457 --> 00:00:13.433
안녕하세요?
수포자를 위한 수학 기초특강.

00:00:13.533 --> 00:00:14.677
저는 김미주입니다.

00:00:14.777 --> 00:00:18.035
지난 강에 우리가 집합이라는
것을 배웠고요.

00:00:18.135 --> 00:00:22.475
집합의 다양한 연산, 그리고 연산의
성질에 대해서 살펴보았습니다.

00:00:22.575 --> 00:00:27.346
그렇게 집합을 열심히 하고나면
수학적 대상이 명확해지고

00:00:27.446 --> 00:00:31.886
그리고 수학적 대상 간의 관계를
파악하기가 쉬워진다고 했어요.

00:00:31.986 --> 00:00:34.310
그런 것들을 이용해서 수학에서,

00:00:34.410 --> 00:00:37.056
굉장히 증명이라는 용어를
많이 사용하고요.

00:00:37.156 --> 00:00:39.606
증명이라는 게 정식으로
등장하는 거는

00:00:39.706 --> 00:00:42.377
사실 고등학교 교육과정에서
처음 나오는 것이기는 하지만

00:00:42.477 --> 00:00:45.176
그 증명이라는 거를 잘할 수가 있고

00:00:45.276 --> 00:00:50.827
정말 수학적으로 나오게 되는
문장들이 사실인지 아닌지를

00:00:50.927 --> 00:00:52.722
잘 판단할 수가 있게 되는데요.

00:00:52.822 --> 00:00:56.384
그러면 그 수학적으로 참인지
거짓인지를 판단하는 문장은

00:00:56.484 --> 00:00:58.714
어떻게 구성이 되는가,
라고 하는 것이

00:00:58.814 --> 00:01:00.774
바로 이 명제와 조건입니다.

00:01:00.874 --> 00:01:03.123
그리고 어떻게 구성이 된 문장일 때

00:01:03.223 --> 00:01:07.368
그것의 참, 거짓을 어떤 방법으로
확인해볼 수가 있는가를

00:01:07.468 --> 00:01:09.529
이번 강에서 살펴보게 될 것이에요.

00:01:09.629 --> 00:01:15.095
우리 집합 배울 때 굉장히 새로
익혀야 될 학습요소들이 많았어요.

00:01:15.195 --> 00:01:16.997
명제도 마찬가지입니다.

00:01:17.097 --> 00:01:20.310
새로운 용어들도 많이
나오고 그렇기 때문에

00:01:20.410 --> 00:01:24.848
시간을 충분히 들여서
강의를 좀 끊어가면서

00:01:24.948 --> 00:01:29.961
새로 나오는 용어들에 대한
학습을 충분하게 익숙하게 하고

00:01:30.061 --> 00:01:32.273
강의를 봐주시면 좋을 것 같아요.

00:01:32.373 --> 00:01:34.122
그러면 시작을 해보도록 하겠습니다.

00:01:34.222 --> 00:01:38.643
이번 강에 명제가
무엇인지를 살펴볼게요.

00:01:38.743 --> 00:01:41.482
우리가 사용하는 문장이나 식 중에는

00:01:41.582 --> 00:01:46.300
그 내용이 참인지 거짓인지를
판별할 수 있는 것이 있고

00:01:46.400 --> 00:01:48.634
판별하기 애매모호한 것이 있습니다.

00:01:48.734 --> 00:01:51.692
예를 들어서, 제가
교재에는 써놨는데

00:01:51.792 --> 00:01:54.441
여러분이 스스로 예를
생각해보시겠어요?

00:01:54.541 --> 00:01:56.589
우리가 사용하는 문장이나 식 중에는

00:01:56.689 --> 00:02:00.481
그 내용이 참인지 거짓인지를
분명히 판별할 수 있는 것.

00:02:00.581 --> 00:02:07.846
예를 들어서 서울은 대한민국의 수도이다,
라는 말을 했다고 해볼까요?

00:02:07.946 --> 00:02:12.008
이거는 참인가요? 거짓인가요?

00:02:12.108 --> 00:02:13.369
참이죠.

00:02:13.469 --> 00:02:17.692
그래서 이렇게 참인 문장으로
판단해줄 수가 있고요.

00:02:17.792 --> 00:02:21.918
만약에 x+3은 7일 때

00:02:22.018 --> 00:02:26.547
x가 2라고 말을 했다고 해볼게요.

00:02:26.647 --> 00:02:28.827
그러면 이거는 참인가요,
거짓인가요?

00:02:28.927 --> 00:02:33.312
x+3이 7이면 x는
4여야하는데 2라고 했죠?

00:02:33.412 --> 00:02:35.696
그렇기 때문에 이거는
거짓인 문장이 되겠죠.

00:02:35.796 --> 00:02:39.115
참이다, 거짓이라고
말을 할 수가 있어요.

00:02:39.215 --> 00:02:41.315
이런 것은 명제라고 합니다.

00:02:41.415 --> 00:02:45.552
그런데 참인지 거짓인지를 판별할
수 없는 것도 있습니다.

00:02:45.652 --> 00:02:49.120
예를 들어서 나는 똑똑하다.

00:02:49.220 --> 00:02:50.679
나는 똑똑한가요?

00:02:50.779 --> 00:02:53.205
이 똑똑하다는 것의
기준이 무엇인가요?

00:02:53.305 --> 00:02:55.715
이거를 판별하기는 조금
어려울 것 같아요.

00:02:55.815 --> 00:02:58.280
나는 키가 크다고 말을 하고 싶지만

00:02:58.380 --> 00:03:01.878
이게 참인지 거짓인지는 또
알 수가 없는 내용입니다.

00:03:01.978 --> 00:03:05.505
그리고 수학적으로 쓰여진 것도

00:03:05.605 --> 00:03:08.452
무조건 참, 거짓을 판별할
수 있는 것은 아니에요.

00:03:08.552 --> 00:03:13.025
x+3은 5의 배수이다, 라고
이야기를 했다고 해볼게요.

00:03:13.125 --> 00:03:15.026
이거는 참인가요, 거짓인가요?

00:03:15.126 --> 00:03:18.792
x가 무엇인지에 따라서 참일
수도 있고 거짓일 수도 있고

00:03:18.892 --> 00:03:19.985
알 수가 없죠?

00:03:20.085 --> 00:03:22.773
이런 거는 또 판단하기가
어려운 문장이죠.

00:03:22.873 --> 00:03:25.672
이런 거에 대해서 참,
거짓을 판단해봐.

00:03:25.772 --> 00:03:27.515
이렇게 말을 하면 안
된다는 거예요.

00:03:27.615 --> 00:03:32.843
우리가 수학에서 이것이 참일까,
거짓일까를 판단하는 것.

00:03:32.943 --> 00:03:35.000
그게 굉장히 수학에서
중요한 일인데,

00:03:35.100 --> 00:03:38.552
그런 것의 대상이 되는
것이 바로 명제가 됩니다.

00:03:38.652 --> 00:03:40.810
그래서 그 내용이 참인지 거짓인지를

00:03:40.910 --> 00:03:43.764
명확히 판별할 수 있는
문장이나 식을 명제라고 하고

00:03:43.864 --> 00:03:48.038
명제를 우리가 앞으로 p, q, r

이런 식으로 나타내줄 거예요.

00:03:48.138 --> 00:03:50.008
이거는 명제 p, 이거는 명제 q.

00:03:50.108 --> 00:03:54.757
이런 식으로 그냥 이 문장 하나를
문자로 나타내줄 수도 있다고

00:03:54.857 --> 00:03:56.481
생각하면 되고요.

00:03:56.581 --> 00:03:58.514
그러면 이 편지를 읽어볼까요?

00:03:58.614 --> 00:04:01.017
안녕하세요? 저는 제주도에
사는 희망이라고 해요.

00:04:01.117 --> 00:04:02.703
제주도는 섬이랍니다.

00:04:02.803 --> 00:04:05.628
이거는 참이네요, 참인
거를 판단할 수 있어요.

00:04:05.728 --> 00:04:07.926
제가 자랑하고 싶은
곳은 한라산이에요.

00:04:08.026 --> 00:04:11.177
한라산은 아시아에서
가장 높은 산이랍니다.

00:04:11.277 --> 00:04:13.393
이거는 판단을 할 수가 있죠.

00:04:13.493 --> 00:04:15.189
참일까요, 거짓일까요?

00:04:15.289 --> 00:04:18.225
히말라야라는 곳을 들어본
것 같기도 하고.

00:04:18.325 --> 00:04:19.717
그것도 아시아인 것 같고.

00:04:19.817 --> 00:04:21.960
이것은 거짓인 명제가 되겠네요.

00:04:22.060 --> 00:04:24.682
이거는 참인 명제가 되는 것이고요.

00:04:24.782 --> 00:04:28.335
한라산에는 예쁜 꽃들이 참
많아요, 라고 했어요.

00:04:28.435 --> 00:04:31.367
제가 가봤는데 정말 예쁜
꽃들이 많이 있더라고요.

00:04:31.467 --> 00:04:32.908
그러면 참일까요?

00:04:33.008 --> 00:04:34.674
그런데 예쁘다는 것은 사람에 따라서

00:04:34.774 --> 00:04:37.832
이 꽃은 좀 안 예쁜 것
같아, 징그러운 것 같아.

00:04:37.932 --> 00:04:41.966
왜냐하면 한라산은 높이가 높아서
다양한 생태계가 있거든요.

00:04:42.066 --> 00:04:44.245
그래서 평소에 이거 못
보던 꽃이야, 이상해.

00:04:44.345 --> 00:04:45.546
이렇게 이야기를 할 수도 있어요.

00:04:45.646 --> 00:04:47.243
참인지 거짓인지 알 수 없습니다.

00:04:47.343 --> 00:04:50.520
날씨가 맑은 날에는 산
정상까지 보인답니다.

00:04:50.620 --> 00:04:53.317
오늘은 날씨가 참 좋군요,
라고 이야기했는데.

00:04:53.417 --> 00:04:55.435
비 오는 날씨를 좋아하는
학생일 수도 있고요.

00:04:55.535 --> 00:04:58.239
정말 맑은 날씨를 좋아하는
학생일 수도 있고요.

00:04:58.339 --> 00:04:59.694
어떤 날씨가 좋다고 하는지도

00:04:59.794 --> 00:05:03.036
개인의 주관에 따라서 다르기
때문에 모른다는 거예요.

00:05:03.136 --> 00:05:06.629
그러면 수학에서 참인지 거짓인지를
판단할 수 있는 거는

00:05:06.729 --> 00:05:08.366
ㄱ, ㄴ 이런 것이고.

00:05:08.466 --> 00:05:12.350
이것만 수학적인 문장으로
명제로서 인정을 하게 됩니다.

00:05:12.450 --> 00:05:15.618
그래서 명제인 것을 모두
골라보면 ㄱ, ㄴ

00:05:15.718 --> 00:05:17.717
이것만 명제라고 할 수가 있어요.

00:05:17.817 --> 00:05:20.927
그러면 이제 명제를 부정을
해보기도 할 거예요.

00:05:21.027 --> 00:05:23.517
우리 영어에서도
I am a boy,

00:05:23.617 --> 00:05:25.321
이게 가장 기본적인 문제였는데.

00:05:25.421 --> 00:05:26.554
I am a boy의 부정은

00:05:26.654 --> 00:05:29.248
I am not a boy라고
하던 거 있었잖아요.

00:05:29.348 --> 00:05:33.715
어떤 명제 p가 있을 때
그거를 p가 아니다, 라고

00:05:33.815 --> 00:05:35.333
부정하는 것을 볼 거예요.

00:05:35.433 --> 00:05:38.075
그것을 p의 부정이라고 하고.

00:05:38.175 --> 00:05:40.608
영어에서도 부정문이라고 불렀었죠?

00:05:40.708 --> 00:05:45.098
p의 부정이라고 하고 이것을
not p라고 읽을 건데.

00:05:45.198 --> 00:05:51.453
그때 표시해주는 기호는
물결(~)을 사용해줍니다.

00:05:51.553 --> 00:05:54.771
그래서 p가 아니라고 읽는 거예요.

00:05:54.871 --> 00:05:58.832
~p, 앞에 물결을 붙여주면
p가 아니라는 뜻이구나.

00:05:58.932 --> 00:06:01.510
이것을 우리가 새롭게 약속합니다.

00:06:01.610 --> 00:06:05.182
새로운 기호로서 여러분이
보면 되겠어요.

00:06:05.282 --> 00:06:07.717
이게 중요한데요.

00:06:07.817 --> 00:06:09.728

명제 p가 참이었어요.

00:06:09.828 --> 00:06:12.912
그러면 p가 아니다는
참일까요, 거짓일까요?

00:06:13.012 --> 00:06:14.812
이것은 거짓입니다.

00:06:14.912 --> 00:06:19.296
아까 우리 서울이 대한민국의
수도라고 이야기했죠?

00:06:19.396 --> 00:06:25.088
그러면 서울은 대한민국의 수도가
아니다는 참이 아니잖아요.

00:06:25.188 --> 00:06:27.072
원래 명제가 참이었어요.

00:06:27.172 --> 00:06:29.465
그렇다면 그 명제를 부정한 것,

00:06:29.565 --> 00:06:32.155
서울은 대한민국의
수도이다를 부정하면

00:06:32.255 --> 00:06:34.934
서울은 대한민국의 수도가
아니다가 되는데,

00:06:35.034 --> 00:06:36.893
그것은 거짓이 된다는 거예요.

00:06:36.993 --> 00:06:39.008
이번에는 p가 만약 거짓이에요.

00:06:39.108 --> 00:06:43.091
아까 우리 x+2가 7일 때
x는 2다, 이거였나요?

00:06:43.191 --> 00:06:46.219
그렇게 이야기를 한다면
그거는 거짓이었는데

00:06:46.319 --> 00:06:50.524
x+7이 3일 때 x는 2가
아니라고 이야기를 하면

00:06:50.624 --> 00:06:52.938
2가 아닌 거 맞으니까
참이 되잖아요.

00:06:53.038 --> 00:06:56.417
p가 거짓일 때 ~p는
참이 됩니다.

00:06:56.517 --> 00:06:58.989
그래서 이렇게 참과 거짓.

00:06:59.089 --> 00:07:02.688

어떤 명제가 p가
참이었다고 한다면,

00:07:02.788 --> 00:07:06.458
~p, p가 아니라고 해놓은
것은 거짓이 되고.

00:07:06.558 --> 00:07:09.907
p가 거짓일 때 ~p는
참이 된다는 것.

00:07:10.007 --> 00:07:15.329
이게 어떤 명제를 부정한 결과가
무엇이 될 것인가를 판단할 때

00:07:15.429 --> 00:07:18.298
좋은 판단 근거가 될 수가 있어요.

00:07:18.398 --> 00:07:20.286
그래서 잘 알아두시고요.

00:07:20.386 --> 00:07:24.461
2는 짝수이다, 이것의
부정은 뭐가 될까요?

00:07:24.561 --> 00:07:29.268
2는 짝수가 아니다, 로
이야기를 해줄 수가 있겠죠.

00:07:29.368 --> 00:07:32.008
그냥 부정문 만들듯이 하면 됩니다.

00:07:32.108 --> 00:07:34.546
그런데 짝수가 아닌 것은
홀수라고도 할 수 있으니까

00:07:34.646 --> 00:07:36.731
2는 홀수라고 써도 상관은 없고요.

00:07:36.831 --> 00:07:39.439
2는 짝수이다, 라는 거는 참이죠?

00:07:39.539 --> 00:07:43.801
2는 짝수가 아니라고 하니까 거짓이
되는 것 확인할 수 있죠.

00:07:43.901 --> 00:07:48.397
이 부정할 때 조심해야 되는
것은 짝수이다, 라는 이 결과.

00:07:48.497 --> 00:07:50.561
참, 거짓이 되는 것만
부정을 하는 것이지.

00:07:50.661 --> 00:07:52.903
2라는 것을 부정하지는 않아요.

00:07:53.003 --> 00:07:54.857
2는 주어였어요.

00:07:54.957 --> 00:07:58.802

우리가 I am a boy를 부정할 때
I am not a boy가 되지,

00:07:58.902 --> 00:08:02.493
I am not a girl,
이렇게 이야기하지는 않잖아요.

00:08:02.593 --> 00:08:07.212
그렇게 나라는 것을
부정하지 않잖아요.

00:08:07.312 --> 00:08:11.585
I am not a boy라고 하지
You are a boy라고 이야기하지 않잖아요.

00:08:11.685 --> 00:08:16.648
주어 자체는 그대로 놔둔다는
것을 조심해서 보시고요.

00:08:16.748 --> 00:08:18.863
그러니까 2는 짝수이다
부정을 할 때는

00:08:18.963 --> 00:08:20.520
짝수가 아니다, 라고만 하지

00:08:20.620 --> 00:08:23.463
2까지 부정해서 다른
수로 바꾸지는 않습니다.

00:08:23.563 --> 00:08:27.384
그렇게 나중에 뒤에 가다보면
어떤 실수 x에 대해서

00:08:27.484 --> 00:08:30.815
실수였으니까 부정하면 허수가
되는 거 아닌가요?

00:08:30.915 --> 00:08:32.746
이렇게까지는 안 한다는 거예요.

00:08:32.846 --> 00:08:37.126
그 대상이 되는 것, 그 전체집합이
되는 것은 놔둔 상황에서

00:08:37.226 --> 00:08:38.562
생각을 해주게 됩니다.

00:08:38.662 --> 00:08:42.238
그러면 지금 우리가 여기
개념1에서 본 것은

00:08:42.338 --> 00:08:47.614
명제가 무엇이고 명제가 부정이 되면
어떤 일이 벌어지는가를 본 거예요.

00:08:47.714 --> 00:08:49.364
명제가 뭐라고요?

00:08:49.464 --> 00:08:52.549
참, 거짓을 판단할 수

있는 문장이나 식.

00:08:52.649 --> 00:08:55.336
그리고 그 명제를
어떤 기호로 쓰는데

00:08:55.436 --> 00:08:58.971
그 명제가 참일 때 부정은 거짓이고

00:08:59.071 --> 00:09:02.247
명제가 거짓일 때 그
부정은 참이 되고.

00:09:02.347 --> 00:09:04.596
참, 거짓을 판단할 수가 있었으니까

00:09:04.696 --> 00:09:07.529
명제라고 한다면 반드시
참과 거짓이 있어요.

00:09:07.629 --> 00:09:11.642
그러면 부정했을 때 반대 결과가
나오게 된다는 것인데,

00:09:11.742 --> 00:09:15.576
그러면 참과 거짓을 어떻게
판단할 수 있을까.

00:09:15.676 --> 00:09:17.706
이것의 기술을 배워보고자 합니다.

00:09:17.806 --> 00:09:22.777
어떠한 명제를 어떻게 얘는 참이고
거짓인가를 판단할 수 있는가.

00:09:22.877 --> 00:09:27.637
증명을 어떻게 할 것인가에
대한 기술을 배워볼 거예요.

00:09:27.737 --> 00:09:34.404
그런데 그렇게 그 기술 배울 때
명제가 생긴 모양에 따라서

00:09:34.504 --> 00:09:38.175
얘를 증명하는 방법이 조금씩
달라질 수 있거든요.

00:09:38.275 --> 00:09:41.870
참이라는 거를 보여주는 방법이
조금씩 달라지게 되어서

00:09:41.970 --> 00:09:47.270
그러면 명제라는 것은 어떠한
문장구조를 가지고 만들어지게 되는지

00:09:47.370 --> 00:09:52.428
몇 가지 수학에서 쓰이는 명제의
대표적인 형태를 볼 거예요.

00:09:52.528 --> 00:09:58.584
그래서 우리가 예를 들어

기본적인 문장을 만들 때에도

00:09:58.684 --> 00:10:03.796
나는 학생이다, 이런 식으로
문장 형식에 2형식이 있고.

