WEBVTT

00:00:10.900 --> 00:00:13.582
안녕하세요?
수포자를 위한 수학기초 특강.

00:00:13.682 --> 00:00:14.929
저는 김미주입니다.

00:00:15.029 --> 00:00:19.681
이제 17강부터는 원의 방정식에
대해서 다뤄보도록 하겠습니다.

00:00:19.781 --> 00:00:23.070
점을 다루었고 선분으로 간
다음에 직선까지 갔죠?

00:00:23.170 --> 00:00:25.140
이제는 원을 보게 될 거고요.

00:00:25.240 --> 00:00:27.943
원의 방정식을 구하는
것 뿐만 아니라,

00:00:28.043 --> 00:00:31.818
원과 직선의 위치 관계를
통해서 우리가 앞에서 봤었던

00:00:31.918 --> 00:00:35.360
직선과 원이 어떤 관계가 있는지
살펴보도록 하겠습니다.

00:00:35.460 --> 00:00:38.040
우리 이미 중학교 때
원을 배웠어요.

00:00:38.140 --> 00:00:41.445
원과 비례 이런 것도 했고
원주각, 이런 거 다 생각나시죠?

00:00:41.545 --> 00:00:45.203
그것을 좌표평면으로 가지고
오려고 하는 거예요.

00:00:45.303 --> 00:00:49.830
좌표평면으로 가져오려고 했을 때
방정식을 구하고 싶잖아요?

00:00:49.930 --> 00:00:52.721
우리가 직선도 방정식으로
나타냈던 것처럼

00:00:52.821 --> 00:00:55.982
원도 방정식으로 나타내려고 할 때

00:00:56.082 --> 00:00:59.556
원을 방정식으로
나타낸다는 거 자체가

00:00:59.656 --> 00:01:02.950

원 위에 점을 x, y 이렇게 놓고

00:01:03.050 --> 00:01:05.722
x, y 사이에 무슨
관계식이 성립할까?

00:01:05.822 --> 00:01:07.491
이거를 살펴보는 거거든요.

00:01:07.591 --> 00:01:12.927
그러려면 좌표평면 위에서
관계식을 끌어내려고 할 때

00:01:13.027 --> 00:01:16.009
사용할 수 있는 원의 기하적 특징이
뭔지 생각을 해봐야 됩니다.

00:01:16.109 --> 00:01:21.129
그러면 콤퍼스로 원을
그린다고 생각해볼까요?

00:01:21.229 --> 00:01:24.211
하나를 찍죠? 점을
딱 고정을 해놓고.

00:01:24.311 --> 00:01:28.661
콤퍼스의 길이를 유지한 채로
원을 연필로 꽂아서 돌립니다.

00:01:28.761 --> 00:01:32.901
이때 콤퍼스가 중간에 나사가
풀려서 늘어났어요.

00:01:33.001 --> 00:01:35.715
그러면 원이 예쁘게 그려지나요?
그렇지 않죠.

00:01:35.815 --> 00:01:42.648
일정하게 콤퍼스의 뾰족한
부분과 연필심 사이의 거리가

00:01:42.748 --> 00:01:47.676
일정하게 유지되어야지 원이
예쁘게 그려지게 되거든요.

00:01:47.776 --> 00:01:53.007
그런 거를 생각했을 때 원의
정의가 무엇이었나를 생각해보면,

00:01:53.107 --> 00:02:07.181
어떤 평면 위에 한 점으로부터
거리가 일정한 점들의 모임이다.

00:02:07.281 --> 00:02:10.963
이렇게 중학교 때 배웠었어요.

00:02:11.063 --> 00:02:16.741
그래서 이 한 점이라고 하는
것을 원의 중심이라고 했고요.

00:02:16.841 --> 00:02:19.062

거리가 일정하다고 했을 때,

00:02:19.162 --> 00:02:24.345
거리가 일정한 것의 길이가 바로
반지름으로 나오게 됐었죠.

00:02:24.445 --> 00:02:28.120
그러면 이거를 이 점들의
모임이라고 할 때

00:02:28.220 --> 00:02:33.228
일정한 점들을 우리가
x, y라고 놔보는 거예요.

00:02:33.328 --> 00:02:36.301
좌표평면 위에
x, y라고 주어져 있다.

00:02:36.401 --> 00:02:38.312
이렇게 생각 해봅시다.

00:02:38.412 --> 00:02:42.197
그리고 일정한 한
점으로부터, 라고 했죠?

00:02:42.297 --> 00:02:44.894
그 중심에 해당하는 한 점,

00:02:44.994 --> 00:02:47.630
그것을 a, b라고 해볼게요.