00:10:03.896 --> 00:10:08.369
그다음에 어떤학생은 밥을 먹는다,
이런 식으로 해서

00:10:08.469 --> 00:10:12.641
한정사를 주는 문장도 있고 여러
가지 문장의 구조들이 있었잖아요.

00:10:12.741 --> 00:10:15.853
명제도 문장의 구조를 살펴볼 거고.

00:10:15.953 --> 00:10:21.050
그렇다면 그 명제 문장의 구조를 만드는
구성 요소가 되는 것이 있겠죠.

00:10:21.150 --> 00:10:24.452
예를 들어서 주어와
목적어가 있는 것처럼.

00:10:24.552 --> 00:10:28.921
그러니까 단어와 단어를 연결해서
문장을 만들어주는 거잖아요.

00:10:29.021 --> 00:10:32.979
그렇게 문장을 만들 때 단어와
단어의 역할을 해주는 것이

00:10:33.079 --> 00:10:37.204
수학적 명제를 만들어줄
때는 바로 조건이 돼요.

00:10:37.304 --> 00:10:41.478
그래서 조건과 조건을 연결하거나

00:10:41.578 --> 00:10:47.373
아니면 조건에 어떤 한정사를 주어서
그거를 명제로 만들어줄 거예요.

00:10:47.473 --> 00:10:49.806
그래서 지금 우리가 살펴볼 것은

00:10:49.906 --> 00:10:53.545
명제를 구성하는 세 가지
형식을 보게 됩니다.

00:10:53.645 --> 00:10:59.888
조건과 진리집합 부제로
명제를 만드는

00:10:59.988 --> 00:11:06.816
세 가지 형식의 기초가 되는 도구.

00:11:06.916 --> 00:11:09.801
어떤 조건이라는 것이
이 명제를 만드는

00:11:09.901 --> 00:11:12.366
세 가지 형식의 블럭처럼
생각하면 돼요.

00:11:12.466 --> 00:11:17.441
블럭들을 껴서 집을 만들어가듯이

00:11:17.541 --> 00:11:20.814
일종의 블럭에 해당하는
것이 조건이고요.

00:11:20.914 --> 00:11:25.631
그 조건을 세 가지
형식으로 연결을 해서

00:11:25.731 --> 00:11:27.911
어떻게 명제를
만들어줄지를 볼 건데.

00:11:28.011 --> 00:11:29.920
이런 것은 조건입니다.

00:11:30.020 --> 00:11:32.246
x는 6의 약수이다, 라는 것.

00:11:32.346 --> 00:11:34.980
명제인가요? 명제는 아니죠.

00:11:35.080 --> 00:11:38.544
왜냐하면 x는 6의
약수라고 했을 때,

00:11:38.644 --> 00:11:41.851
이거는 참, 거짓을
판단할 수가 있어요?

00:11:41.951 --> 00:11:43.376
참, 거짓은 몰라요.

00:11:43.476 --> 00:11:48.129
x가 만약에 2이면 참일
것이고 4이면 거짓이겠죠.

00:11:48.229 --> 00:11:49.882
그래서 이것은 명제가 아닙니다.

00:11:49.982 --> 00:11:53.422
그러면 이거는 언제
참이고 언제 거짓이냐?

00:11:53.522 --> 00:11:59.652
언제 참이죠? x가 1, 2,
3, 6일 때는 참이 될 거고.

00:11:59.752 --> 00:12:03.524
그 외의 수에 대해서는
거짓이 될 거예요.

00:12:03.624 --> 00:12:07.870
그러면 이런 것은 제가

조건이라고 한다고 했거든요.

00:12:07.970 --> 00:12:11.464
이거는 일반적으로
문자 x를 포함하는

00:12:11.564 --> 00:12:13.553
x일 수도 있고 y일 수도 있고요.

00:12:13.653 --> 00:12:16.367
x를 포함하는 문장이나 식 중에서

00:12:16.467 --> 00:12:20.246
x의 값에 따라서 참, 거짓을
판별할 수 있는 것.

00:12:20.346 --> 00:12:24.657
x의 값이 주어진다면 그때 참,
거짓을 판별할 수 있는 것을

00:12:24.757 --> 00:12:26.569
조건이라고 이야기를 해요.

00:12:26.669 --> 00:12:30.424
그리고 문자 x를 포함하는
조건을 p(x), q(x), r(x)

00:12:30.524 --> 00:12:32.971
이런 식으로 p, q, r로
나타냅니다.

00:12:33.071 --> 00:12:34.903
아까 명제도 p, q, r로
쓴다고 했었는데.

00:12:35.003 --> 00:12:37.230
이 조건도 똑같은
기호를 같이 써줘요.

00:12:37.330 --> 00:12:39.517
p(x), q(x), r(x)이라는
기호를 이용해서 쓰거나

00:12:39.617 --> 00:12:43.141
아니면 그냥 단순하게 p, q, r로
나타내준다는 거예요.

00:12:43.241 --> 00:12:44.283
이게 조건이에요.

00:12:44.383 --> 00:12:48.010
조건이 뭐라고요? x에 따라서
참, 거짓이 될 수 있는 거.

00:12:48.110 --> 00:12:50.774
그러니까 조건 자체는
아직 명제는 아니죠.

00:12:50.874 --> 00:12:55.050
그런데 조건도 명제는 아니지만
부정을 할 수가 있어요.

00:12:55.150 --> 00:12:57.868
어떤 조건 p에 대하여
p가 아니다를

00:12:57.968 --> 00:13:00.792
조건 p의 부정이라고 해요.

00:13:00.892 --> 00:13:05.571
기호로 똑같이 명제에서처럼 ~p라고
물결을 붙여서 만들어줍니다.

00:13:05.671 --> 00:13:09.055
예를 들어서 x가 6의
약수이다의 부정은 뭐겠어요?

00:13:09.155 --> 00:13:12.823
x가 6의 약수가 아니다,
라는 것으로 나오게 되겠죠.

00:13:12.923 --> 00:13:16.456
이제 진리집합이라는 것이 나왔는데,

00:13:16.556 --> 00:13:20.963
진리집합이라는 것은 어떤
조건의 진리집합을 의미해요.

00:13:21.063 --> 00:13:24.798
전체집합이 있고, 우리가
항상 전체는 가지고 있어요.

00:13:24.898 --> 00:13:28.716
자연수이다, 실수이다 이런
식으로 전체를 가지고 있고.

00:13:28.816 --> 00:13:35.143
그 전체 원소 중에서
조건 p는 x에 따라서

00:13:35.243 --> 00:13:39.659
참이 되기도 하거나 아니면 거짓이
되기도 한다고 했잖아요.

00:13:39.759 --> 00:13:44.339
그런데 이중에서 참이 되도록
하는 모든 원소의 집합.

00:13:44.439 --> 00:13:48.070
아까 우리 x는 6의
약수라고 했을 때

00:13:48.170 --> 00:13:52.956
참이 되도록 하는 모든 원소를 모아본다면
1, 2, 3, 6이 되잖아요.

00:13:53.056 --> 00:13:56.273
그것이 바로 조건 p의
진리집합이 되는 거예요.

00:13:56.373 --> 00:13:59.934
얘가 정말 참이 되도록 하는

애들을 모아보자고 했을 때

00:14:00.034 --> 00:14:04.241
모인 애들이 그 조건 p의
진리집합이라고 부르게 됩니다.

00:14:04.341 --> 00:14:07.595
그리고 조건 p의 진리집합을
어떻게 쓰느냐?

00:14:07.695 --> 00:14:11.402
보통 우리가 집합은 대문자를
이용해서 쓴다고 했죠?

00:14:11.502 --> 00:14:14.018
그래서 이렇게 대문자
P로 나타내주게 되고요.

00:14:14.118 --> 00:14:15.547
이렇게 썼을 때,

00:14:15.647 --> 00:14:18.522
그러면 ~p의 진리집합은
뭐가 되겠어요?

00:14:18.622 --> 00:14:23.916
아까 우리가 예를 들어서 봤을
때 x는 6의 약수이다.

00:14:24.016 --> 00:14:30.529
이 조건의 진리집합은 1,
2, 3, 6이라고 했어요.

00:14:30.629 --> 00:14:37.359
1, 2, 3, 6이 x에 들어갔을 때
저 조건은 참인 명제가 됩니다.

00:14:37.459 --> 00:14:43.522
그런데 ~p라고 한다면
6의 약수가 아니다잖아요.

00:14:43.622 --> 00:14:46.387
6의 약수가 아니다,
라고 하는 것은

00:14:46.487 --> 00:14:49.873
이거 이외의 수가 들어가면
참이 되겠죠.

00:14:49.973 --> 00:14:54.224
이것의 이외라는 것은
이것을 p라고 했을 때

00:14:54.324 --> 00:14:56.682
p에 들어가지 않는
것이 되기 때문에

00:14:56.782 --> 00:15:00.227
~p의 진리집합은 p의
여집합이 되는 거예요.

00:15:00.327 --> 00:15:03.411
p의 진리집합을 찾는다면

00:15:03.511 --> 00:15:06.667
p가 참이 되도록 하는
것을 모은 것이니까

00:15:06.767 --> 00:15:13.012
그것은 집합기호로 이렇게 P로
쓸 수 있었다고 한다면,

00:15:13.112 --> 00:15:14.874
~p의 진리집합을 찾는다.

00:15:14.974 --> 00:15:18.389
이게 참일 때 이것은
거짓이 되거든요.

00:15:18.489 --> 00:15:19.957
그러면 이게 거짓이라는 것은

00:15:20.057 --> 00:15:22.303
여기에 들어오지 않았다는
이야기가 되니까

00:15:22.403 --> 00:15:24.028
이렇게 p의 여집합.

00:15:24.128 --> 00:15:26.928
이 ~p라는 것이 참이
되도록 하는 얘에 대해서

00:15:27.028 --> 00:15:29.800
이거는 또 여집합의
관계가 있도록 되면서

00:15:29.900 --> 00:15:33.593
진리집합끼리 여집합의
관계를 가지게 됩니다.

00:15:33.693 --> 00:15:36.574
그러면 전체집합, 이렇게
생긴 것에 대해서

00:15:36.674 --> 00:15:40.500
조건 p가 x는 6의 약수이다
일 때 p의 진리집합.

00:15:40.600 --> 00:15:43.553
그리고 ~p, p의
여집합에 해당하는 것은

00:15:43.653 --> 00:15:47.233
만약 전체집합 이렇게 나와있다면
4, 5가 되겠죠.

00:15:47.333 --> 00:15:49.931
그래서 ~p의 진리집합은
이런 식으로 나오게 돼요.

00:15:50.031 --> 00:15:52.457

진짜 해보면 4는
6의 약수가 아니죠?

00:15:52.557 --> 00:15:54.506
그다음에 5도 6의 약수가 아니죠.

00:15:54.606 --> 00:15:57.785
이런 식으로 진리집합을
구할 수가 있는 거예요.

00:15:57.885 --> 00:16:03.043
그러면 x가 6의 약수이다.

00:16:03.143 --> 00:16:08.559
이게 조건 p라고 해볼게요.

00:16:08.659 --> 00:16:11.321
조건 q라는 것도 써보겠습니다.

00:16:11.421 --> 00:16:16.725
이거는 x가 12의 약수이다.

00:16:16.825 --> 00:16:19.286
이렇게 쓸 거예요.

00:16:19.386 --> 00:16:23.505
x가 6의 약수이다,
x가 12의 약수이다.

00:16:23.605 --> 00:16:26.388
이것은 명제인가요?

00:16:26.488 --> 00:16:30.826
얘는 참, 거짓을 판단할 수
없으니까 명제 아니죠?

00:16:30.926 --> 00:16:34.630
이것도 참, 거짓 x에 따라서
달라지니까 명제가 아닙니다.

00:16:34.730 --> 00:16:37.856
명제가 아닌데 조건이에요.

00:16:37.956 --> 00:16:39.392
어떤 조건이 있고요.

00:16:39.492 --> 00:16:42.886
얘도 x에 따라서, 그러면
x에 어떤 거를 대입했을 때

00:16:42.986 --> 00:16:46.059
참, 거짓을 판단할 수
있으니까 조건이 되죠.

00:16:46.159 --> 00:16:49.733
그 조건이라고 한다면
진리집합에 있다고 했어요.

00:16:49.833 --> 00:16:53.437
이 x가 6의 약수라는
것의 진리집합은

00:16:53.537 --> 00:16:59.364
만약에 전체집합이
자연수집합이었다고 했을 때

00:16:59.464 --> 00:17:01.999
이때 진리집합은 어떻게
나오게 되죠?

00:17:02.099 --> 00:17:05.406
x가 6의 약수라는 거는
앞에서 계속 봤듯이

00:17:05.506 --> 00:17:07.479
1, 2, 3, 6이
나오게 되고요.

00:17:07.579 --> 00:17:10.995
x가 12의 약수라고 하는 거는

00:17:11.095 --> 00:17:16.288
진리집합이 1, 2, 3, 4,
6, 12 이렇게 나오게 되죠.

00:17:16.388 --> 00:17:19.780
그런데 이제 어떤
문장을 써준 거냐면,

00:17:19.880 --> 00:17:25.983
x가 6의 약수이면, x가
12의 약수이다, 라고 해서

00:17:26.083 --> 00:17:28.816
두 조건을 연결했어요.

00:17:28.916 --> 00:17:34.369
조건 p이면 조건 q이다.

00:17:34.469 --> 00:17:39.005
이런 문장 구조로 연결을 했습니다.

00:17:39.105 --> 00:17:42.746
무엇이면 무엇이다.

00:17:42.846 --> 00:17:48.399
만약에 무엇이면 if p 이면
그러면 q가 된다고 하는

00:17:48.499 --> 00:17:50.663
조건문을 만들었어요.

00:17:50.763 --> 00:17:53.813
이거를 수학기호로 어떻게
써줄 수 있냐면

00:17:53.913 --> 00:17:59.596
p이면 q라고 이렇게 직관적으로
아주 편하게 화살표로.

00:17:59.696 --> 00:18:02.325
p이면 q이다, 형태로 썼습니다.

00:18:02.425 --> 00:18:05.104
그러면 이거는 명제가 될까요?

00:18:05.204 --> 00:18:09.267
아까 제가 조건이 레고블럭
같은 역할을 한다고 했죠?

00:18:09.367 --> 00:18:12.895
블럭과 블럭을 연결해서
집을 만든다고 했어요.

00:18:12.995 --> 00:18:15.688
조건 p가 있고 조건 q가 있는데

00:18:15.788 --> 00:18:19.413
그것을 if, then으로
연결한 p이면 q이다.

00:18:19.513 --> 00:18:24.416
이거는 참, 거짓을 판단할 수
있는 명제가 되는 거예요.

00:18:24.516 --> 00:18:26.456
참, 거짓 판단을 할 수가 있는데.

00:18:26.556 --> 00:18:29.095
그 참, 거짓 판단을
어떻게 하면 될까요?

00:18:29.195 --> 00:18:34.534
바로 이 참, 거짓을
판단해주는 기준이 되는 것은

00:18:34.634 --> 00:18:37.369
진리집합으로 보게 됩니다.

00:18:37.469 --> 00:18:41.113
p이면 q이다, 어디서 많이
들어봤던 말 아닌가요?

00:18:41.213 --> 00:18:44.654
p의 원소가 되면 q의
원소도 되느냐는 거예요.

00:18:44.754 --> 00:18:46.772
p이면 q냐?

00:18:46.872 --> 00:18:50.205
p의 원소가 되는 것들은
다 q의 원소가 되느냐?

00:18:50.305 --> 00:18:55.754
그것은 p가 q의 포함되느냐,
라는 말로 표현이 가능하죠.

00:18:55.854 --> 00:19:00.594
이게 진리집합으로 어떻게
판단해줄 수가 있느냐?

00:19:00.694 --> 00:19:03.860

참이 되도록 하려면 어떻게
될 때 참이냐면,

00:19:03.960 --> 00:19:07.168
p이면 q라는 것이 참이라는 것은

00:19:07.268 --> 00:19:12.242
진리집합 p가 q에 쏙 포함이
된다고 하면 참이 되는 것이고.

00:19:12.342 --> 00:19:15.612
거짓인 경우, p가 만약에
포함이 되지 않아.

00:19:15.712 --> 00:19:20.190
6의 약수인데 12의 약수가 되는
것이 아닌 게 하나가 있어.

00:19:20.290 --> 00:19:24.304
예를 들어서 4의 약수이면
7의 약수라는 거는 거짓이죠.

00:19:24.404 --> 00:19:29.052
4의 약수, 4라는 것은
7의 약수가 되지 않거든요.

00:19:29.152 --> 00:19:33.098
이렇게 p가 q에 포함이
되지 않을 때는 거짓.

00:19:33.198 --> 00:19:35.463
p가 q에 포함이 될 때는 참.

00:19:35.563 --> 00:19:39.174
이런 식으로 이렇게 두
집합 간의 관계를 이용해서

00:19:39.274 --> 00:19:40.748
판단해줄 수가 있게 돼요.

00:19:40.848 --> 00:19:43.266
그래서 제가 도구라고
이야기를 했었죠.

00:19:43.366 --> 00:19:48.925
이 조건이라는 것이 명제라는
것을 만들 수 있는 구성요소.

00:19:49.025 --> 00:19:51.426
어떤 연결 관계, 연산자를 주어서

00:19:51.526 --> 00:19:56.515
문장을 구성하는 방법에 따라서
명제를 만들어줄 수가 있고.

00:19:56.615 --> 00:20:00.225
그다음에 그거에 따라서 어떻게
얘가 참인지 거짓인지를

00:20:00.325 --> 00:20:03.149
판단할 수 있게 된다고

이야기를 했어요.

00:20:03.249 --> 00:20:06.822
그래서 그 연결 관계 중에서
하나로서 나오는 것이

00:20:06.922 --> 00:20:09.610
p이면 q이다, 라는 관계입니다.

00:20:09.710 --> 00:20:12.146
참고로 우리가 앞으로
세 가지 보게될 거.

00:20:12.246 --> 00:20:13.639
제가 세 가지라고 했었잖아요?

00:20:13.739 --> 00:20:16.653
그 세 가지를 미리
써드리면 이런 형식이에요.

00:20:16.753 --> 00:20:19.443
p이면 q이다, 라고
조건을 만들어서

00:20:19.543 --> 00:20:23.594
두 조건 만들어서 명제로
만들어주는 방법이 있고.

00:20:23.694 --> 00:20:28.496
모든 x에 대해서 p가 된다고
이야기를 해주는 것.

00:20:28.596 --> 00:20:33.899
그리고 어떤 x에 대해서 p가
성립한다고 이야기를 해주는 것.

00:20:33.999 --> 00:20:36.694
이렇게 세 가지를 보게 될 거예요.

00:20:36.794 --> 00:20:42.335
그러면 p이면 q이다가 참, 거짓을
각각 어떻게 판별하느냐?

00:20:42.435 --> 00:20:47.291
이거를 이제 진리집합으로서
보겠다는 거죠.

00:20:47.391 --> 00:20:50.129
그래서 p이면 q이다가
참이 되도록 할 때

00:20:50.229 --> 00:20:52.644
두 진리집합 사이에
어떤 관계가 있는가.

00:20:52.744 --> 00:20:55.280
모든 x에 대해서 p이다,
라는 것이 참일 때

00:20:55.380 --> 00:20:58.084
이 진리집합은 어떤

모양으로 생겨야 하는가?

00:20:58.184 --> 00:21:00.990
어떤 x에 대해서 p이다가 참일 때

00:21:01.090 --> 00:21:03.263
이 진리집합은 또 어떻게 되는가?

00:21:03.363 --> 00:21:06.991
그리고 각각의 부정은 언제
참이고 거짓이 될 것인가를

00:21:07.091 --> 00:21:09.680
이제 쭉 살펴보게 될 거예요.

00:21:09.780 --> 00:21:13.961
그래서 이런 식으로 문장 p이면
q이다, 라고 만든 것을

00:21:14.061 --> 00:21:16.757
우리가 가정문처럼 봐서

00:21:16.857 --> 00:21:21.478
명제의 가정과 결론으로 이루어진
명제라고 이야기해줍니다.