00:02:47.730 --> 00:02:50.295
그러면 이 a, b에서부터

00:02:50.395 --> 00:02:56.652
거리가 반지름이 r로 일정한
점들을 모으려고 하는 거거든요.

00:02:56.752 --> 00:02:59.682
그런 점은 P라는 점
하나를 잡았을 때

00:02:59.782 --> 00:03:01.433
여기에 있을 수도 있지만,

00:03:01.533 --> 00:03:03.621
그야말로 원모양으로 돌아가면서

00:03:03.721 --> 00:03:06.088
굉장히 무수히 많은 점들이
나오게 되잖아요.

00:03:06.188 --> 00:03:13.018
그래서 그 x, y가 여기 쭉
돌아갈 때 만족하는, 성립하는

00:03:13.118 --> 00:03:16.094
어떤 관계식을 찾아주라고
하는 것인데.

00:03:16.194 --> 00:03:20.059

정의를 보니까 이 P라는
점과 중심이라는 것의

00:03:20.159 --> 00:03:21.618
무엇을 찾는다고요?

00:03:21.718 --> 00:03:26.405
거리를 본 것이 r로 일정하게
나오게 된다는 뜻입니다.

00:03:26.505 --> 00:03:30.221
그러면 P가 x, y고
중심이 a, b예요.

00:03:30.321 --> 00:03:35.866
이거 둘 사이의 거리는 결국 점과 점
사이의 거리라고 할 수가 있죠?

00:03:35.966 --> 00:03:40.000
우리 좌표평면에서 점과 점
사이의 거리 어떻게 구했어요?

00:03:40.100 --> 00:03:46.169
거리 공식을 사용해주면
$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}$

00:03:46.269 --> 00:03:50.030
이렇게 나오는 것이 바로 반지름
r로 나오게 된다는 거예요.

00:03:50.130 --> 00:03:54.395
그런데 루트가 들어가 있으니까
다루기가 예쁘지 않죠.

00:03:54.495 --> 00:03:56.795
양변을 제곱해도 될까요?

00:03:56.895 --> 00:04:03.264
제곱을 해보면
$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$이다.

00:04:03.364 --> 00:04:05.348
이 형태로 나오게 됩니다.

00:04:05.448 --> 00:04:09.210
이것이 바로 중심이 a, b이면서

00:04:09.310 --> 00:04:14.878
반지름의 길이가 r이 되는 원의
방정식의 표준적인 형태가 돼요.

00:04:14.978 --> 00:04:23.174
그러면 예를 들어서
$(x-2)^2+(y+1)^2=4$가 된다.

00:04:23.274 --> 00:04:28.612
이런 게 있다고 한다면 이거는
어떤 도형을 나타내는 걸까요?

00:04:28.712 --> 00:04:31.297
중심을 어떻게 구할 수가 있겠어요?

00:04:31.397 --> 00:04:34.742
완전제곱, 완전제곱
이렇게 나오게 될 때

00:04:34.842 --> 00:04:41.391
여기서 보면 중심이 a, b가
되고 반지름이 r인 거거든요.

00:04:41.491 --> 00:04:47.240
그렇기 때문에 이 완전제곱 속을 0
만들어주는 것을 찾아주면 된다.

00:04:47.340 --> 00:04:49.457
이렇게 기억을 해줄 수가 있겠죠?

00:04:49.557 --> 00:04:52.914
2, 그다음에 여기 0
만들어주는 거 -1

00:04:53.014 --> 00:04:55.092
이게 바로 중심의 좌표가 되고.

00:04:55.192 --> 00:04:57.298
반지름은 우변에 나와있는,

00:04:57.398 --> 00:05:01.494
이렇게 x에 대한 완전제곱, y에
대한 완전제곱 형태로 썼을 때

00:05:01.594 --> 00:05:06.405
우변에 나와있는 수에 루트를
씌워준 2가 바로 반지름이 되는

00:05:06.505 --> 00:05:08.872
그런 도형이 된다.

00:05:08.972 --> 00:05:14.095
그래서 이렇게 되는 원이 바로 이런
방정식으로 나타내진다는 것입니다.

00:05:14.195 --> 00:05:17.716
제가 지금 굉장히 기계적으로
말씀을 드렸어요.

00:05:17.816 --> 00:05:20.119
x에 대한 완전제곱,
y에 대한 완전제곱.

00:05:20.219 --> 00:05:24.444
거기를 0 만들어주는, 각각 그
속을 0 만들어주는 것이 중심이다.

00:05:24.544 --> 00:05:26.358
이런 형식으로 말씀을 드렸는데,

00:05:26.458 --> 00:05:32.431
결과적으로 봤을 때 모양이
그렇다는 거고 항상 왜 그런가.