00:21:21.578 --> 00:21:24.501
일반적으로 두 조건
p, q로 이루어진,

00:21:24.601 --> 00:21:26.725
이거는 명제가 돼요.

00:21:26.825 --> 00:21:28.665
p이면 q이다, 라는 것은

00:21:28.765 --> 00:21:31.044
이제 참, 거짓을 판단할
수가 있다는 거죠.

00:21:31.144 --> 00:21:33.655
x는 6의 약수이다.

00:21:33.755 --> 00:21:36.463
x는 12의 약수이다.

00:21:36.563 --> 00:21:39.352
이렇게 되어있으면
각각은 조건이었지만

00:21:39.452 --> 00:21:41.599
연결지어주는 순간,

00:21:41.699 --> 00:21:45.030
6의 약수이면 12의
약수라고 써준다면

00:21:45.130 --> 00:21:49.514
그것은 같은 x가 여기
가정 결론에 걸리기 때문에

00:21:49.614 --> 00:21:52.065
우리가 참, 거짓을 판단할
수 있게 되고요.

00:21:52.165 --> 00:21:55.232
아주 직관적으로 쉽게 판단하기 좋게

00:21:55.332 --> 00:21:59.204
이렇게 화살표로 p이면 q이다,
라고 만들어주게 됩니다.

00:21:59.304 --> 00:22:01.921
그리고 이게 정말 기본 중에 기본.

00:22:02.021 --> 00:22:03.818
정말 많이 활용하게 되는,

00:22:03.918 --> 00:22:07.861
대부분의 수학 문장이
이렇게 이루어져있어요.

00:22:07.961 --> 00:22:09.421
가정과 결론.

00:22:09.521 --> 00:22:13.929
이 가정을 만족하는 이런 결론이
나오느냐는 것을 확인하게끔

00:22:14.029 --> 00:22:16.420
그렇게 문장이 구성되어있습니다.

00:22:16.520 --> 00:22:20.510
우리 중학교 때 합동조건,
그리고 닮음이다.

00:22:20.610 --> 00:22:23.571
이런 거를 보여주는 것들이
다 이런 구조였어요.

00:22:23.671 --> 00:22:26.068
만약에 이거랑 이거랑 같고

00:22:26.168 --> 00:22:29.255
얘랑 얘랑 같고 그다음에
이거랑 이거랑 같으면

00:22:29.355 --> 00:22:32.940
합동이냐는 결론을 내줄 수 있느냐?
그렇다, 라고 하는

00:22:33.040 --> 00:22:38.460
가정과 결론으로 이루어진
명제들이 정말 많이 있습니다.

00:22:38.560 --> 00:22:41.554
전체집합이 실수 전체의
집합이라고 해볼게요.

00:22:41.654 --> 00:22:44.750
그런데 보통 전체집합이
실수 전체의 집합이면

00:22:44.850 --> 00:22:46.703
문제에서 안 써주는 경우가
많아요, 대부분이에요.

00:22:46.803 --> 00:22:51.773
그냥 특별히 전체집합에
대한 언급이 없다면

00:22:51.873 --> 00:22:55.780
전체집합은 실수 전체구나,
라고 알고 풀면 됩니다.

00:22:55.880 --> 00:23:01.258
그러면 명제가 x=1이면
$x^2=1$이다.

00:23:01.358 --> 00:23:04.001
이렇게 구성된 명제가
있다고 생각해볼게요.

00:23:04.101 --> 00:23:05.846
p이면 q이다 형태.

00:23:05.946 --> 00:23:09.440
즉 가정에 해당하는 것,
결론에 해당하는 것,

00:23:09.540 --> 00:23:14.829
가정의 진리집합, 결론의 진리집합이
뭔지를 각자 써볼까요?

00:23:14.929 --> 00:23:17.084
가정에 해당하는 것이 뭐죠?

00:23:17.184 --> 00:23:19.969
x=1이다, 이게 지금 가정이죠?

00:23:20.069 --> 00:23:23.002
결론에 해당하는 것은 $x^2=1$이다.

00:23:23.102 --> 00:23:28.014
그러면 x=1이라는 것이 참이 되도록
하는 진리집합은 무엇인가요?

00:23:28.114 --> 00:23:32.477
말그대로 그냥 1이죠,
1일 때 참인 것이니까.

00:23:32.577 --> 00:23:36.739
그다음에 q, 결론이
참이 되도록 하는 것.

00:23:36.839 --> 00:23:39.338
$x^2=1$이라는 것이 참이 되려면

00:23:39.438 --> 00:23:43.474
x가 1이거나 또는 -1인 것이니까
진리집합이 이렇게 나와요.

00:23:43.574 --> 00:23:46.889

그러면 이 명제 자체는
참인가요, 거짓인가요?

00:23:46.989 --> 00:23:50.519
x=1이면 $x^2=1$이냐?
라고 했을 때,

00:23:50.619 --> 00:23:52.926
x가 1이 되도록 하는 모든 x가

00:23:53.026 --> 00:23:57.327
과연 x^2이 1인 것을 만족시키느냐는
거를 보는 거거든요.

00:23:57.427 --> 00:24:00.223
이 집합이 이 집합에 포함되느냐?

00:24:00.323 --> 00:24:04.255
p를 만족하는 모든 원소가
q에 원소이기도 하냐.

00:24:04.355 --> 00:24:08.902
이거를 만족하는 모든 x가 이거를
만족하느냐를 보는 거니까

00:24:09.002 --> 00:24:11.739
얘가 얘에 포함이
되는지를 보면 돼요.

00:24:11.839 --> 00:24:13.056
포함이 되죠, 참입니다.

00:24:13.156 --> 00:24:15.707
x가 1이면 x^2은 1이다.

00:24:15.807 --> 00:24:18.095
당연히 참이라는 거
알고 있을 거예요.

00:24:18.195 --> 00:24:21.605
이렇게 엄밀하게 본다면
구성요소를 분해해서 봤을 때

00:24:21.705 --> 00:24:24.222
이런 식으로 참이라는 것을
확인할 수 있다는 거죠.

00:24:24.322 --> 00:24:28.254
이번에는 $x^2=1$이라는
게 가정이 되었어요.

00:24:28.354 --> 00:24:31.245
그랬을 때 x가 1이다.
참인가요?

00:24:31.345 --> 00:24:34.881
보면 여기 진리집합은 1, -1

00:24:34.981 --> 00:24:36.547
이거의 진리집합은 1

00:24:36.647 --> 00:24:38.386
그러면 포함이 돼요, 안 돼요?

00:24:38.486 --> 00:24:46.851
p를 만족하지만 지금 보면
p이지만 q인 x가 있어요.

00:24:46.951 --> 00:24:49.555
그런 x가 무엇인가요?

00:24:49.655 --> 00:24:51.602
바로 -1입니다.

00:24:51.702 --> 00:24:57.060
이렇게 p이지만 q가
아닌, 죄송합니다.

00:24:57.160 --> 00:25:03.458
p이지만 q를 만족하지
않는 x가 존재하게 돼요.

00:25:03.558 --> 00:25:06.390
이거를 집합으로 표현했을 때

00:25:06.490 --> 00:25:12.197
p이면서 q가 아닌, 그러니까
q의 여집합에 해당하는

00:25:12.297 --> 00:25:16.352
그런 x가 존재한다면,
이게 공집합이라고 한다면

00:25:16.452 --> 00:25:19.867
그러면 이때 이 명제는
거짓이 됩니다.

00:25:19.967 --> 00:25:23.734
그러니까 p가 q에 포함되지
않는다는 뜻이에요.

00:25:23.834 --> 00:25:28.563
우리 p가 q에 포함될 때는 이런
벤다이어그램을 그릴 수 있었죠.

00:25:28.663 --> 00:25:33.412
이렇게 되면 p이면
q이다가 참이에요.

00:25:33.512 --> 00:25:37.835
그런데 p가 q에 포함되지
않은 상황을 생각해본다면

00:25:37.935 --> 00:25:41.571
p이면서 q, 그러니까 이
부분에만 있는 것이 아니라

00:25:41.671 --> 00:25:44.997
여기에 어떤 원소가
존재하게 되는 거거든요.

00:25:45.097 --> 00:25:47.238

여기에 원소가 존재하는 순간,

00:25:47.338 --> 00:25:50.193
우리는 p가 q에 포함되지
않는다고 할 수가 있습니다.

00:25:50.293 --> 00:25:53.757
여기에 원소가 존재한다는
것은 p를 만족하면서

00:25:53.857 --> 00:25:56.022
q가 안 되는 애가 있다는 거예요.

00:25:56.122 --> 00:25:58.731
이것이 공집합이 안
되는 상황이 된다면

00:25:58.831 --> 00:26:00.854
이 명제는 거짓이 되고요.

00:26:00.954 --> 00:26:05.805
그래서 여기에 들어가게 되는
원소를 뭐라고 부르냐면

00:26:05.905 --> 00:26:07.826
반례라고 부릅니다.

00:26:07.926 --> 00:26:09.459
반대가 되는 예라는 거예요.

00:26:09.559 --> 00:26:13.661
이 명제가 거짓이라는 것을 보여줄
수 있는 예가 된다는 것입니다.

00:26:13.761 --> 00:26:18.495
지금 이 문장 같은 경우에
$x^2=1$이면 $x=1$이다.

00:26:18.595 --> 00:26:24.403
이것을 보니까 $x^2=1$이면에
해당하는 p

00:26:24.503 --> 00:26:26.118
$x=1$이면에 해당하는 q

00:26:26.218 --> 00:26:28.179
각각의 진리집합을 봤을 때

00:26:28.279 --> 00:26:31.165
여기 p에 해당하는 거는 1과 -1

00:26:31.265 --> 00:26:34.395
그다음에 q에 해당하는
것은 1이 되니까

00:26:34.495 --> 00:26:37.862
이런 식으로 p이면서
p를 만족하는 것 중에

00:26:37.962 --> 00:26:41.416
q가 아닌 이런 -1이

존재했다는 거예요.

00:26:41.516 --> 00:26:47.574
-1은 -1을 제곱해서 1이지만

00:26:47.674 --> 00:26:51.144
-1이 1과 같지
않다고 하는 것이죠.

00:26:51.244 --> 00:26:54.693
따라서 이 -1이 반례가 되고

00:26:54.793 --> 00:26:57.963
이런 반례가 존재한다는 것은

00:26:58.063 --> 00:27:05.071
반례가 하나라도 존재한다면 그때
p이면 q이다는 거짓이 됩니다.

00:27:05.171 --> 00:27:08.600
완벽하게 딱 포함이 되어야지만
참이라는 거예요.

00:27:08.700 --> 00:27:11.821
그런데 포함되지 않도록
하는 하나의 예가 있어요.

00:27:11.921 --> 00:27:13.702
p가 q에 쏙 들어가야 되는데,

00:27:13.802 --> 00:27:17.631
쏙 들어가지 못하게 여기에
튀어나온 원소 하나가 존재합니다.

00:27:17.731 --> 00:27:19.541
이런 원소가 존재한다는 것은

00:27:19.641 --> 00:27:22.040
얘가 여기에 포함되지
못한다는 뜻이니까

00:27:22.140 --> 00:27:24.418
이 명제 자체가 거짓이
돼버리는 거죠.

00:27:24.518 --> 00:27:27.728
그런 게 하나라도
있으면 거짓이 돼요.

00:27:27.828 --> 00:27:31.881
그렇기 때문에 이거는
참인 것이 아니게 돼요.

00:27:31.981 --> 00:27:38.738
그래서 p이면 q이다, 이
명제를 부정을 한다면

00:27:38.838 --> 00:27:41.138
이거의 부정은 어떻게 나오게 되냐면

00:27:41.238 --> 00:27:43.966

p이면 q가 아니다가 아니에요.

00:27:44.066 --> 00:27:48.933
그게 아니라 이거의 부정을 찾고
싶을 때는 어떻게 해야 되느냐?

00:27:49.033 --> 00:27:51.827
이거 자체를 하나의
명제라고 했을 때

00:27:51.927 --> 00:27:58.814
p이면 q라는 것이 참이
될 때 이것의 부정.

00:27:58.914 --> 00:28:00.722
이것이 원래 명제예요.

00:28:00.822 --> 00:28:05.385
이것이 원래 그 명제고 이 명제를
부정한 것을 생각해본다면

00:28:05.485 --> 00:28:07.862
얘가 참일 때 이것이 거짓이 되고

00:28:07.962 --> 00:28:11.308
이것이 참일 때 얘가 거짓이
되어야 하는 거잖아요.

00:28:11.408 --> 00:28:16.078
p이면 q라는 거는 언제
거짓이 되는가 생각을 해보면

00:28:16.178 --> 00:28:20.752
P가 Q에 포함이 될
때 참인 것이고.

00:28:20.852 --> 00:28:24.316
벤다이어그램으로 나타냈을 때
이렇게 나오게 되는 거고요.

00:28:24.416 --> 00:28:27.922
거짓이라는 것은 P가
Q에 포함이 되지 못하고

00:28:28.022 --> 00:28:31.181
여기에 뭔가 원소가
존재한다는 거예요.

00:28:31.281 --> 00:28:39.358
그렇기 때문에 p이면서
q가 아닌 것이 있다.

00:28:39.458 --> 00:28:42.812
그렇다면 이 명제는 부정이 됩니다.

00:28:42.912 --> 00:28:44.935
이게 그러면 거짓일
때는 얘가 참이 되고

00:28:45.035 --> 00:28:47.632
이게 참일 때는 이게

거짓이 되는 거예요.

00:28:47.732 --> 00:28:53.735
내가 이번 수학 시험에서
90점 이상을 받으면

00:28:53.835 --> 00:28:57.724
너에게 아이스크림을 사줄게,
라고 말을 했다고 해봐요.

00:28:57.824 --> 00:29:02.089
이것을 부정한다면
어떻게 될 것이냐?

00:29:02.189 --> 00:29:07.695
내가 90점 이상을 받았는데
아이스크림을 안 사준다고 한다면

00:29:07.795 --> 00:29:14.525
그런 날이 존재한다면 그것이
부정을 한 상황이 되는 거죠.

00:29:14.625 --> 00:29:16.856
p이면 q이다의 부정,

00:29:16.956 --> 00:29:18.595
p이면서 q가 아닌 것이 있다.

00:29:18.695 --> 00:29:20.045
이거 그냥 참고로 알아두면 되고요.

00:29:20.145 --> 00:29:23.162
이거에 대한 질문이 많기 때문에
제가 그냥 해드린 거지

00:29:23.262 --> 00:29:25.133
이게 교과 과정에 포함이
되는 것은 아닙니다.

00:29:25.233 --> 00:29:26.599
제가 수포자 강의에서 이렇게,

00:29:26.699 --> 00:29:28.673
교과 과정에 안 들어가는 거를
하면 안 되기는 하지만.

00:29:28.773 --> 00:29:33.009
그래도 혹시 궁금하실까봐
말씀을 드린 것이고.

00:29:33.109 --> 00:29:35.514
강조하고 싶은 것은 그거예요.

00:29:35.614 --> 00:29:38.976
조건과 조건을 붙여서
명제를 만들었죠?

00:29:39.076 --> 00:29:41.253
p이면 q이다, 라고 만들었어요.

00:29:41.353 --> 00:29:44.154

그러면 여기서 얘를
가정이라고 부르고

00:29:44.254 --> 00:29:45.626
이거를 결론이라고 부른다.

00:29:45.726 --> 00:29:49.098
이렇게 가정과 결론으로
구성되어있는 문장이

00:29:49.198 --> 00:29:54.369
참이라는 것을 보이는 방법은
p가 q에 포함이 되는가를

00:29:54.469 --> 00:29:56.383
보여주면 된다는 거예요.

00:29:56.483 --> 00:29:59.003
그리고 거짓이라는 것을 보여줄 때는

00:29:59.103 --> 00:30:01.356
포함되지 않는 것을
보이면 되잖아요.

00:30:01.456 --> 00:30:04.370
그러면 포함되지 않는 예를
하나만 찾아도 된다는 거죠.

00:30:04.470 --> 00:30:07.805
p에는 들어가면서 q에는
들어가지 않는 예.

00:30:07.905 --> 00:30:09.871
그런 예가 바로 반례라는 거예요.

00:30:09.971 --> 00:30:11.898
그거를 하나라도 찾을 수 있다면

00:30:11.998 --> 00:30:16.037
그러면 이 명제가 거짓이라는
것을 보여줄 수가 있습니다.

00:30:16.137 --> 00:30:19.535
그래서 정리를 해서
적어드리자면 이렇게 돼요.

00:30:19.635 --> 00:30:27.824
p이면 q이다의 증명,

00:30:27.924 --> 00:30:30.755
증명이라는 용어는 아직
우리가 사용하지 않았지만

00:30:30.855 --> 00:30:34.346
이것을 증명하고자 할 때
어떻게 보여줄 것이냐?

00:30:34.446 --> 00:30:38.497
증명이라고 쓰지 말고 참,
거짓 판단이라고 해볼게요.

00:30:38.597 --> 00:30:42.718
참, 거짓을 판단하는 것은
어떻게 해줄 수가 있느냐?

00:30:42.818 --> 00:30:50.638
참임을 보이는 것은 p의 진리집합

00:30:50.738 --> 00:30:54.883
P가 Q에 쏙 포함이
된다는 것을 보여주면

00:30:54.983 --> 00:30:57.685
참임을 보일 수가
있게 되는 거고요.

00:30:57.785 --> 00:31:02.206
그다음에 거짓임을 보이는
방법은 어떻게 하느냐?

00:31:02.306 --> 00:31:10.173
P이면서 Q가 아닌 집합에
들어가는 원소 하나 찾기.

00:31:10.273 --> 00:31:12.906
하나만 찾아도 된다는 거예요.

00:31:13.006 --> 00:31:15.757
P가 Q에 포함되지
않는다는 뜻이니까

00:31:15.857 --> 00:31:19.101
P에 들어가면서 Q에는
포함되지 않는

00:31:19.201 --> 00:31:22.477
여기에 들어가는 원소
하나만 찾아줘도 되는데,

00:31:22.577 --> 00:31:26.763
이거의 원소를 우리가
뭐라고 부르느냐?

00:31:26.863 --> 00:31:29.215
반례라고 부른다는 거예요.

00:31:29.315 --> 00:31:32.343
거짓임을 보이려면 반례를
하나만 찾아주면 되고.

00:31:32.443 --> 00:31:34.982
참임을 보이려면 P가 완전히 Q에

00:31:35.082 --> 00:31:37.975
이렇게 포함이 된다는
것을 보여줌으로써

00:31:38.075 --> 00:31:42.518
두 조건을 가정문으로 연결해서
만들어준 p이면 q이다

00:31:42.618 --> 00:31:46.633

이것의 참, 거짓을
판단해줄 수가 있습니다.

00:31:46.733 --> 00:31:51.504
그러면 이거를 좀 정리한
내용을 같이 읽어보자면

00:31:51.604 --> 00:31:54.329
조건 p가 성립하는 모든
경우에 조건 q도 성립하면

00:31:54.429 --> 00:31:55.682
그 명제는 참이라는 거죠.

00:31:55.782 --> 00:31:58.519
그리고 p는 성립하지만 조건 q가
성립하지 않는 경우가 있다면

00:31:58.619 --> 00:32:00.196
그것이 바로 반례가 된다는 거예요.

00:32:00.296 --> 00:32:03.209
그리고 p, q의 진리집합을
각각 P, Q라고 했을 때

00:32:03.309 --> 00:32:04.972
P가 Q에 포함되면 참이고

00:32:05.072 --> 00:32:09.213
그다음에 참이라고 하면 포함된다고
거꾸로 쓸 수가 있고.

00:32:09.313 --> 00:32:12.338
P가 Q에 포함되지
않으면 거짓이고.