00:05:32.531 --> 00:05:37.230

그것은 바로 원의 정의로부터
나오게 된 이 식 때문이에요.

00:05:37.330 --> 00:05:39.291
원의 정의가 다시 한 번 뭐라고요?

00:05:39.391 --> 00:05:41.917
중심으로부터 거리가
일정한 점들의 모임.

00:05:42.017 --> 00:05:46.869
그러면 그 중심 a, b에서 거리가
일정한 점들을 찾으려고 할 때

00:05:46.969 --> 00:05:49.587
거리공식이 나오고 그 거리공식에서

00:05:49.687 --> 00:05:54.900
$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$으로
나왔기 때문에

00:05:55.000 --> 00:05:57.412
이런 방정식이 나오게 되었다.

00:05:57.512 --> 00:06:00.842
딱 보면 누구하고 누구 사이의
거리를 제곱한 거지?

00:06:00.942 --> 00:06:02.605
이거를 생각해본다면

00:06:02.705 --> 00:06:06.798
x, y는 그래서 이거를 만족하는
모든 점들 나타낼 수 있는 값이고

00:06:06.898 --> 00:06:09.966
여기 고정되어있는
상수가 바로 중심의,

00:06:10.066 --> 00:06:14.195
x 좌표, y 좌표 고정시켜놓고
두 점 사이의 거리를 구한 거구나.

00:06:14.295 --> 00:06:17.226
그렇게 알아볼 수 있으면 좋겠어요.

00:06:17.326 --> 00:06:23.097
그래서 다시 정리해보면 원의 정의를
원의 방정식으로 썼다는 거예요.

00:06:23.197 --> 00:06:26.319
좌표평면에서 중심
C라고 나타냈을 때

00:06:26.419 --> 00:06:28.148
그게 a, b라는 좌표를 갖고

00:06:28.248 --> 00:06:31.888
반지름의 길이가 r인
원의 방정식을 구한다면

00:06:31.988 --> 00:06:35.808
$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$이다.

00:06:35.908 --> 00:06:39.237
여기서부터 여기까지의 거리가
일정한 점들을 모은 것이다.

00:06:39.337 --> 00:06:41.142
이렇게 나타내지는 것입니다.

00:06:41.242 --> 00:06:47.020
그러면 중심이 -2, 1이면서
3, 2를 지난다고 한다면

00:06:47.120 --> 00:06:48.953
원이 어떻게 나오게 될까요?

00:06:49.053 --> 00:06:52.811
중심이 -2, 1에 있어요.

00:06:52.911 --> 00:06:55.259
그리고 3, 2를 지나요.

00:06:55.359 --> 00:06:56.935
얘를 이렇게 그려봤더니,

00:06:57.035 --> 00:07:00.781
3, 2를 지난다면 훨씬
더 크게 그려봐야겠네요.

00:07:00.881 --> 00:07:04.047
여기가 중심이 되면서,

00:07:04.147 --> 00:07:05.903
여기를 지나가게 된다.

00:07:06.003 --> 00:07:11.534
그러면 중심에서부터 지나가는 점까지의
거리를 생각할 수 있잖아요.

00:07:11.634 --> 00:07:16.767
이 거리를 그대로 유지하면서
다른 점들도 쭉 모아서

00:07:16.867 --> 00:07:19.405
원의 형태가 만들어지게 되는 거죠.

00:07:19.505 --> 00:07:23.992
결국 반지름을 생각할 때
그 반지름이라는 것은

00:07:24.092 --> 00:07:27.466
중심이랑 지나는 점
하나를 찾아서,

00:07:27.566 --> 00:07:30.888
아무 데나 찾더라도 그 거리가
일정하게 나오게 되잖아요.

00:07:30.988 --> 00:07:35.087
그래서 얘는 둘 사이의

거리를 구했을 때

00:07:35.187 --> 00:07:39.764
그것이 결국 반지름과 같아진다는
것을 알 수가 있어요.

00:07:39.864 --> 00:07:42.021
반지름이 √26입니다.

00:07:42.121 --> 00:07:45.027
그러면서 중심이
-2, 1이라고 한다면

00:07:45.127 --> 00:07:48.635
그러면 이제 이거를 확장해서
여기에 있는 모든 점,

00:07:48.735 --> 00:07:51.139
x, y가 만족하는
식이 어떻게 된다고요?

00:07:51.239 --> 00:07:54.728
x에서 -2를 뺀 $(x+2)^2$,

00:07:54.828 --> 00:08:00.474
그다음에 여기 y에서 중심의
y좌표인 1을 뺀 $(y-1)^2$

00:08:00.574 --> 00:08:05.763
루트 씌워준 게 √26이니까 양변을
제곱해주면 26이 된다고 해서

00:08:05.863 --> 00:08:07.757
이런 방정식이 나오는구나.