00:32:12.438 --> 00:32:15.565
p, q가 거짓이면 P가
Q에 포함되지 않는다.

00:32:15.665 --> 00:32:22.154
이렇게 된다는 것은 P이면서 Q가
아닌 것이 공집합이 되지 않는

00:32:22.254 --> 00:32:26.932
원소 하나가 있어서 그것을 우리가
반례라고 부를 수가 있다는 것입니다.

00:32:27.032 --> 00:32:30.951
그러면 이 명제의 가정,
결론, 진리집합 구하고

00:32:31.051 --> 00:32:33.401
참, 거짓을 판별해보도록 할까요?

00:32:33.501 --> 00:32:35.207
가정은 무엇인가요?

00:32:35.307 --> 00:32:39.632
p에 해당하는 것은 x-1이
2보다 크다는 것이죠.

00:32:39.732 --> 00:32:41.264
그러면 이거의 진리집합은

00:32:41.364 --> 00:32:44.023
x가 3보다 크기만 하면 돼요.

00:32:44.123 --> 00:32:51.224
그렇기 때문에 x가 3보다 큰 원소를
모은 집합이 진리집합이 될 거고요.

00:32:51.324 --> 00:32:55.884
그다음에 q는 3x-2가 4보다
크다고 말을 하고 있는 거죠?

00:32:55.984 --> 00:32:57.920
3x가 6보다 커요.

00:32:58.020 --> 00:32:59.588
그러면 x가 2보다 크죠.

00:32:59.688 --> 00:33:01.780
그래서 이 Q의 진리집합은

00:33:01.880 --> 00:33:05.820
x를 모았는데 x가 2보다
큰 애들을 모은 것입니다.

00:33:05.920 --> 00:33:09.076
그러면 얘는 3보다 큰
애들을 모았고요.

00:33:09.176 --> 00:33:11.647
이거는 2보다 큰 애들을 모았어요.

00:33:11.747 --> 00:33:15.330
P가 Q 속으로 쏙 포함이
된다고 할 수가 있죠.

00:33:15.430 --> 00:33:17.379
P가 Q에 들어가게 되네요.

00:33:17.479 --> 00:33:22.864
그렇기 때문에 이 명제는 참이라고
이야기를 해줄 수가 있는 거죠.

00:33:22.964 --> 00:33:28.608
진리집합 간의 포함 관계를 통해서
참과 거짓을 판단해줄 수 있습니다.

00:33:28.708 --> 00:33:35.079
이번에는 모든이나
어떤이라는 말을 붙여서

00:33:35.179 --> 00:33:38.418
명제를 구성하는 상황에
대해서 생각해보겠습니다.

00:33:38.518 --> 00:33:40.108
전체집합 역시 실수일 때

00:33:40.208 --> 00:33:43.302
모든 엑스에 대하여 x^2은
0보다 크거나 같다.

00:33:43.402 --> 00:33:47.917
그냥 x^2이 0보다
크거나 같다고 한다면

00:33:48.017 --> 00:33:50.665
이것은 명제가 아니에요.

00:33:50.765 --> 00:33:55.186
x가 실수일 때는 참이고 허수라고
한다면 참이 아니게 되겠죠.

00:33:55.286 --> 00:33:58.606
그런데 모든 전체집합
실수 x에 대해서

00:33:58.706 --> 00:34:00.351
x^2이 0보다 크거나 같다.

00:34:00.451 --> 00:34:02.078
그러면 참이 되죠.

00:34:02.178 --> 00:34:04.799
어떤 x에 대하여 x는 무리수이다.

00:34:04.899 --> 00:34:08.741
그냥 x는 무리수라고 하면 이 x가 뭔데?
몰라.

00:34:08.841 --> 00:34:11.793
이렇게 되지만 어떤 x에
대해서 x가 무리수이다.

00:34:11.893 --> 00:34:14.704
실수 중에 어떤 x는
무리수일 수 있죠.

00:34:14.804 --> 00:34:16.666
이렇게 참, 거짓을 판단할
수가 있다는 거예요.

00:34:16.766 --> 00:34:19.150
위의 문장은 참인가? 거짓인가?

00:34:19.250 --> 00:34:20.720
판단 가능하다.

00:34:20.820 --> 00:34:23.688
이렇게 우리가 명제를
만들어줄 수가 있게 됩니다.

00:34:23.788 --> 00:34:28.957
그러면 이렇게 모든, 어떤을
붙여서 명제를 만들었을 때

00:34:29.057 --> 00:34:31.773
이거의 참, 거짓을
어떻게 판단할 것인가?

00:34:31.873 --> 00:34:36.096
전체집합 U에 대하여 조건 p의
진리집합을 P라고 했을 때

00:34:36.196 --> 00:34:39.730
모든 x에 대해서 p이다, 가
참이 되도록 하고 싶어요.

00:34:39.830 --> 00:34:42.504
모든 x에 대해서 p이다,
가 참이 되는 것은

00:34:42.604 --> 00:34:44.563
그러면 p의 진리집합을 만들었더니

00:34:44.663 --> 00:34:46.480
그게 모든 x로 나와야
되는 거잖아요.

00:34:46.580 --> 00:34:50.259
그렇기 때문에 진리집합이
어떠면 될까요?

00:34:50.359 --> 00:34:53.996
바로 전체집합과 같다면
모든 x에 대해서 p이다.

00:34:54.096 --> 00:34:55.578
이거는 참이 됩니다.

00:34:55.678 --> 00:35:00.126
반면에 만약에 진리집합이
전체집합이 아니었어요.

00:35:00.226 --> 00:35:04.021
전체가 아니라 여기의 구성요소로
들어올 수 있는 것이

00:35:04.121 --> 00:35:07.870
아닌 x가 하나라도 있었다고
한다면 거짓이 되는 거죠.

00:35:07.970 --> 00:35:10.414
전체집합의 원소 중에서
하나도 빠짐없이

00:35:10.514 --> 00:35:16.781
다 이 조건을 만족할 때 그때 이
명제는 참이 된다고 할 수 있습니다.

00:35:16.881 --> 00:35:18.414
아까보다 간단하죠?

00:35:18.514 --> 00:35:22.498
아까는 P가 Q에 포함된다,
이런 관계를 잘 봤어야 되는데.

00:35:22.598 --> 00:35:24.713
얘는 조건 자체는 하나만 있어요.

00:35:24.813 --> 00:35:27.527
거기에 이런 수식어를
붙여준 거거든요.

00:35:27.627 --> 00:35:29.772
모든 x에 대하여, 라고 했으니까

00:35:29.872 --> 00:35:32.420
당연히 모든 x에 대해서 참이려면

00:35:32.520 --> 00:35:36.015
진리집합을 모은 게 다
모든 x여야겠죠.

00:35:36.115 --> 00:35:38.346
진리집합이 전체집합이어야겠죠.

00:35:38.446 --> 00:35:40.142
그때 참이 된다는 거예요.

00:35:40.242 --> 00:35:45.436
그러면 이제 어떤 x에 대해서
p가 참이라고 할 때는

00:35:45.536 --> 00:35:46.912
어떻게 되면 되느냐?

00:35:47.012 --> 00:35:48.730
하나라도 만족하는 게
있으면 되거든요.

00:35:48.830 --> 00:35:52.328
모두 다 아닌 것이 아니라 하나라도
만족하는 게 있으면 되니까

00:35:52.428 --> 00:35:56.291
이제 진리집합이 공집합이
아니면 됩니다.

00:35:56.391 --> 00:35:59.773
진리집합이 공집합이 아니라고
한다면 얘는 참이고.

00:35:59.873 --> 00:36:03.850
진리집합이 공집합이면 하나도 만족하는
것이 없으니까 거짓인 거죠.

00:36:03.950 --> 00:36:08.269
하나라도 만족하는 것이 있다면
참이 된다고 할 수가 있습니다.

00:36:08.369 --> 00:36:11.785
그러면 모든과 어떤이
들어있는 명제를

00:36:11.885 --> 00:36:15.166
이런 거를 생각하면서
부정해보도록 할게요.

00:36:15.266 --> 00:36:18.989
모든 사람은 죽는다, 라는

거를 부정하면 어떻게 될까요?

00:36:19.089 --> 00:36:21.250
모든 사람이 죽는다.

00:36:21.350 --> 00:36:24.775
이것을 부정하면, 이라는
것은 언제 거짓이 되는가?

00:36:24.875 --> 00:36:26.846
이거를 생각해보면 되거든요.

00:36:26.946 --> 00:36:30.229
그러면 죽지 않은 사람을
한 사람을 찾았다.

00:36:30.329 --> 00:36:32.190
P가 전체집합이 아니었다.

00:36:32.290 --> 00:36:36.792
죽는 사람을 다 모아봤는데 그중에
죽지 않는 사람이 있었다고 한다면

00:36:36.892 --> 00:36:41.159
죽지 않는 사람도 있다고 하면
이게 부정이 되는 거잖아요.

00:36:41.259 --> 00:36:42.822
사실이 아닌 거잖아요.

00:36:42.922 --> 00:36:45.300
그 죽지 않는 사람도 있다는 것은

00:36:45.400 --> 00:36:51.105
우리가 모든, 어떤이라는
수식어를 사용해서 보이려고 할 때

00:36:51.205 --> 00:36:54.211
어떤 사람은 죽지
않는다고 말하게 됩니다.

00:36:54.311 --> 00:36:59.525
즉 P가 전체집합이면 참이었잖아요.

00:36:59.625 --> 00:37:04.650
그런데 P가 전체집합이
아니라면 거짓이 된다는 거죠.

00:37:04.750 --> 00:37:08.455
P가 전체집합이 아니라는
것은 P의 여집합이

00:37:08.555 --> 00:37:10.878
여기서 한 단계 가보면
P의 여집합이

00:37:10.978 --> 00:37:13.335
전체집합의 여집합이 아니라는 거죠.

00:37:13.435 --> 00:37:16.185
그런데 전체집합의

여집합은 공집합이니까

00:37:16.285 --> 00:37:19.774
전체집합의 여집합이 공집합이
아니라는 뜻이 됩니다.

00:37:19.874 --> 00:37:27.368
즉 P가 아닌 것이 공집합이
아니라는 것은 존재한다.

00:37:27.468 --> 00:37:32.897
어떤 사람이 죽지 않는다는 그
예를 찾을 수가 있다고 한다면

00:37:32.997 --> 00:37:34.892
얘가 거짓이 되기 때문에

00:37:34.992 --> 00:37:40.567
모든 사람은 죽는다의 부정은 어떤
사람은 죽지 않는다가 돼요.

00:37:40.667 --> 00:37:48.409
즉 모든 x에 대해서 p이다,
라는 것을 부정을 했다.

00:37:48.509 --> 00:37:51.601
그렇다면 그 부정의 결과가 모든을

00:37:51.701 --> 00:37:54.315
어떤으로 바꾼다고
생각을 해도 돼요.

00:37:54.415 --> 00:37:59.739
어떤 x에 대해서 p가
아니다가 됩니다.

00:37:59.839 --> 00:38:03.760
여기서 조심해야 될
것, 바뀌는 것은

00:38:03.860 --> 00:38:06.920
모든 x가 어떤 x로
바뀌게 되고요.

00:38:07.020 --> 00:38:09.365
p이다가 p가 아니다로
바뀌는 거예요.

00:38:09.465 --> 00:38:12.119
x에 대해, 이 전체는
그대로 있는 거예요.

00:38:12.219 --> 00:38:16.743
모든 실수 x에 대해서 x^2이
0보다 크거나 같다를 부정해보면

00:38:16.843 --> 00:38:20.474
어떤 x에 대해서는 x^2이
0보다 작아가 되는 거지,

00:38:20.574 --> 00:38:25.202

어떤 실수 x까지 부정해서
허수 x로 바꾸면 안 됩니다.

00:38:25.302 --> 00:38:29.239
전체집합은 그대로 놔두고 이
수식어만 바꾸는 거예요.

00:38:29.339 --> 00:38:31.040
그리고 문장의 이야기만 바꾸고.

00:38:31.140 --> 00:38:32.468
생각해보면 당연해요.

00:38:32.568 --> 00:38:35.022
모든 실수 x에 대해서 x^2이
0보다 크거나 같다.

00:38:35.122 --> 00:38:37.056
그거의 반대되는 말은,

00:38:37.156 --> 00:38:40.539
아니야, 어떤 x에 대해서는
제곱하니까 0보다 작아지던대?

00:38:40.639 --> 00:38:42.502
이렇게 반론을 제기할 거잖아요.

00:38:42.602 --> 00:38:43.770
그게 바로 부정이 돼요.

00:38:43.870 --> 00:38:47.279
그래서 명제 모든
x에 대하여 p이다.

00:38:47.379 --> 00:38:50.046
이것의 부정은 p가 아닌
x가 하나라도 있고.

00:38:50.146 --> 00:38:52.814
즉 어떤 x에 대하여 p가 아니다.

00:38:52.914 --> 00:38:54.292
이렇게 나오게 된다는 거죠.

00:38:54.392 --> 00:38:56.805
얘네가 서로 부정의
관계가 되는 거고요.

00:38:56.905 --> 00:39:01.228
그러면 어떤 x에 대해서
p이다의 부정은 무엇이 될까요?

00:39:01.328 --> 00:39:04.991
어떤 사람은 밥을 먹지
않는다는 거를 부정한다면

00:39:05.091 --> 00:39:08.422
밥을 먹지 않는 사람은
없어, 라고 되겠죠.

00:39:08.522 --> 00:39:09.881

어떤 사람은 밥을 먹지 않아.

00:39:09.981 --> 00:39:13.248
내가 봤을 때는 아닌데,
다 밥을 먹던데.

00:39:13.348 --> 00:39:15.812
모든 사람은 다 밥을
먹어, 라고 말을 하면

00:39:15.912 --> 00:39:16.939
이거의 부정이 되는 거잖아요.

00:39:17.039 --> 00:39:18.700
누가 밥을 안 먹어요? 다 먹던데.

00:39:18.800 --> 00:39:20.123
이렇게 말을 하는 거죠.

00:39:20.223 --> 00:39:23.473
P가 공집합이 아닌 것이 아니야.

00:39:23.573 --> 00:39:27.486
이거를 부정하려면 P가 공집합이야,
라고 말을 하게 되고.

00:39:27.586 --> 00:39:31.482
이거의 여집합, 반대되는
사건을 생각했을 때 전체야.

00:39:31.582 --> 00:39:34.640
모든 사람은 밥을 먹어,
먹지 않지 않아.

00:39:34.740 --> 00:39:36.516
이렇게 나오게 된다는 거죠.

00:39:36.616 --> 00:39:39.344
그래서 어떤 x에 대해서 p이다.

00:39:39.444 --> 00:39:42.510
이거를 부정해주면,
p 아닌 게 어디있어.

00:39:42.610 --> 00:39:44.195
p 아닌 x는 없어.

00:39:44.295 --> 00:39:48.220
즉 모든 x에 대해서 p가
아니다, 라고 말을 하게 돼요.

00:39:48.320 --> 00:39:51.424
어떤 x에서 어떤을 모든으로

00:39:51.524 --> 00:39:54.817
p이다를 p가 아니다로
바꾸게 되는 거죠.

00:39:54.917 --> 00:39:58.665
그래서 쉽게 기억하려면
모든을 어떤으로

00:39:58.765 --> 00:40:01.069
그다음에 p이다를 p가 아니다로.

00:40:01.169 --> 00:40:03.943
모든이 어떤으로 갔다면
어떤은 모든으로.

00:40:04.043 --> 00:40:06.620
이런 식으로 어떤과
모든이 왔다 갔다하고

00:40:06.720 --> 00:40:10.530
p이다와 p가 아니다를 왔다 갔다
하면서 생각을 해주면 돼요.

00:40:10.630 --> 00:40:14.003
그러면 예를 들어서
생각을 해볼까요?

00:40:14.103 --> 00:40:20.767
모든 실수 x에 대하여
x+2가 x+1보다 크다.

00:40:20.867 --> 00:40:22.969
부정은 뭐죠?

00:40:23.069 --> 00:40:25.155
모든 실수 x에 대해서를,

00:40:25.255 --> 00:40:29.161
모든 것에 대해서 이게 이거보다
크다고 이야기를 하고 있으니까

00:40:29.261 --> 00:40:32.946
어떤 실수 x에 대해서는 아니야.

00:40:33.046 --> 00:40:38.209
x+2가 x+1보다 작거나
같아지기도 하는데?

00:40:38.309 --> 00:40:39.632
이렇게 말을 하는 거죠.

00:40:39.732 --> 00:40:41.489
이거는 참인가요?

00:40:41.589 --> 00:40:44.344
모든 실수 x에 대해서
x에 2를 더한 거는

00:40:44.444 --> 00:40:46.083
1을 더한 것보다 큰가요?

00:40:46.183 --> 00:40:48.218
더 큰 수를 더했으니까
당연히 참이죠.

00:40:48.318 --> 00:40:52.222
x 없어지면서 2가 1보다 크다고
말을 하고 있게 되는 거니까

00:40:52.322 --> 00:40:53.602
이거는 참이고요.

00:40:53.702 --> 00:40:54.860
그거를 부정했더니

00:40:54.960 --> 00:40:58.620
아니야, 어떤 실수 x에 대해서는
2가 1보다 작거나 같기도 해.

00:40:58.720 --> 00:41:00.345
말이 안 되죠, 거짓이에요.

00:41:00.445 --> 00:41:02.638
이렇게 얘를 부정했어요.

00:41:02.738 --> 00:41:05.915
참이었던 거를 부정하면
거짓이 되는 거예요.

00:41:06.015 --> 00:41:11.281
어떤 실수 x에 대하여 x^2이 0보다
크거나 같다고 이야기를 했어요.

00:41:11.381 --> 00:41:14.717
그러면 이거는 참인가요,
거짓인가요?

00:41:14.817 --> 00:41:16.130
이거 참인 거 맞죠.

00:41:16.230 --> 00:41:18.305
어떤 실수, 하나라도 찾을
수 있으면 되거든요.

00:41:18.405 --> 00:41:19.716
예를 들어 어떤 실수 5,

00:41:19.816 --> 00:41:22.818
생각해보면 5의 제곱은
0보다 크거나 같아요.

00:41:22.918 --> 00:41:24.432
이거는 참인 명제고요.

00:41:24.532 --> 00:41:28.756
그러면 이거를 부정했을 때
모든 실수 x에 대해서

00:41:28.856 --> 00:41:34.930
x^2이 0보다 작아진다는
말을 하는 건데.

00:41:35.030 --> 00:41:36.335
이것은 거짓이죠.

00:41:36.435 --> 00:41:39.459
모든 실수는 제곱했을 때
0보다 크거나 같아요.

00:41:39.559 --> 00:41:41.412
그렇기 때문에 얘는 거짓.

00:41:41.512 --> 00:41:45.618
제곱해서 0보다 크거나 같아지는
것이 있어, 그러니까 이거 틀렸어.

00:41:45.718 --> 00:41:47.646
이렇게 말을 하게 되는 거잖아요.

00:41:47.746 --> 00:41:51.059
어떤 실수 x에 대해서 x^2이
0보다 크거나 같다는 것과

00:41:51.159 --> 00:41:53.387
얘는 반대되는 이야기를
하고 있는 거죠.

00:41:53.487 --> 00:41:56.706
어떤 실수 x에 대해서
x^2이 0보다 작다.

00:41:56.806 --> 00:41:58.489
이것은 거짓이에요.

00:41:58.589 --> 00:42:04.187
이것을 부정해보면 모든
실수 x에 대해서

00:42:04.287 --> 00:42:08.621
x^2이 0보다 크거나
같다고 나오게 됩니다.

00:42:08.721 --> 00:42:10.534
이것은 참이죠.

00:42:10.634 --> 00:42:14.462
모든 실수 x는 x가 양수일 때도
제곱해서 0보다 크거나 같고

00:42:14.562 --> 00:42:16.518
음수일 때도 제곱해서 0보다 크고

00:42:16.618 --> 00:42:18.640
0은 제곱했을 때 0이고,
이렇게 되니까 참.

00:42:18.740 --> 00:42:19.749
참, 거짓

00:42:19.849 --> 00:42:20.499
참, 거짓

00:42:20.599 --> 00:42:21.463
거짓, 참

00:42:21.563 --> 00:42:24.252
원래 명제가 참이면 부정은 거짓.

00:42:24.352 --> 00:42:26.645
원래 명제가 거짓이면

부정은 참이 돼요.

00:42:26.745 --> 00:42:28.840
그러니까 참, 거짓을 판단할 때

00:42:28.940 --> 00:42:30.991
내가 모든, 어떤 이런 거에 있어서

00:42:31.091 --> 00:42:34.785
모든 것에 대해서 확인하기가
어렵다면 그거를 부정해봐서

00:42:34.885 --> 00:42:37.841
부정이 참이면 원래
거는 거짓이구나.

00:42:37.941 --> 00:42:40.067
부정이 거짓이면 원래 거가 참이구나

00:42:40.167 --> 00:42:43.003
그런 식으로 판단을
해도 가능한 거예요.

00:42:43.103 --> 00:42:50.071
이게 지금 양이 많다 보니까
제가 조금씩 정리를 해드릴게요.

00:42:50.171 --> 00:42:54.363
지금까지 본 것은 명제라는
것에서 시작을 했어요.

00:42:54.463 --> 00:42:58.782
명제라는 거는 수학에서 앞으로
참, 거짓을 판단하려고 하는

00:42:58.882 --> 00:43:00.379
문장이나 식이었죠.

00:43:00.479 --> 00:43:02.593
그렇게 해서 명제라는
거를 도입했고.

00:43:02.693 --> 00:43:06.723
그런데 명제가 어떤 문법
규칙으로 구성이 되는가,

00:43:06.823 --> 00:43:08.609
이거를 세 가지 본 거예요.

00:43:08.709 --> 00:43:11.675
그 세 가지를 구성할 때 사용이
된 것이 바로 조건이죠.

00:43:11.775 --> 00:43:15.281
그리고 조건이라는 것은 x에
따라서 참, 거짓이 되니까

00:43:15.381 --> 00:43:17.467
그 참, 거짓이 되도록 하는

00:43:17.567 --> 00:43:21.364

참이 되도록 하는 애를
집합에 모아놓은 거고.

00:43:21.464 --> 00:43:25.325
그러면 거짓이 되는 애들은 진리집합의
여집합에 들어가게 된다는 거죠.

00:43:25.425 --> 00:43:27.211
그래서 세 가지 규칙을 봤어요.

00:43:27.311 --> 00:43:28.938
p이면 q이다.

00:43:29.038 --> 00:43:31.286
이거는 P가 Q에 포함될 때.

00:43:31.386 --> 00:43:34.151
진리집합이 서로 포함관계에
있을 때 참이 되는 거고.

00:43:34.251 --> 00:43:36.768
모든 x에 대해서 p이다.

00:43:36.868 --> 00:43:41.140
이거는 P의 진리집합이
그냥 전체집합일 때 참.

00:43:41.240 --> 00:43:43.512
어떤 x에 대해서 p이다.

00:43:43.612 --> 00:43:45.872
P의 진리집합이
공집합만 아니면 돼요.

00:43:45.972 --> 00:43:47.743
하나라도 원소가 있으면 돼요.

00:43:47.843 --> 00:43:49.384
그러면 참이 된다는 것이고.

00:43:49.484 --> 00:43:52.892
모든 원소를 부정관계로 바꿔서

00:43:52.992 --> 00:43:55.381
생각해줄 수도 있다는
이야기까지 한 거예요.

00:43:55.481 --> 00:43:59.432
그러면 이중에서 특히나 우리가
많이 다루게 되는 명제는

00:43:59.532 --> 00:44:03.195
p이면 q이다, 라는
형식을 갖는 명제입니다.

00:44:03.295 --> 00:44:06.008
그래서 p이면 q이다의 형태로

00:44:06.108 --> 00:44:09.445
아까 계속 봤었던
$x=1$이면 $x^2=1$이다.

00:44:09.545 --> 00:44:10.985
이거 나온 거 있었죠?

00:44:11.085 --> 00:44:15.050
수학에서 정말 많이 해보는
게 이게 지금 참이잖아요.

00:44:15.150 --> 00:44:18.488
참이라고 할 때 이것을 뒤집어봐요.

00:44:18.588 --> 00:44:20.241
뒤집은 것도 참이 될까?

00:44:20.341 --> 00:44:24.352
뒤집은 것도 참이 된다면 둘은 같은
말을 하고 있는 것이기 때문에

00:44:24.452 --> 00:44:27.636
이거를 말하는 대신 얘로
말을 해줄 수가 있거든요.

00:44:27.736 --> 00:44:29.820
그래서 p이면 q이다와

00:44:29.920 --> 00:44:32.307
q이면 p이다가 동시에 성립하는가를

00:44:32.407 --> 00:44:35.031
굉장히 관심을 갖고 보게 되거든요.

00:44:35.131 --> 00:44:38.638
그런데 항상 그러면
왔다 갔다 할 수 있느냐?

00:44:38.738 --> 00:44:41.987
아까 $x^2=1$이면
$x=1$이다는 참이었나요?

00:44:42.087 --> 00:44:43.803
반례가 존재했었죠?

00:44:43.903 --> 00:44:46.724
반례가 -1이라는 것이 존재했어요.

00:44:46.824 --> 00:44:50.021
x^2이 1인데 1이
아닌 것이 있잖아요.

00:44:50.121 --> 00:44:52.001
그렇기 때문에 이것은
거짓이 됩니다.

00:44:52.101 --> 00:44:56.176
이번에는 x가 1이 아니면
x^2은 1이 아니다.

00:44:56.276 --> 00:44:59.601
이거 참인가요? 이거 뭐한 거죠?

00:44:59.701 --> 00:45:03.716

얘를 부정했어요, 그리고
이거를 부정했어요.

00:45:03.816 --> 00:45:05.129
이것이 참인가요?

00:45:05.229 --> 00:45:07.904
x가 1이 아니면 x^2은
1이 될 수가 없나요?

00:45:08.004 --> 00:45:10.918
x가 1이 아닌 것 중에서
어떤 거가 있어요?

00:45:11.018 --> 00:45:13.696
-1이라는 거는 1이 아닌데

00:45:13.796 --> 00:45:16.352
제곱했더니 1이 나오게 되었어요.

00:45:16.452 --> 00:45:20.311
1이 아닌데도 제곱해서 1이
되는 것을 찾을 수가 있거든요.

00:45:20.411 --> 00:45:21.902
그래서 거짓이 됩니다.

00:45:22.002 --> 00:45:24.761
x^2이 1이 아니라는
것은 x가 1이 아니고

00:45:24.861 --> 00:45:26.559
-1이 아니라는 것을 의미하죠.

00:45:26.659 --> 00:45:30.671
그렇기 때문에 x가 1이 아니라는
것은 참이 될 수밖에 없는 거죠.

00:45:30.771 --> 00:45:34.597
얘의 진리집합은 1과 -1을
제외한 모든 실수예요.

00:45:34.697 --> 00:45:38.020
이거의 진리집합은 1을
제외한 모든 실수가 돼요.

00:45:38.120 --> 00:45:41.773
그렇다면 이 구간에
들어가는 모든 실수가

00:45:41.873 --> 00:45:43.924
여기에 들어가는 실수에
포함이 되잖아요.

00:45:44.024 --> 00:45:46.286
이것은 참이라고 할 수가 있습니다.

00:45:46.386 --> 00:45:50.835
그러면 얘를 p이면
q이다의 구조로 적었을 때

00:45:50.935 --> 00:45:54.739
두 번째 거는 q이면 p이다로
바꿔서 적을 수 있죠.

00:45:54.839 --> 00:45:56.688
세 번째 거는 어떻게
적을 수 있죠?

00:45:56.788 --> 00:45:59.996
x가 1이 아니면이 되니까
p가 아니면 q가 아니다.

00:46:00.096 --> 00:46:02.044
이렇게 나오게 되었고.

00:46:02.144 --> 00:46:06.170
네 번째 거는 q가 아니면 p가
아니다, 라고 나오게 되었어요.

00:46:06.270 --> 00:46:09.289
이 하나의 명제가 있을 때,

00:46:09.389 --> 00:46:12.680
p이면 q이다, 라는 것이
하나의 명제라고 했어요.

00:46:12.780 --> 00:46:14.823
이 명제의,

00:46:14.923 --> 00:46:16.864
얘를 역이라고 부릅니다.

00:46:16.964 --> 00:46:19.654
순서를 바꿨죠? 역이라고 부르고요.

00:46:19.754 --> 00:46:25.371
조건, 가정과 결론을 각각
부정해서 ~이면으로 연결해준 것.

00:46:25.471 --> 00:46:28.625
이것을 이 명제의 이라고 불러요.

00:46:28.725 --> 00:46:31.990
얘는 결론을 부정하고
가정을 부정해서

00:46:32.090 --> 00:46:34.471
서로 가정과 결론으로 연결했죠?

00:46:34.571 --> 00:46:36.509
얘를 대우라고 부릅니다.

00:46:36.609 --> 00:46:39.640
어떤 명제의 역,
이, 대우를 찾아라.

00:46:39.740 --> 00:46:43.420
어떤 명제가 p이면 q이다로
성립이 되어있을 때

00:46:43.520 --> 00:46:44.771

q이면 p이다.

00:46:44.871 --> 00:46:46.490
~p이면 ~q이다.

00:46:46.590 --> 00:46:49.958
~q이면 ~p이다의 형식으로
바꿔서 적어본 거.

00:46:50.058 --> 00:46:52.968
그것을 각각 역, 이,
대우라고 부르게 됩니다.

00:46:53.068 --> 00:46:55.787
얘네 둘끼리의 관계는 어떻죠?

00:46:55.887 --> 00:46:58.366
이 명제의 역이 이거예요.

00:46:58.466 --> 00:47:02.796
그리고 이 명제의 이가 이거입니다.

00:47:02.896 --> 00:47:05.746
어떤 명제에서부터
출발했느냐에 따라서

00:47:05.846 --> 00:47:09.203
이 명제의 역, 이,
대우가 되는 거고요.

00:47:09.303 --> 00:47:12.357
지금 이게 참이었을 때
누가 참이었어요?

00:47:12.457 --> 00:47:13.913
이게 참이었고.

00:47:14.013 --> 00:47:17.319
이게 참일 때 이게 거짓이고
이것도 거짓이었어요.

00:47:17.419 --> 00:47:19.473
역과 이는 항상 같이 가게 되고.

00:47:19.573 --> 00:47:22.845
그다음에 원래 명제와 대우명제는
항상 같이 가게 될까요?

00:47:22.945 --> 00:47:27.678
그렇습니다, 그거는 왜 그런지
이따가 같이 살펴볼게요.

00:47:27.778 --> 00:47:31.149
그래서 어떤 명제
p이면 q에 대하여

00:47:31.249 --> 00:47:35.665
q이면 p이다로 바꾼 거를
뭐라고 부른다고요?

00:47:35.765 --> 00:47:37.281

역이라고 부릅니다.

00:47:37.381 --> 00:47:39.377
p이면 q이다, q이면 p이다.

00:47:39.477 --> 00:47:43.558
그러면 q이면 p이다의 역은 또
p이면 q라고 할 수 있겠죠.

00:47:43.658 --> 00:47:46.107
이 명제의 역이 이거고요.

00:47:46.207 --> 00:47:47.959
이 명제의 역이 이거입니다.

00:47:48.059 --> 00:47:52.016
서로 가정과 결론을 부정해서
쓴 거, 이라고 했어요.

00:47:52.116 --> 00:47:55.232
얘의 부정, 이거의
부정을 연결해준 거.

00:47:55.332 --> 00:47:57.395
마찬가지로 이거의 부정이 p죠?

00:47:57.495 --> 00:47:58.869
이거의 부정이 q죠?

00:47:58.969 --> 00:48:02.272
p이면 q이다, 이거 각각의
부정으로 연결해준 거.

00:48:02.372 --> 00:48:03.892
서로 간의 관계가 이예요.

00:48:03.992 --> 00:48:07.395
그다음에 이렇게 관계, ~q이면
~p이다라는 것이 대우.

00:48:07.495 --> 00:48:09.344
항상 쌍방향이에요.

00:48:09.444 --> 00:48:10.833
이, 명제, 대우이고.

00:48:10.933 --> 00:48:12.325
이 명제의 대우가 되고요.

00:48:12.425 --> 00:48:14.339
얘네끼리의 관계는 어떻죠?

00:48:14.439 --> 00:48:16.727
가정과 결론의 위치만 싹 바꿨죠.

00:48:16.827 --> 00:48:18.956
그렇기 때문에 얘네끼리
역이 되고요.

00:48:19.056 --> 00:48:22.228
이거끼리 가정 구성하고

결론을 구성해서

00:48:22.328 --> 00:48:26.053
서로 화살표 연결을 했으니까
애네끼리 이가 되고.

00:48:26.153 --> 00:48:30.234
이렇게 명제의 역, 이, 대우에
항상 관심을 가질 거예요.

00:48:30.334 --> 00:48:33.509
어떤 명제 p이면 q이다가
참임을 보였어요.

00:48:33.609 --> 00:48:37.459
그러면 많은 사람들이 대부분
q이면 p이다도 참일까?

00:48:37.559 --> 00:48:39.198
이런 것을 보여준다는 거죠.

00:48:39.298 --> 00:48:43.239
그런데 명제하고 대우가 아주
특별한 관계가 있어요.

00:48:43.339 --> 00:48:44.948
우리가 조금 전에 봤었던 것처럼

00:48:45.048 --> 00:48:49.137
어떤 전체집합 U에 대해서
두 조건 p, q의 진리집합을

00:48:49.237 --> 00:48:53.652
각각 P, Q라고 할 때
~p, ~q의 진리집합은

00:48:53.752 --> 00:48:56.656
각각 P의 여집합, Q의
여집합이 된다고 했죠?

00:48:56.756 --> 00:49:00.777
p이면 q가 참이면 P, Q
간의 무슨 관계가 있죠?

00:49:00.877 --> 00:49:03.365
P가 Q에 포함이 되는
관계가 있습니다.

00:49:03.465 --> 00:49:09.954
P가 Q에 포함이 된다면
P의 여집합은 여기예요.

00:49:10.054 --> 00:49:13.968
Q의 여집합은 여기예요.

00:49:14.068 --> 00:49:16.646
빨간색이 파란색을 포함하나요?

00:49:16.746 --> 00:49:19.697
그렇죠, 파란색은 빨간색에
완전히 들어갑니다.

00:49:19.797 --> 00:49:23.337
Q의 여집합은 P의
여집합에 포함이 돼요.

00:49:23.437 --> 00:49:29.061
그러면 ~q의 진리집합이
~p의 진리집합에

00:49:29.161 --> 00:49:31.681
포함되는 관계가 된다는 거거든요.

00:49:31.781 --> 00:49:36.820
즉 p이면 q이다가 참이면
~q이면 ~p도 참이 된다는 거죠.

00:49:36.920 --> 00:49:41.018
어떤 명제가 참이면 그 대우도
반드시 참이 됩니다.

00:49:41.118 --> 00:49:45.167
그런데 어떤 명제가 참이라고
해서 역이 참이 되느냐?

00:49:45.267 --> 00:49:46.503
그거는 아니라고 했죠.

00:49:46.603 --> 00:49:50.767
P가 Q에 포함됐다고 해서 Q가
P에도 포함되는 것은 아니거든요.

00:49:50.867 --> 00:49:56.423
역은 참이라고 할 수는 없지만 어떤
명제 p이면 q이다가 참이었어요.

00:49:56.523 --> 00:50:02.906
그러면 반드시 ~q이면 ~p이다도
참이 된다는 것이고요.

00:50:03.006 --> 00:50:06.736
만약에 q이면 p이다가 참인 경우

00:50:06.836 --> 00:50:11.943
이게 참이라고 한다면 이거의
대우명제에 해당하는

00:50:12.043 --> 00:50:15.761
원래 명제의 입장에서는
이가 되도록 하는 거.

00:50:15.861 --> 00:50:17.861
이것이 참으로 나오게 되겠죠.

00:50:17.961 --> 00:50:20.213
이렇게 될 때 반드시
이게 성립하고.

00:50:20.313 --> 00:50:22.437
이렇게 될 때 반드시
이게 성립하고.

00:50:22.537 --> 00:50:26.508
그런데 p이면 q이다가 참이라고
해서 q이면 p가 참이냐?

00:50:26.608 --> 00:50:28.886
그렇지 않을 수 있다는 거죠.

00:50:28.986 --> 00:50:31.205
앞에서 예를 들어서 계속 봤고요.

00:50:31.305 --> 00:50:37.233
그러면 예제 4번에서는 정삼각형은
이등변삼각형이라는 명제가 있어요.

00:50:37.333 --> 00:50:46.634
이거의 역을 생각해보면 이등변삼각형은
정삼각형이다, 거든요.

00:50:46.734 --> 00:50:49.292
참인가요?

00:50:49.392 --> 00:50:54.404
이등변삼각형인데 정삼각형이
아닌 것이 존재하죠.

00:50:54.504 --> 00:50:56.346
이렇게 생긴 삼각형.

00:50:56.446 --> 00:50:59.022
만약에 여기가 5, 5, 3이다.

00:50:59.122 --> 00:51:01.598
그러면 정삼각형 아니에요.

00:51:01.698 --> 00:51:06.143
얘는 이등변삼각형이지만 정삼각형의
범주에는 들어가지 않죠.

00:51:06.243 --> 00:51:07.308
거짓입니다.

00:51:07.408 --> 00:51:10.447
그런데 정삼각형이면 무조건
이등변삼각형이죠.

00:51:10.547 --> 00:51:13.766
정삼각형은 세 변의
길이가 같은 거잖아요.

00:51:13.866 --> 00:51:16.775
그렇기 때문에 두 변의 길이도
같다고 볼 수가 있어요.

00:51:16.875 --> 00:51:18.908
그렇기 때문에 대우 명제,

00:51:19.008 --> 00:51:28.653
이등변삼각형이 아니면 정삼각형이
아니라고 하는 것.

00:51:28.753 --> 00:51:32.501

이등변삼각형도 아닌데 어떻게
정삼각형이 될 수 있겠어요?

00:51:32.601 --> 00:51:34.183
이것도 참이 되는 거죠.

00:51:34.283 --> 00:51:38.645
원래 명제도 참이고 그거의 대우
명제도 참이 된다는 관계.

00:51:38.745 --> 00:51:40.655
다시 한 번 확인을
해볼 수가 있습니다.

00:51:40.755 --> 00:51:45.548
모든 정삼각형들의 집합은
이등변삼각형 속으로 들어가잖아요.

00:51:45.648 --> 00:51:49.737
정삼각형이면 세 변이 같으니까 당연히
두 변도 같게 되는 것이죠.

00:51:49.837 --> 00:51:53.691
그러면 정삼각형일 조건을 만족하기에

00:51:53.791 --> 00:51:57.234
예각삼각형일 조건이 충분한가요?

00:51:57.334 --> 00:52:02.327
예각삼각형이기만 하다면
정삼각형이 되나요?

00:52:02.427 --> 00:52:03.697
다시 볼게요.

00:52:03.797 --> 00:52:08.728
정삼각형일 조건을 만족하기 위해서는
세 변의 길이가 같아야 되거든요.

00:52:08.828 --> 00:52:13.951
예각삼각형일 조건, a랑
b가 같다고 하는 이 조건은

00:52:14.051 --> 00:52:17.802
충분한가요? 또 하나의
조건이 뭔가 필요한가요?

00:52:17.902 --> 00:52:21.272
예각삼각형일 조건을 생각해본다면

00:52:21.372 --> 00:52:25.250
이 예각삼각형일 조건은
기본적으로 필요해요.

00:52:25.350 --> 00:52:29.399
이게 필요하고 추가적으로
조건이 더 들어오게 되는 거죠.

00:52:29.499 --> 00:52:32.337
그런데 정삼각형은
예각삼각형이 되기에

00:52:32.437 --> 00:52:34.059
뭔가 더 조건이 필요한가요?

00:52:34.159 --> 00:52:35.806
아니면 이거 자체로 충분한가요?

00:52:35.906 --> 00:52:37.886
얘는 충분합니다.

00:52:37.986 --> 00:52:40.507
정삼각형은 이미 세
변의 길이가 똑같아요.

00:52:40.607 --> 00:52:43.548
그렇기 때문에 예각삼각형이 되기에

00:52:43.648 --> 00:52:47.011
충분히 조건을 만족하고
있다고 할 수 있어요.

00:52:47.111 --> 00:52:51.681
x가 3이면 x^2이 9가
되기 위해서 충분한가요?

00:52:51.781 --> 00:52:53.156
뭔가 조건이 더 필요한가요?

00:52:53.256 --> 00:52:55.026
충분히 조건을 가지고 있습니다.

00:52:55.126 --> 00:52:58.530
그런데 x^2은 x가 3이 되기
위해서 조건이 필요해요.

00:52:58.630 --> 00:53:00.247
어떤 조건이 필요하냐?

00:53:00.347 --> 00:53:05.422
x가 -3이 아니라는
조건이 필요한 거예요.

00:53:05.522 --> 00:53:09.892
그러면 정삼각형일 조건을
만족하기 위해서

00:53:09.992 --> 00:53:12.968
예각삼각형일 조건이라는
표현을 썼는데.

00:53:13.068 --> 00:53:20.130
어떤 삼각형이 정삼각형이라는
거를 p라고 해보고

00:53:20.230 --> 00:53:28.471
이등변삼각형이라는 것을
q라고 표현을 해볼게요.

00:53:28.571 --> 00:53:33.801
그러면 정삼각형이면
이등변삼각형이라고 할 수가 있죠.

00:53:33.901 --> 00:53:37.591
그런데 이등변삼각형일 때
정삼각형은 아니죠.

00:53:37.691 --> 00:53:39.490
그런데 이거는 성립해요.

00:53:39.590 --> 00:53:43.335
이거는 성립하지는 않지만
얘일 때 이게 성립한다면

00:53:43.435 --> 00:53:47.352
p이면 q이다, 계속
관심을 가지고 있는

00:53:47.452 --> 00:53:50.649
이 p이면 q이다로 구성이
된 이 명제에서

00:53:50.749 --> 00:53:52.794
p이면 q이다가 참일 때

00:53:52.894 --> 00:53:58.035
우리가 앞으로 참인 명제는 이렇게
두 줄을 그어서 써줄 거예요.

00:53:58.135 --> 00:54:01.349
p이면 q이다가 참이라고 한다면

00:54:01.449 --> 00:54:05.815
얘는 P의 진리집합이 Q의 진리집합에
포함이 된다는 것을 의미하죠.

00:54:05.915 --> 00:54:10.438
Q가 되기에 이미 P는 충분한
조건을 가지고 있어요.

00:54:10.538 --> 00:54:14.124
P는 Q가 되기에
이미 충분하거든요.

00:54:14.224 --> 00:54:17.247
그런데 Q는 P가 되기에
여기에 뭔가 아닌 것들,

00:54:17.347 --> 00:54:19.153
배제되는 것들이 필요한 거예요.

00:54:19.253 --> 00:54:23.952
그렇기 때문에 이게 성립할
때 p는 q가 되기에

00:54:24.052 --> 00:54:28.096
충분한 조건을 갖추고 있어요.

00:54:28.196 --> 00:54:30.863
충분한 자격조건을 가지고 있습니다.

00:54:30.963 --> 00:54:35.863
그래서 p는 q가 되기

위한 충분조건이다.

00:54:35.963 --> 00:54:40.723
충분히 갖추어진 충분조건이라는
말을 써주게 되고요.

00:54:40.823 --> 00:54:47.254
p가 q의 충분조건일 때 q는 p의
필요조건이라고 이야기를 해줘요.

00:54:47.354 --> 00:54:52.233
어떤 조건이 항상 필요조건, 충분조건으로
나오게 되는 것은 아니고요.

00:54:52.333 --> 00:54:54.916
이렇게 p가 q의 충분조건일 때

00:54:55.016 --> 00:54:57.879
q는 p의 필요조건이라고
이야기를 해줍니다.

00:54:57.979 --> 00:55:05.820
예를 들어서 x=3일 때
$x^2-9=0$이라고 하는 것.

00:55:05.920 --> 00:55:12.005
x가 3이면 x^2-9는
0이라고 할 수 있죠.

00:55:12.105 --> 00:55:15.923
x가 3인 것은 x^2-9가
0이 되도록 하기 위한

00:55:16.023 --> 00:55:18.678
충분한 조건이에요,
충분히 만족을 합니다.

00:55:18.778 --> 00:55:24.162
그런데 $x^2=9$일 때
x=3이라고 역으로 쓴다면

00:55:24.262 --> 00:55:26.909
이것은 성립하지 않잖아요.

00:55:27.009 --> 00:55:29.342
x가 -3일 수도 있으니까.

00:55:29.442 --> 00:55:33.085
그래서 x^2이 9라는 것은 x가
3이 되기 위한 필요조건.

00:55:33.185 --> 00:55:36.918
x가 -3이 아니라는 것을
조건 하나로 필요로 한다.

00:55:37.018 --> 00:55:39.756
이런 차원에서 필요조건이라고
부르게 되고요.

00:55:39.856 --> 00:55:47.236
그러면 x=3 또는 -3일

때 $x^2=9$이다.

00:55:47.336 --> 00:55:49.935
이렇게 이야기를 한다면,

00:55:50.035 --> 00:55:54.606
이거는 이쪽 성립하고 이쪽도
성립하고 둘 다 성립하죠.

00:55:54.706 --> 00:55:57.760
이쪽도 충분조건이고
이쪽도 충분조건이에요.

00:55:57.860 --> 00:56:02.501
이런 것은 필요충분조건이라고
부르게 되고요.

00:56:02.601 --> 00:56:05.844
그런데 우리 조건 중에는
필요조건이다, 충분조건이다.

00:56:05.944 --> 00:56:09.580
어느 한 쪽이 성립하지 않는
그런 조건이 있을 수도 있어요.

00:56:09.680 --> 00:56:15.130
그런 것은 필요조건도 아니고 충분조건도
아니라고 이야기를 해줍니다.

00:56:15.230 --> 00:56:20.673
예를 들어서 x가 1보다
크고 2보다 작을 때

00:56:20.773 --> 00:56:24.899
x가 3보다 크고 5보다
작다고 말을 하는 것은

00:56:24.999 --> 00:56:27.817
이쪽도 성립하지 않고
이쪽도 성립하지 않죠.

00:56:27.917 --> 00:56:31.660
그러면 필요조건도 아니고 충분조건도
아니라고 말을 하게 돼요.

00:56:31.760 --> 00:56:33.427
어느 한쪽이라도 성립했으면

00:56:33.527 --> 00:56:36.067
필요조건, 충분조건이라는
거를 정의해줄 수 있는데.

00:56:36.167 --> 00:56:38.309
양쪽 다 성립하지 않는 경우는

00:56:38.409 --> 00:56:40.764
아예 이런 조건에 이름을
붙이지 않는 것입니다.

00:56:40.864 --> 00:56:42.778
정리를 한번 해보겠습니다.

00:56:42.878 --> 00:56:44.915
참인 명제를 표현해줄 때,

00:56:45.015 --> 00:56:49.307
명제 p이면 q이다가 참일 때 이거를
기호로 어떻게 쓴다고요?

00:56:49.407 --> 00:56:53.214
두 줄 그어서 이렇게 한
줄만 쓰는 것이 아니라

00:56:53.314 --> 00:56:55.296
두 줄 그었다고 한다면
p이면 q이다가

00:56:55.396 --> 00:56:58.115
참이라는 것을 나타내주게 되고요.

00:56:58.215 --> 00:57:02.877
그런데 p이면 q이다가 참이라는
관계가 성립되는 경우에 대해서

00:57:02.977 --> 00:57:05.084
어느 한쪽이 이렇게 성립될 때

00:57:05.184 --> 00:57:08.741
p는 q이기 위한 충분조건이
된다는 거고요.

00:57:08.841 --> 00:57:13.523
q는 p이기 위한 필요조건이 됩니다.

00:57:13.623 --> 00:57:18.131
그러면 만약에 p이면
q이다는 성립하지 않았지만

00:57:18.231 --> 00:57:22.969
q이면 p이다는 성립했어요.

00:57:23.069 --> 00:57:30.868
그러면 q는 p이기 위한
충분조건이 되는 것이고요.

00:57:30.968 --> 00:57:35.292
p는 q이기 위한 필요조건이 된다고

00:57:35.392 --> 00:57:37.143
이렇게 이야기를 할 수도 있습니다.

00:57:37.243 --> 00:57:40.216
그리고 양방향이 다 성립되었다면

00:57:40.316 --> 00:57:44.197
p는 q이기 위한 필요충분조건이
된다는 것이고요.

00:57:44.297 --> 00:57:46.970
만약에 어느 쪽도 성립하지 않았다.

00:57:47.070 --> 00:57:49.311

필요조건도 아니고
충분조건도 아니에요.

00:57:49.411 --> 00:57:51.177
둘 중 하나는 성립해야 됩니다.

00:57:51.277 --> 00:57:54.348
그렇다면 p이면 q이다가 참일 때,

00:57:54.448 --> 00:57:57.906
p는 q이기 위한
충분조건이었는데 언제 참이었죠?

00:57:58.006 --> 00:58:03.097
P의 진리집합이 Q의 진리집합에
포함될 때 참이었죠.

00:58:03.197 --> 00:58:05.625
그렇기 때문에 P가 Q에 포함될 때

00:58:05.725 --> 00:58:10.366
p는 q이기 위한 충분조건이
된다고 할 수 있고요.

00:58:10.466 --> 00:58:14.343
q는 p이기 위한
필요조건이 됩니다.

00:58:14.443 --> 00:58:18.451
그리고 두 진리집합이
똑같다고 한다면

00:58:18.551 --> 00:58:22.080
필요충분조건이라고 이야기를
해줄 수가 있겠죠?

00:58:22.180 --> 00:58:26.930
이것이 참인 것이 결국 이거랑 같은
말을 하고 있는 것이기 때문에

00:58:27.030 --> 00:58:29.324
이렇게 진리집합에 의해서도

00:58:29.424 --> 00:58:33.317
이게 필요조건인지 충분조건인지
필요충분조건인지를

00:58:33.417 --> 00:58:34.933
파악해볼 수가 있어요.

00:58:35.033 --> 00:58:39.732
그러면 여기서 조건 p가 q이기 위한
어떤 조건인지 생각을 해볼까요?

00:58:39.832 --> 00:58:43.839
x가 1보다 크면 x의
절댓값은 1보다 큰가요?

00:58:43.939 --> 00:58:47.786
이거 x가 1보다 큰 거는
이렇게 표현이 되죠.

00:58:47.886 --> 00:58:50.543
x의 절댓값이 1보다 큰 것은

00:58:50.643 --> 00:58:54.278
x가 1보다 크거나 또는
-1보다 작은 거였어요.

00:58:54.378 --> 00:58:57.890
그렇기 때문에 이거의
진리집합은 1보다 크거나

00:58:57.990 --> 00:59:00.588
-1보다 작거나,
라고 나오게 되니까

00:59:00.688 --> 00:59:03.583
얘가 여기 집합속으로
포함이 됩니다.

00:59:03.683 --> 00:59:07.417
그래서 이런 관계, 진리집합은
이런 관계가 성립이 되고.

00:59:07.517 --> 00:59:11.050
이렇게 명제가 성립하느냐의
차원에서 봤을 때

00:59:11.150 --> 00:59:13.826
이쪽은 성립하고 이쪽은
성립하지 않게 되죠.

00:59:13.926 --> 00:59:15.748
그러면 무슨 조건이죠?

00:59:15.848 --> 00:59:19.965
p이면 q이다가 참이니까
충분조건이라는 거죠.

00:59:20.065 --> 00:59:23.505
x^2이 정수라고 한다면
x는 정수인가요?

00:59:23.605 --> 00:59:26.861
한번 생각을 해보면
x^2이 정수이다.

00:59:26.961 --> 00:59:30.290
예를 들어서 $\sqrt{2}$ 같은 거
제곱해주면 정수가 되는데,

00:59:30.390 --> 00:59:33.093
$\sqrt{2}$ 자체는 정수가 아니에요.

00:59:33.193 --> 00:59:35.235
그래서 이쪽은 성립하지 않는데

00:59:35.335 --> 00:59:38.871
x가 정수이면 정수끼리 곱한
것은 항상 정수가 되니까

00:59:38.971 --> 00:59:41.285
q이면 p이다는 성립하게 되죠.

00:59:41.385 --> 00:59:46.294
그러면 p는 q이기 위한
필요조건이 된다는 것이에요.

00:59:46.394 --> 00:59:51.616
q이면 p이다가 성립이 되기 때문에
q는 p이기 위한 충분조건.

00:59:51.716 --> 00:59:54.139
p는 q이기 위한
필요조건이 됩니다.

00:59:54.239 --> 01:00:00.106
그러니까 x가 1이면 x^2+x-2는
0이 된다는 것은 성립하게 되죠.

01:00:00.206 --> 01:00:04.624
얘는 x가 1이거나 또는
-1로 나오게 되니까요.

01:00:04.724 --> 01:00:07.206
그런데 x가 1이거나 -1일 때는

01:00:07.306 --> 01:00:10.106
절대로 1이라고 단정지을
수는 없습니다.

01:00:10.206 --> 01:00:12.415
이쪽은 성립하고 이쪽은
성립하지 않아요.

01:00:12.515 --> 01:00:14.636
그렇게 된다면 이 세 번째 거는

01:00:14.736 --> 01:00:18.667
p가 q이기 위한 충분조건이라고
이야기를 해줄 수가 있고요.

01:00:18.767 --> 01:00:22.265
x랑 y랑 절댓값해서
더한 게 0이에요.

01:00:22.365 --> 01:00:25.608
이거 말 자체가, 제가 바로
자연스럽게 이런 기호를 썼죠?

01:00:25.708 --> 01:00:28.074
x가 0이고 y가
0일 수밖에 없죠.

01:00:28.174 --> 01:00:30.938
더해서 0인데, 둘 다 0보다
크거나 같은 수예요.

01:00:31.038 --> 01:00:33.388
그렇기 때문에 둘 다
0이어야만 합니다.

01:00:33.488 --> 01:00:36.060
그리고 이쪽도 당연히
성립하게 되는 것이고.

01:00:36.160 --> 01:00:41.445
그렇기 때문에 얘는 필요충분조건이라고
이야기를 해줄 수가 있습니다.

01:00:41.545 --> 01:00:44.241
이렇게 조건을 판단해볼
수가 있고요.

01:00:44.341 --> 01:00:46.422
이번에 세 조건 p,
q, r에 대해서

01:00:46.522 --> 01:00:48.722
p는 q이기 위한 충분조건이에요.

01:00:48.822 --> 01:00:50.466
그러면 이렇게 나오게 되죠.

01:00:50.566 --> 01:00:53.286
r은 q이기 위한
필요조건이라는 것은

01:00:53.386 --> 01:00:56.612
q이면 r이다가 충분조건이
된다는 거죠.

01:00:56.712 --> 01:00:59.896
r은 p이기 위한 충분조건이다.

01:00:59.996 --> 01:01:03.773
이거는 r이면 p이다가
성립한다는 것입니다.

01:01:03.873 --> 01:01:07.054
그러면 가만히 보니까
진리집합으로 갔을 때

01:01:07.154 --> 01:01:10.752
P의 진리집합이 Q의 진리집합에
포함이 되는 거예요.

01:01:10.852 --> 01:01:13.276
Q의 진리집합은 R의
진리집합에 포함이 되고.

01:01:13.376 --> 01:01:15.648
r은 다시 p에 포함이 되거든요.

01:01:15.748 --> 01:01:19.975
그러면 P가 Q에 포함되고
Q가 R에 포함이 되는데

01:01:20.075 --> 01:01:23.283
이게 다시 P에 포함이
된다고 하는 것은

01:01:23.383 --> 01:01:25.696

얘네가 모두 같은 집합이라는 거죠.

01:01:25.796 --> 01:01:29.462
이거를 명제끼리 삼단논법처럼
붙여서 써도 돼요.

01:01:29.562 --> 01:01:31.558
p이면 q이고 q이면 r인데,

01:01:31.658 --> 01:01:34.991
r이면 다시 p로
돌아오게 된다는 거예요.

01:01:35.091 --> 01:01:37.929
성립되니까 얘네는
왔다 갔다 할 수 있으면서

01:01:38.029 --> 01:01:40.983
p, q, r이 모두
양방향 다 성립가능한

01:01:41.083 --> 01:01:44.936
필요충분조건이 된다고
구해줄 수가 있는 거죠.

01:01:45.036 --> 01:01:49.256
그래서 이런 논리구조로 앞으로
많은 것들을 증명해주게 됩니다.

01:01:49.356 --> 01:01:53.740
그러면 이제 정의랑
이런 성질에 익숙해지고

01:01:53.840 --> 01:01:57.496
개념 확인 문제를 같이
보도록 하겠습니다.

01:01:57.596 --> 01:01:59.272
1번부터 보겠습니다.

01:01:59.372 --> 01:02:03.194
세 조건 p, q, r에 대해서
두 명제 p이면 q이다.

01:02:03.294 --> 01:02:06.874
그리고 r이면 q가 아니다, 라는
것이 모두 참이라고 했어요.

01:02:06.974 --> 01:02:10.926
그러면 우리가 이 명제의
참인 것을 갖고 있는 것이

01:02:11.026 --> 01:02:14.851
p이면 q이다, 그리고
r이면 q가 아니라는 것이

01:02:14.951 --> 01:02:16.582
참으로 가지고 있는데.

01:02:16.682 --> 01:02:19.152
사실 딱 이렇게 두 가지만

가지고 있는 것이 아니라

01:02:19.252 --> 01:02:21.383
어떤 명제가 참일 때,

01:02:21.483 --> 01:02:25.384
그러니까 가정과 결론으로 이루어진
이런 형태의 명제가 참일 때

01:02:25.484 --> 01:02:27.760
반드시 참인 것이 있었습니다.

01:02:27.860 --> 01:02:32.206
또 같이 참이라고 할 수 있는
거, 바로 이것의 대우명제이죠.

01:02:32.306 --> 01:02:34.920
대우명제가 어떻게
생겼는지 적어본다면

01:02:35.020 --> 01:02:39.143
첫 번째 거의 대우명제는
q가 아니면 p가 아니다.

01:02:39.243 --> 01:02:40.612
이렇게 나오게 되고.

01:02:40.712 --> 01:02:43.044
여기서는 q가 아닌 것을 부정하니까

01:02:43.144 --> 01:02:45.672
q이면 r이 아니다,
이렇게 나오죠?

01:02:45.772 --> 01:02:50.659
그다음에 이거를 연결지을 때
생각해보는 것은 삼단논법이었어요.

01:02:50.759 --> 01:02:54.536
그래서 p이면 q이고
q이면 r이라고 한다면

01:02:54.636 --> 01:02:59.119
그러면 p, q, r이
연결되면서 p이면 r이라고

01:02:59.219 --> 01:03:00.980
이야기를 해줄 수 있는 거잖아요.

01:03:01.080 --> 01:03:05.225
지금 보니까 p이면 q이고
q이면 r이 아니라는 것이

01:03:05.325 --> 01:03:06.576
딱 연결이 되네요.

01:03:06.676 --> 01:03:12.408
그렇기 때문에 여기서 q이면 r이
아니라는 거까지를 얻을 수 있습니다.

01:03:12.508 --> 01:03:15.458

그래서 보기에 그런
것이 안 나와있어요.

01:03:15.558 --> 01:03:20.770
그런데 가만히 보니까 여기에서
결국 p이면 r이 아니라는 건데.

01:03:20.870 --> 01:03:26.468
이렇게 연결된 명제의 또 대우명제를
생각해볼 수가 있겠죠.

01:03:26.568 --> 01:03:30.555
그러면 r이면 p가 아니라는
것을 얻을 수가 있고.

01:03:30.655 --> 01:03:32.885
이거는 3번에 있는 보기입니다.

01:03:32.985 --> 01:03:36.238
이렇게 이런 형태의
문제가 나올 때는

01:03:36.338 --> 01:03:40.170
보통 대우명제를 이용해서
삼단논법을 사용할 수 있는

01:03:40.270 --> 01:03:41.865
연결고리를 찾게 돼요.

01:03:41.965 --> 01:03:46.064
그리고 결과가 나왔을 때도 그냥
한 번에 이거이면 이거이다.

01:03:46.164 --> 01:03:48.750
이거를 쓰도록 하는 문제가
별로 안 나오거든요.

01:03:48.850 --> 01:03:51.588
여기서 또 한번 대우명제를
생각할 수 있는가?

01:03:51.688 --> 01:03:54.678
그러니까 내가 원하는, 보기에
있는 답을 찾기 위해서

01:03:54.778 --> 01:03:58.036
얘네들을 똑같은 것들로
잘 변형할 수 있을까.

01:03:58.136 --> 01:04:00.574
이거 연습을 잘 해보면 좋습니다.

01:04:00.674 --> 01:04:03.178
그래서 이게 증명의 기본
논리가 되는 거죠.

01:04:03.278 --> 01:04:06.852
제가 삼단논법에 대해서 자세하게
앞에서 말씀을 안 드렸는데,

01:04:06.952 --> 01:04:10.515

그게 삼단논법이잖아요,
연역법이라고 불리우는.

01:04:10.615 --> 01:04:14.171
가장 대표적인 예로
모든 사람은 죽는다.

01:04:14.271 --> 01:04:16.499
그런데 소크라테스는 사람이다.

01:04:16.599 --> 01:04:19.580
그러니까 소크라테스는
죽는다, 이렇게 나오는 거.

01:04:19.680 --> 01:04:22.217
p이면 q이고 q이면 r이 아니다.

01:04:22.317 --> 01:04:24.527
그러면 p이면 r이 아니다.

01:04:24.627 --> 01:04:30.118
이렇게 여기서부터 여기까지도 참이
된다고 연결이 되는 것이었고.

01:04:30.218 --> 01:04:33.216
이거는 우리 진리집합으로
아주 잘 설명이 되죠.

01:04:33.316 --> 01:04:36.980
P가 Q에 포함이 되고 R이
아닌 것에 포함이 되니까

01:04:37.080 --> 01:04:38.832
P이면 R이 아닌 것에 포함이 되고

01:04:38.932 --> 01:04:44.586
각각의 여집합을 생각했을 때 R은
P의 여집합에 포함이 되는 것이니까

01:04:44.686 --> 01:04:48.034
이 명제가 성립한다고 할
수 있는 것이었습니다.

01:04:48.134 --> 01:04:52.754
이제 두 번째 거에서는 p이면
q이다가 또 참이 되도록 한대요.

01:04:52.854 --> 01:04:55.721
p이면 q이다, 가정과
결론으로 이루어진

01:04:55.821 --> 01:04:57.993
이런 명제가 참이 되도록 하려면

01:04:58.093 --> 01:05:02.237
가정에 해당하는 진리집합이
결론에 해당하는 진리집합에

01:05:02.337 --> 01:05:04.085
포함이 되면 되는 거죠.

01:05:04.185 --> 01:05:06.886
그러면 가정에 해당하는
것의 진리집합을 구해보면

01:05:06.986 --> 01:05:09.906
x^2이 9보다 작거나 같은 것이니까

01:05:10.006 --> 01:05:11.960
x가 3보다 작거나 같거나

01:05:12.060 --> 01:05:14.406
아니면 -3보다 크거나 같다.

01:05:18.006 --> 01:05:20.628
이게 맞는데 이렇게 쓰지 않죠.

01:05:20.728 --> 01:05:22.115
붙여서 쓰죠.

01:05:22.215 --> 01:05:24.738
-3보다 크거나 같고
3보다 작거나 같다.

01:05:24.838 --> 01:05:26.802
이렇게 써줄 수가 있고.

01:05:26.902 --> 01:05:29.810
두 번째 거는 x가 a보다
작거나 같은 거예요.

01:05:29.910 --> 01:05:35.208
그러면 첫 번째, 이거의 진리집합을
x의 범위로 나올 때는

01:05:35.308 --> 01:05:37.452
수직선상에 그림으로 그려보면

01:05:37.552 --> 01:05:40.149
포함관계를 좀 더 쉽게
파악할 수 있잖아요.

01:05:40.249 --> 01:05:44.738
얘를 찾아본다면 -3부터 3까지
이렇게 나오게 되고요.

01:05:44.838 --> 01:05:47.292
두 번째 거, a보다
작거나 같은데

01:05:47.392 --> 01:05:49.053
저 a보다 작거나 같은 것이

01:05:49.153 --> 01:05:52.153
노란색으로 표시한 범위를
포함해야 되는 거예요.

01:05:52.253 --> 01:05:54.490
그러니까 a가 이거보다
더 크게 나와야 되죠.

01:05:54.590 --> 01:05:57.736

더 크게 그린다면 어떻게
그릴 수 있을까요?

01:05:57.836 --> 01:06:01.693
a가 여기쯤에 있어서
더 작거나 같다고 한다면

01:06:01.793 --> 01:06:05.407
파란색이 분명히 노란색을
포함한다고 할 수 있을 거예요.

01:06:05.507 --> 01:06:09.057
그런데 그렇게 되도록 하는
a의 최솟값을 구하래요.

01:06:09.157 --> 01:06:13.248
얼마나 작은 a가 이거를
만족할 수 있는가를 생각해보면

01:06:13.348 --> 01:06:16.419
예를 들어서 a가 여기에
있다, 가능한가요?

01:06:16.519 --> 01:06:20.046
그러면 노란색 이 부분에
포함하지 못하게 되겠죠.

01:06:20.146 --> 01:06:21.291
그래서 안 되고.

01:06:21.391 --> 01:06:24.265
그러면 최소 어디까지밖에
못 가겠어요?

01:06:24.365 --> 01:06:26.944
a가 가다가 딱
경계가 되는 부분,

01:06:27.044 --> 01:06:30.460
뭔가 2개가 교차하는, 여기가
경계가 되는 부분이기 때문에

01:06:30.560 --> 01:06:33.985
자연스럽게 우리는 a가 3인
상황을 생각해볼 수가 있고.

01:06:34.085 --> 01:06:36.678
만약에 a가 3이라고 한다면

01:06:36.778 --> 01:06:39.411
x가 3보다 작거나 같다는 집합은

01:06:39.511 --> 01:06:42.847
x가 3보다 작거나 같다는
집합을 분명히 포함을 합니다.

01:06:42.947 --> 01:06:46.019
3 공통으로 가지게 되면서
여기에 있는 모든 것들이

01:06:46.119 --> 01:06:47.589

다 이것을 만족을 하게 되죠.

01:06:47.689 --> 01:06:50.767
-3보다 크거나 같고
3보다 작거나 같다면

01:06:50.867 --> 01:06:53.603
3보다 작거나 같다고 말을
할 수 있는 거예요.

01:06:53.703 --> 01:06:56.637
그런데 3보다 조금이라도
작아지는 순간

01:06:56.737 --> 01:07:01.936
이 두 번째 결론의 진리집합은
3을 포함하지 못하게 되니까

01:07:02.036 --> 01:07:04.508
그때는 포함관계가 성립하지
못하게 되는 거죠.

01:07:04.608 --> 01:07:07.350
그래서 a의 최솟값은
얼마가 되겠어요?

01:07:07.450 --> 01:07:10.075
바로 3이 된다고
찾을 수 있겠네요.

01:07:10.175 --> 01:07:14.086
이렇게 부등식의 해를
가지고 문제를 푸는 게

01:07:14.186 --> 01:07:16.352
이런 학력평가 문제에
상당히 많이 나와요.

01:07:16.452 --> 01:07:19.236
제가 어떤 문제를
여기에 넣을까 하다가

01:07:19.336 --> 01:07:24.211
최근 2016년, 2017년,
2015년까지 기출문제,

01:07:24.311 --> 01:07:27.862
모든 월 거를 살펴봤는데
그거를 보면

01:07:27.962 --> 01:07:30.891
이 부등식 문제가
가장 많이 나옵니다.

01:07:30.991 --> 01:07:33.255
아무래도 포함 관계를
파악하기가 쉽고

01:07:33.355 --> 01:07:36.622
문제로 내고 구성하기
쉽고 그러다 보니까요.

01:07:36.722 --> 01:07:40.406
이제 세 번째 거는
p가 조건 q이기 위한

01:07:40.506 --> 01:07:43.846
필요조건이지만 충분조건은
아닌 것을 고르라고 했어요.

01:07:43.946 --> 01:07:46.679
우리 필요충분조건에 해당하는 것도

01:07:46.779 --> 01:07:48.750
필요조건이라고 말을
할 수가 있잖아요.

01:07:48.850 --> 01:07:50.679
필요조건이면서 충분조건이니까.

01:07:50.779 --> 01:07:54.769
그런데 그게 아니고 딱 필요조건만
되는 것을 찾아보라는 거예요.

01:07:54.869 --> 01:07:57.183
그러면 일단 헷갈리지 않기 위해서

01:07:57.283 --> 01:08:01.299
우리가 찾아야 되는 것은 어떠한
포함관계를 만족하는 것인가.

01:08:01.399 --> 01:08:03.425
이거를 먼저 써놓고
시작을 해볼까요?

01:08:03.525 --> 01:08:06.889
p가 q이기 위한 필요조건이래요.

01:08:06.989 --> 01:08:08.712
충분조건은 아니래요.

01:08:08.812 --> 01:08:11.980
그러면 p이면 q라는
것은 성립하지 않고

01:08:12.080 --> 01:08:14.948
q이면 p라는 것은 성립하는
경우를 찾으면 되는 거죠.

01:08:15.048 --> 01:08:18.040
p이면 q라는 것이 성립한다면

01:08:18.140 --> 01:08:23.119
p가 q가 되기에 충분해서,
충분조건이라고 말을 했었어요.

01:08:23.219 --> 01:08:25.680
그리고 그 반대가 되는
조건은 필요조건이고.

01:08:25.780 --> 01:08:29.061
그러면 지금은 p이면

q이다가 성립하지 않고

01:08:29.161 --> 01:08:32.408
이쪽만 성립해서 필요조건이
되어야 된다.

01:08:32.508 --> 01:08:38.262
즉 q가 p이기 위한 충분조건이
되는 것을 찾으면 되는 거죠.

01:08:38.362 --> 01:08:40.579
그러면 확인해볼까요?

01:08:40.679 --> 01:08:43.882
x가 2이면 이거 만족되나요?

01:08:43.982 --> 01:08:48.486
4+2-6은 0이 되니까
이거 만족되네요.

01:08:48.586 --> 01:08:51.227
그런데 이쪽은 만족되지 않아요.

01:08:51.327 --> 01:08:54.016
왜냐하면 이것이 성립되는 것은

01:08:54.116 --> 01:08:55.977
x가 2가 될 수도 있지만

01:08:56.077 --> 01:09:01.387
2차방정식 풀어보게 되면
x가 -3일 수도 있죠.

01:09:01.487 --> 01:09:05.020
그렇기 때문에 이쪽은 성립하지
않고 이쪽은 성립합니다.

01:09:05.120 --> 01:09:07.530
그러면 이거 맞는 건가요?
안 되죠.

01:09:07.630 --> 01:09:09.525
이것은 무슨 조건이에요?

01:09:09.625 --> 01:09:12.163
이런 게 만족되는 것은 충분조건이고

01:09:12.263 --> 01:09:15.645
필요조건은 불가능한
그런 상황입니다.

01:09:15.745 --> 01:09:17.287
필요충분조건은 아닌 것이죠.

01:09:17.387 --> 01:09:20.223
x가 16의 양의 약수입니다.

01:09:20.323 --> 01:09:22.666
그러면 16의 양의
약수가 되는 것은

01:09:22.766 --> 01:09:26.341
1, 2, 4, 8,
16 이렇게 있네요.

01:09:26.441 --> 01:09:31.014
8의 양의 약수는 뭐가 있죠?
1, 2, 4, 8

01:09:31.114 --> 01:09:36.218
그러면 집합의 포함관계로 파악해보면
더 쉽게 볼 수 있죠, 이런 거는.

01:09:36.318 --> 01:09:40.057
1, 2, 4, 8이 1, 2, 4,
6, 8, 16에 포함이 되고요.

01:09:40.157 --> 01:09:42.131
이거는 여기에 포함이 되지 않아요.

01:09:42.231 --> 01:09:45.573
그 뜻은 여기에서 여기로
가는 명제는 성립하지만

01:09:45.673 --> 01:09:48.897
p에서 q로 가는 명제는
성립하지 못한다는 거죠.

01:09:48.997 --> 01:09:52.970
그러면 이것을 정확하게
찾으려고 하는 필요조건이지만

01:09:53.070 --> 01:09:55.773
충분조건이 아닌 예에
부합하는 것이 되고요.

01:09:55.873 --> 01:09:59.455
x^2-1이 0이라고 한다면

01:09:59.555 --> 01:10:01.955
그거를 만족하는 x는 1과 -1

01:10:02.055 --> 01:10:04.927
$|x|$가 1인 것도 1과 -1

01:10:05.027 --> 01:10:07.807
양쪽 두 집합이 똑같이
나오게 되었어요.

01:10:07.907 --> 01:10:10.577
그러면 이거는
필요조건이면서 충분조건.

01:10:10.677 --> 01:10:14.036
같은 것을 말하고 필요충분조건이라고
할 수가 있습니다.

01:10:14.136 --> 01:10:17.646
그러면 우리가 찾는 것은
2번만 답이 되는 것이죠.

01:10:17.746 --> 01:10:19.665

ㄴ만 나오게 되고.

01:10:19.765 --> 01:10:24.410
이런 식으로 어떤 조건인지를
따지라는 문제가 나온다면

01:10:24.510 --> 01:10:26.821
집합의 포함관계를 이용해도 좋고요.

01:10:26.921 --> 01:10:29.211
명제가 그냥 딱 한 눈에,

01:10:29.311 --> 01:10:31.632
여기서 이거는 성립돼, 여기서
이거는 성립하지 않아.

01:10:31.732 --> 01:10:34.179
이런 것을 본 다음에
판단해주면 되는데,

01:10:34.279 --> 01:10:37.465
그러려면 여러분이 필요조건,
충분조건의 정의를

01:10:37.565 --> 01:10:39.468
정확하게 알고 있어야 되는 거예요.

01:10:39.568 --> 01:10:42.263
p이면 q이다가 성립한다는 것은

01:10:42.363 --> 01:10:45.104
p가 q이기 위한 충분조건.

01:10:45.204 --> 01:10:47.967
그 반대까지 성립한다면 필요조건.

01:10:48.067 --> 01:10:52.158
어느 한 쪽만 성립한다면
충분조건이지만 필요조건이 아니고.

01:10:52.258 --> 01:10:54.773
그다음에 필요조건이지만
충분조건이 아니고

01:10:54.873 --> 01:10:56.581
그런 것들로 나오게 되는 거죠.

01:10:56.681 --> 01:11:00.388
이제 P, Q, R이 이런
관계를 가지고 있어요.

01:11:00.488 --> 01:11:04.260
우리가 여기서 명백하게
알 수 있는 참은 무엇이냐면

01:11:04.360 --> 01:11:08.077
R이 P에 포함이 되는구나,
이거를 알 수가 있네요.

01:11:08.177 --> 01:11:11.165
그리고 R와 Q의 공통부분이 있고.

01:11:11.265 --> 01:11:12.988
P하고 Q의 공통부분이 있어보여요.

01:11:13.088 --> 01:11:18.211
그렇게 됐을 때 이 명제 중에서
항상 참인 것을 고르라고 했습니다.

01:11:18.311 --> 01:11:20.269
그러면 진리집합이 나와있으니까

01:11:20.369 --> 01:11:24.307
각각의 진리집합 간의 관계가
어떻게 될지 생각해보면 좋겠죠.

01:11:24.407 --> 01:11:28.982
p이면 q이다가 참이려면
어떤 게 만족되어야 되나요?

01:11:29.082 --> 01:11:31.874
P가 Q에 완전히
포함이 되면 되는데,

01:11:31.981 --> 01:11:36.218
지금 P가 완전히 Q에
포함되는지는 모르는 상황이에요.

01:11:36.311 --> 01:11:41.087
지금은 포함관계가 벤다이어그램으로
이렇게 나와있다고 했기 때문에

01:11:41.187 --> 01:11:44.392
p이면 q라고 하는 것이 성립되려면

01:11:44.492 --> 01:11:51.440
이 부분, P가 Q에 들어가지 않는
이 부분이 공집합이어야 되는데

01:11:51.540 --> 01:11:55.149
그림이 이런 식으로 나와있으면
공집합인지 아닌지 모르죠.

01:11:55.249 --> 01:11:57.968
그러니까 항상 P가 Q에
들어간다고 할 수가 없기 때문에

01:11:58.068 --> 01:12:00.633
1번은 성립하는 것이
아니라고 할 수 있어요.

01:12:00.733 --> 01:12:01.860
마찬가지죠.

01:12:01.960 --> 01:12:03.684
q가 r에 포함되고 있나요?

01:12:03.784 --> 01:12:08.829
집합 Q를 보았을 때 R의 진리집합인
r에 포함된다고 할 수 없습니다.

01:12:08.929 --> 01:12:10.118

그래서 안 되고요.

01:12:10.218 --> 01:12:13.153
그러면 R이 Q의
여집합에 포함이 되나요?

01:12:13.253 --> 01:12:15.045
R은 여기에 있고요.

01:12:15.145 --> 01:12:17.084
Q의 여집합이 이쪽에 있어요.

01:12:17.184 --> 01:12:22.575
그러면 R 중에서 Q의 여집합에 포함이
되지 않는 부분이 눈에 보이죠.

01:12:22.675 --> 01:12:26.647
이거는 Q하고 공통부분을
가지고 있기 때문에

01:12:26.747 --> 01:12:30.946
얘가 여기에 포함된다고 항상
그렇다고 말할 수가 없습니다.

01:12:31.046 --> 01:12:36.316
그러면 이거는 R의 여집합이
P의 여집합에 포함이 되나요?

01:12:36.416 --> 01:12:38.836
그거를 본다는 것은 똑같은 말로서

01:12:38.936 --> 01:12:41.964
P가 R에 포함이 되는지를
보는 건데 성립하지 않죠.

01:12:42.064 --> 01:12:45.229
R이 P에 포함이 되고 있습니다.

01:12:45.329 --> 01:12:50.047
그래서 안 되고 이게 P의
여집합이 R의 여집합에 포함될 때

01:12:50.147 --> 01:12:51.511
항상 참인 것인데.

01:12:51.611 --> 01:12:55.885
R의 여집합의 여집합인 R은 P에
포함이 되는지를 보면 되는데.

01:12:55.985 --> 01:12:58.549
확실이 R이 P에
포함이 되고 있어요.

01:12:58.649 --> 01:13:02.261
그렇기 때문에 이 진리집합
간의 이 관계가 성립하니까

01:13:02.361 --> 01:13:07.236
그래서 우리가 r이면 p가 된다는
것이 참임을 알 수 있고.

01:13:07.336 --> 01:13:09.737
이거의 대우명제인 거죠.

01:13:09.837 --> 01:13:14.167
그래서 p가 아니면 r이 아니라는 것이
성립하는 거를 볼 수가 있습니다.

01:13:14.267 --> 01:13:16.580
포함관계만 잘 따져주면 돼요.

01:13:16.680 --> 01:13:20.866
어떻게 보면 이렇게
보는 것이 편한 거죠.

01:13:20.966 --> 01:13:24.414
그래서 제가 명제를
만들었다고 했잖아요.

01:13:24.514 --> 01:13:27.435
조건과 조건을 가지고 그거를
이어붙여서 명제를 만들었는데

01:13:27.535 --> 01:13:31.467
이렇게 수학 문장에서 가정과
결론으로 이루어진 문장이

01:13:31.567 --> 01:13:32.858
사실은 대부분이고.

01:13:32.958 --> 01:13:34.742
그래서 그 가정 부분의 진리집합이

01:13:34.842 --> 01:13:37.160
결론 부분의 진리집합에
잘 포함이 되는지만

01:13:37.260 --> 01:13:38.915
확인을 해주면 되는 것입니다.

01:13:39.015 --> 01:13:42.946
이제 p가 q이기 위한
필요조건이 된다고 했어요.

01:13:43.046 --> 01:13:45.270
정의를 다시 한 번 생각해볼게요.

01:13:45.370 --> 01:13:48.259
p가 q이기 위한
필요조건이 된다는 것은

01:13:48.359 --> 01:13:51.254
p이면 q라는 거는 성립하지 않는데

01:13:51.354 --> 01:13:54.310
q이면 p라는 거는
꼭 성립해야 되죠.

01:13:54.410 --> 01:13:57.004
어느 한쪽 방향이라도 성립해야지만

01:13:57.104 --> 01:14:00.530

필요조건, 충분조건이라는
이야기를 할 수가 있었어요.

01:14:00.630 --> 01:14:04.416
그런데 가정에서 결론으로 가는
것이 성립하면 충분조건.

01:14:04.516 --> 01:14:08.576
결론에서 가정으로 가는 것이
성립하면 필요조건이 되는 거죠.

01:14:08.676 --> 01:14:12.980
그러면 이게 성립한다는
것은 q의 진리집합이

01:14:13.080 --> 01:14:15.155
p의 진리집합에 포함이 된다.

01:14:15.255 --> 01:14:18.940
그리고 p의 진리집합은
q의 진리집합에

01:14:19.040 --> 01:14:22.443
충분조건은 아니라는
말은 없기 때문에

01:14:22.543 --> 01:14:24.912
이쪽도 성립하는 것도 가능하죠.

01:14:25.012 --> 01:14:28.107
그런데 보다 중점적으로
반드시 성립하게 되는 것이

01:14:28.207 --> 01:14:31.544
q가 p에 포함이 되느냐,
2개가 같을 수도 있겠지만.

01:14:31.644 --> 01:14:34.770
그렇게 포함이 되는지를
살펴보면 되겠습니다.

01:14:34.870 --> 01:14:39.757
그러면 x가 -3부터
4까지가 된다고 하는 것이

01:14:39.857 --> 01:14:42.952
첫 번째 거의 범위로 나와있고요.

01:14:43.052 --> 01:14:47.784
얘는 딱 여기에 속하는 모든
실수가 나오는 것이 아니라

01:14:47.884 --> 01:14:50.463
x의 값이 딱 두 가지로
나오게 되겠죠.

01:14:50.563 --> 01:14:52.231
k가 자연수라고 했어요.

01:14:52.331 --> 01:14:55.809
k가 자연수니까 k는

0보다 큰 수가 되겠죠.

01:14:55.909 --> 01:14:59.072
그렇기 때문에 우리가
x^2이 k라고 할 때

01:14:59.172 --> 01:15:02.024
x를 적어본다면 $\sqrt{k}$가 되거나

01:15:02.124 --> 01:15:05.923
또는 $-\sqrt{k}$가 된다고
이야기를 할 수가 있겠네요.

01:15:06.023 --> 01:15:10.298
그러면 이 $\sqrt{k}$, $-\sqrt{k}$가
될 수 있는 값을

01:15:10.398 --> 01:15:12.446
이 범위에서 찾아보면 되겠죠.

01:15:12.546 --> 01:15:17.038
그러면 첫 번째, 이 $\sqrt{k}$가
여기에 들어가있어야 되고요.

01:15:17.138 --> 01:15:21.928
그리고 $-\sqrt{k}$도 이 범위속에
들어가있어야 되는 거예요.

01:15:22.028 --> 01:15:24.223
그렇다고 한다면 얘도 포함이 되고

01:15:24.323 --> 01:15:28.471
이것도 포함이 되면서 Q가 P에
포함된다고 할 수가 있겠죠.

01:15:28.571 --> 01:15:32.450
P가 만족하는 진리집합은
전부 다 이건데

01:15:32.550 --> 01:15:35.010
Q에 들어가는 거는 딱
원소가 두 가지였잖아요.

01:15:35.110 --> 01:15:38.324
둘 다 반드시 이
범위속으로 들어가야지만

01:15:38.424 --> 01:15:42.254
필요조건이 된다고 이야기를
해줄 수가 있습니다.

01:15:42.354 --> 01:15:46.072
그러면 $\sqrt{k}$가 이
범위에 들어간다는 것은

01:15:46.172 --> 01:15:48.715
$\sqrt{k}$가 -3보다 크거나 같고

01:15:48.815 --> 01:15:51.899
4보다 작다는 것을 의미하죠.

01:15:51.999 --> 01:15:56.422
그러면 이게 -3보다 크거나
같은 것은 사실 당연해요.

01:15:56.522 --> 01:15:59.025
k의 양의 제곱근이잖아요?

01:15:59.125 --> 01:16:03.059
그렇기 때문에 √k는,
그리고 k는 자연수예요.

01:16:03.159 --> 01:16:05.763
그렇기 때문에 1보다 크거나
같을 수밖에 없고.

01:16:05.863 --> 01:16:07.113
4보다 작죠?

01:16:07.213 --> 01:16:12.494
그래서 이것을 제곱해봤다, 양변을
제곱했을 경우를 생각해보면

01:16:12.594 --> 01:16:16.896
k가 1부터 16까지의
수가 가능할 것이다.

01:16:16.996 --> 01:16:18.685
이렇게 나오게 되죠.

01:16:18.785 --> 01:16:23.847
그러면 이때 k로 가능한 것은
1부터 15까지로 나오게 됩니다.

01:16:23.947 --> 01:16:27.216
자연수니까 카운트해보면
1부터 15가 되는데,

01:16:27.316 --> 01:16:30.139
그런데 동시에 또 뭐가
만족이 되어야 하냐면

01:16:30.239 --> 01:16:33.283
이것과 동시에 만족되어야 하는 것이

01:16:33.383 --> 01:16:38.300
-√k는 -3보다 크거나
같고 4보다 작아요.

01:16:38.400 --> 01:16:42.407
그러면 양변에 -를 곱했을 때

01:16:42.507 --> 01:16:46.385
√k가 3보다 작거나 같고
-4보다 크거나 같죠.

01:16:46.485 --> 01:16:49.182
그러면 마찬가지로 얘는 자연수니까

01:16:49.282 --> 01:16:53.141
당연히 √k가 1보다는
커야 될 거고요.

01:16:53.241 --> 01:16:56.864
k에 들어갈 수 있는 최소의 값이
1이니까 1보다는 크거나 같고.

01:16:56.964 --> 01:17:00.638
그다음에 3보다는 작거나
같다는 것이 나옵니다.

01:17:00.738 --> 01:17:04.922
그러면 k의 범위를 구했을
때 1부터 9까지로

01:17:05.022 --> 01:17:07.368
이렇게 양변을 제곱해서
찾을 수가 있겠죠.

01:17:07.468 --> 01:17:10.433
그러면 여기서 나오는
거는 1부터 9까지예요.

01:17:10.533 --> 01:17:13.989
2개가 동시에 성립되려면
뭐가 만족되면 되겠어요?

01:17:14.089 --> 01:17:16.907
k는 1부터 9까지만
가능한 거예요.

01:17:17.007 --> 01:17:19.573
여기서는 k가 15도 가능했지만

01:17:19.673 --> 01:17:21.944
그래서 √15라는 거를 생각해보면

01:17:22.044 --> 01:17:25.216
√15는 여기 들어가는
거 가능하지만

01:17:25.316 --> 01:17:29.088
-√15가 바깥으로
넘어가버리니까 안 되는 거죠.

01:17:29.188 --> 01:17:33.756
그래서 k로 가능한 것은
1부터 9까지만 가능해서

01:17:33.856 --> 01:17:37.524
총 개수는 9개로 3번 답
찾을 수가 있겠습니다.

01:17:37.624 --> 01:17:42.336
그러면 23-6번에서는 이
세 조건의 진리집합을

01:17:42.436 --> 01:17:45.961
각각 이렇게 했을 때 p는
q이기 위한 충분조건,

01:17:46.061 --> 01:17:49.968
이제 읽자마자 무슨

이야기를 해줄 수 있죠?

01:17:50.068 --> 01:17:53.697
P가 Q에 포함이 된다는 뜻이에요.

01:17:53.797 --> 01:17:56.502
r은 p이기 위한 필요조건이다.

01:17:56.602 --> 01:17:58.989
그러면 또 어떻게 되는 거죠?

01:17:59.089 --> 01:18:01.582
r이 p이기 위한
필요조건이라는 것은

01:18:01.682 --> 01:18:07.114
이거는 성립할지 안 할지는 모르지만

01:18:07.214 --> 01:18:10.886
반드시 성립하는 거,
q가 r이라는 거죠.

01:18:15.137 --> 01:18:17.155
죄송해요, 여기가 p네요.

01:18:17.255 --> 01:18:19.703
p가 r이라는 것이 성립하게 되어서

01:18:19.803 --> 01:18:22.603
p가 또 r에 포함이 된다.

01:18:22.703 --> 01:18:25.023
각각 진리집합의 포함관계를 봤을 때

01:18:25.123 --> 01:18:27.050
이게 나온다는 것을
알 수가 있어요.

01:18:27.150 --> 01:18:29.782
그러면 P가 Q에 들어가고

01:18:29.882 --> 01:18:34.890
그리고 R에 들어가고,
라고 나오게 되는 거예요.

01:18:34.990 --> 01:18:36.992
각각 Q하고 R 사이의 관계는

01:18:37.092 --> 01:18:41.260
지금 미지수가 있어서
파악하기가 어려우니까

01:18:41.360 --> 01:18:45.140
각각 독립적으로 그려본다면
이런 상황이 되는 거죠.

01:18:45.240 --> 01:18:46.757
그런데 P는 3이에요.

01:18:46.857 --> 01:18:48.646
P의 값이 3이 있습니다.

01:18:48.746 --> 01:18:54.648
그러면 Q에 들어가게 되는
원소는 a^2-1하고 b하고

01:18:54.748 --> 01:18:55.918
이렇게 있거든요.

01:18:56.018 --> 01:18:59.091
그러면 둘 중 하나가 무엇이
되어야 하는 건가요?

01:18:59.191 --> 01:19:02.853
바로 둘 중 하나의 값이
3이면 되는 거죠?

01:19:02.953 --> 01:19:05.291
그러면 어떤 게 3일지 모르니까

01:19:05.391 --> 01:19:08.399
우리 경우를 나누어놓고
생각을 해볼게요.

01:19:08.499 --> 01:19:12.996
고등학교 과정에서는 경우를 나눠서
푸는 것도 할 수 있어야 됩니다.

01:19:13.096 --> 01:19:15.436
우리 앞에
절댓값에서도 봤었던 것처럼

01:19:15.536 --> 01:19:17.812
딱 하나로 정해지는 것이 아니라

01:19:17.912 --> 01:19:19.981
뭔가 이런 경우도 있고
저런 경우도 있고

01:19:20.081 --> 01:19:23.361
딱 이럴 때 저럴 때 경우를
나누어놓고 보는 거죠.

01:19:23.461 --> 01:19:27.042
a^2-1이 3이라고 해보겠습니다.

01:19:27.142 --> 01:19:33.746
그러면 a^2이 4니까 a가
2가 되거나 -2가 되거나.

01:19:33.846 --> 01:19:37.075
그런 식으로 나오게 되겠죠?

01:19:37.175 --> 01:19:40.951
그래서 이렇게 2개의
값을 찾았을 때

01:19:41.051 --> 01:19:46.538
그러면 여기에서는 R이 될 수 있는
것이 a하고 ab였어요.

01:19:46.638 --> 01:19:52.212

그렇게 되면 일단 여기
Q의 원소를 적었을 때

01:19:52.312 --> 01:19:55.279
Q는 3하고 b가 나오게 되잖아요.

01:19:55.379 --> 01:19:58.290
그다음에 R의 원소를
적어보게 된다면

01:19:58.390 --> 01:20:00.863
a하고 ab가 나오게 되니까

01:20:00.963 --> 01:20:03.198
그러면 여기서 또 케이스를 나눠서

01:20:03.298 --> 01:20:08.150
a가 2일 수도 있고
-2일 수도 있겠죠.

01:20:08.250 --> 01:20:10.730
이렇게 또 나누어서 생각을 했을 때

01:20:10.830 --> 01:20:15.586
a가 2라고 한다면 여기는
2하고 2b로 나오게 될 거고.

01:20:15.686 --> 01:20:18.580
이 첫 번째 경우에
R의 집합을 적어본다면

01:20:18.680 --> 01:20:20.643
2, 2b로 나오게 되고.

01:20:20.743 --> 01:20:25.153
이 경우에는 -2하고
-2b로 나오게 돼요.

01:20:25.253 --> 01:20:28.926
그런데 역시 3이 또 R에
들어가있어야 하잖아요.

01:20:29.026 --> 01:20:33.318
그러려면 여기 중에서 하나가
3이 되어야 하는 거죠.

01:20:33.418 --> 01:20:37.282
그러면 이 첫 번째 경우에는
2b가 3일 수밖에 없어서

01:20:37.382 --> 01:20:40.293
b는 3/2으로 나오게 되고요.

01:20:40.393 --> 01:20:44.070
그다음에 이 경우에는
-2b가 3이 되니까

01:20:44.170 --> 01:20:47.135
b는 -3/2으로 나오게 됩니다.

01:20:47.235 --> 01:20:51.098

그래서 결론은 여기
위에 크게 적어본다면

01:20:51.198 --> 01:20:55.388
a^2-1이 3인 경우

01:20:55.488 --> 01:21:01.985
그 경우 첫 번째는 a가 2라고
한다면 b가 3/2이 되고

01:21:02.085 --> 01:21:09.056
a가 -2라고 한다면 b가
-3/2이라고 나오게 되는 거예요.

01:21:09.156 --> 01:21:13.950
이제 두 번째 경우, 처음에
여기에서 a^2-1이 3이 아니고

01:21:14.050 --> 01:21:16.089
b가 3이었을 수도 있죠.

01:21:16.189 --> 01:21:21.821
Q라는 집합에서 b가 3인
경우에 대해서 생각해본다면

01:21:21.921 --> 01:21:25.788
이제 Q의 집합에 들어가는
원소를 적었을 때

01:21:25.888 --> 01:21:28.546
a^2-1와 3이 나오게 되고요.

01:21:28.646 --> 01:21:36.237
그때 R을 적어본다면 b가 3이니까
a하고 3a가 나오게 돼요.

01:21:36.337 --> 01:21:39.666
그러면 a하고
3a가 이렇게 있을 때

01:21:39.766 --> 01:21:45.312
여기에서 또 3이라는 것이
들어가있어야 되죠, 이 집합 속에는.

01:21:45.412 --> 01:21:48.736
그렇기 때문에 첫 번째 경우
a가 3일 수도 있고.

01:21:48.836 --> 01:21:52.075
아니면 3a가
3일 수도 있습니다.

01:21:52.175 --> 01:21:54.640
그러면 a가 1이 되는 거죠.

01:21:54.740 --> 01:21:57.849
그리고 각각 이 경우의
Q를 생각해본다면

01:21:57.949 --> 01:22:01.172
8, 3 0, 3 이렇게

되는 문제없는 거고요.

01:22:01.272 --> 01:22:03.054
문제 만족 시켜주기에.

01:22:03.154 --> 01:22:06.568
그래서 지금 가능한 값으로
a, b 가능한 값들이

01:22:06.668 --> 01:22:10.013
이렇게 네 가지의 세트가
나오게 될 거예요.

01:22:10.113 --> 01:22:11.565
b가 3일 때 a가 3

01:22:11.665 --> 01:22:13.478
b가 3일 때 a가 1

01:22:13.578 --> 01:22:15.346
a가 2일 때 b가 3/2

01:22:15.446 --> 01:22:17.379
a가 -2일 때 -3/2

01:22:17.479 --> 01:22:21.786
문제에서는 a+b의
최솟값을 구해보자고 했어요.

01:22:21.886 --> 01:22:25.557
이거 2개 더했을 때는 값이
7/2로 나오게 되고요.

01:22:25.657 --> 01:22:28.881
이렇게 2개 더했을 때
-7/2로 나오죠.

01:22:28.981 --> 01:22:30.837
이 경우에는 6이 되죠.

01:22:30.937 --> 01:22:32.234
이 경우에는 4가 됩니다.

01:22:32.334 --> 01:22:36.595
그러면 네 가지 경우 중에서
가장 작은 것은 -7/2네요.

01:22:36.695 --> 01:22:39.549
그래서 답은 5번으로
찾을 수가 있습니다.

01:22:39.649 --> 01:22:42.716
문제 조건을 잘 생각해본 다음에

01:22:42.816 --> 01:22:45.902
이게 너무 여러 개가
나온다고 해서 패닉에 빠지면

01:22:46.002 --> 01:22:47.376
문제를 못 푸는 거예요.

01:22:47.476 --> 01:22:49.667
그냥 이런 경우도 있고
저런 경우도 있으니까

01:22:49.767 --> 01:22:51.718
차분하게 경우를 나눠보면 돼요.

01:22:51.818 --> 01:22:54.041
여러분이 이런 연습이
많이 되어있으면

01:22:54.141 --> 01:22:58.210
꼭 시험문제 풀 때만이 아니라
평소 생활을 할 때도

01:22:58.310 --> 01:23:02.020
내가 너무 많은 상황을
고려해야 될 때

01:23:02.120 --> 01:23:05.215
이런 선택을 했을 때는 어떻게
되는지 한번 경우를 생각해보자.

01:23:05.315 --> 01:23:06.766
뭔가 선택의 기로에 있을 때.

01:23:06.866 --> 01:23:09.759
이런 선택을 해야 될 때는 어떻게
되는지 가능성을 고려해보자.

01:23:09.859 --> 01:23:13.940
이런 것들을 쭉 적어놓고 최적의
선택을 해줄 수가 있거든요.

01:23:14.040 --> 01:23:17.710
그런 연습을 수학에서 이렇게
할 수가 있는 거예요.

01:23:17.810 --> 01:23:20.582
그래서 이 문제도 제가
사실 4점 짜리 문제여서

01:23:20.682 --> 01:23:22.707
넣을까 말까 굉장히 고민을 하다가

01:23:22.807 --> 01:23:27.388
이렇게 경우 나누는 연습도 해봐야지,
라는 생각에 넣었거든요.

01:23:27.488 --> 01:23:31.725
그래서 이런 것들 논리적으로
경우를 나누어서

01:23:31.825 --> 01:23:34.681
가능성들을 고려하고
최적의 최솟값 선택하는

01:23:34.781 --> 01:23:38.746
그리고 실생활에서도 최적의 선택을 하는
연습도 잘 해봤으면 좋겠습니다.

01:23:38.846 --> 01:23:41.551
그러면 이렇게 명제
첫 번째 파트 마무리하고

01:23:41.651 --> 01:23:43.544
다음 강에서 명제를 이용해서

01:23:43.644 --> 01:23:47.022
본격적으로 증명하는 것을
연습해보도록 하겠습니다.