00:08:07.857 --> 00:08:11.540
항상 중심하고 원 위에 있는
임의의 점 사이의 거리를

00:08:11.640 --> 00:08:14.846
제곱한 것이 반지름의
제곱과 같다는 형식으로

00:08:14.946 --> 00:08:17.958
여러분이 원의 방정식을 기억하신다면

00:08:18.058 --> 00:08:22.563
항상 원의 방정식이 무엇이었는지를
잘 사용해줄 수가 있겠죠.

00:08:22.663 --> 00:08:26.268
그러면 중심이 이번에는
-2, 3이에요.

00:08:26.368 --> 00:08:31.788
여기에 중심이 있는데
y축에 접한다고 했네요.

00:08:31.888 --> 00:08:35.390
y축에 접하면 어떤
성질이 있을까요?

00:08:35.490 --> 00:08:37.359
잠시 상기해볼까요?

00:08:37.459 --> 00:08:40.483
중학교 도형 정리에서
했었던 내용이기도 한데,

00:08:40.583 --> 00:08:45.743
어떤 원이 직선과 접한다고 했어요.

00:08:45.843 --> 00:08:49.864
그러면 중심에서부터 여기
접점까지 선을 그었을 때,

00:08:49.964 --> 00:08:53.772
직선과 한 점에서 만나게 되는데
어떻게 만나게 되죠?

00:08:53.872 --> 00:08:55.926
바로 수직으로 만나게 되고

00:08:56.026 --> 00:08:59.288
이 길이 자체가 반지름이
된다고 했습니다.

00:08:59.388 --> 00:09:03.021
그렇지 않다고 한다면 뭔가
모순되는 상황이 생긴다고 했었죠.

00:09:03.121 --> 00:09:05.368
그래서 수직으로 만나면서
반지름이 돼요.

00:09:05.468 --> 00:09:08.950
그러면 그 직선이 지금은
y축인 거예요.

00:09:09.050 --> 00:09:12.422
y축에 접한다는 것은
여기 중심에서부터

00:09:12.522 --> 00:09:16.488
이 접점이 있을 때
선을 딱 그었어요.

00:09:16.588 --> 00:09:17.926
어떻게 만나는 거죠?

00:09:18.026 --> 00:09:19.513
수직으로 만나게 되고.

00:09:19.613 --> 00:09:21.233
여기가 반지름이거든요?

00:09:21.333 --> 00:09:26.629
그런데 수직으로 쭉 긋는다면 x축에
평행하게 긋게 되는 거잖아요.

00:09:26.729 --> 00:09:29.352
그런데 중심의 x좌표가 -2였어요.

00:09:29.452 --> 00:09:33.818
그렇다면 여기 반지름의 길이가
자동으로 얼마가 될까요?

00:09:33.918 --> 00:09:38.797
바로 2가 된다는 것을 원과
직선의 성질을 사용해서

00:09:38.897 --> 00:09:41.105
우리가 바로 찾아줄
수 있는 거예요.

00:09:41.205 --> 00:09:43.909
반지름이 뭐? 라고
나오지는 않았지만

00:09:44.009 --> 00:09:47.102
접한다는 거를 그림으로
그려서 생각해보면,

00:09:47.202 --> 00:09:48.981
딱 눈에 보이시죠?

00:09:49.081 --> 00:09:53.245
-2, 3이 중심인데
y축에 접하는 거니까

00:09:53.345 --> 00:09:58.427
그대로 이 중심에 x좌표의
절댓값을 씌워준 2라는 이 값.

00:09:58.527 --> 00:10:01.104
지금 -2가 반지름일 수는 없죠?

00:10:01.204 --> 00:10:03.068
여기서부터 여기까지 거리에 해당하는

00:10:03.168 --> 00:10:05.854
2라는 것이 반지름이 된다는 거죠.

00:10:05.954 --> 00:10:10.910
그렇다면 그거를 가지고 원의 방정식을
썼을 때는 어떻게 나타내지나요?

00:10:11.010 --> 00:10:14.607
중심이 -2, x좌표가 -2니까

00:10:14.707 --> 00:10:16.702
x에서 -2를 빼서 x+2

00:10:16.802 --> 00:10:21.080
y에서 3을 빼서
y-3을 제곱해준 것이

00:10:21.180 --> 00:10:26.325
2를 제곱한 4와 같다고 이렇게
원의 방정식을 쓸 수가 있겠죠.

00:10:26.425 --> 00:10:32.679
이번에는 두 점을 지름의 양끝으로

한다는 표현이 나왔어요.

00:10:32.779 --> 00:10:35.458
2, -3

00:10:35.558 --> 00:10:38.721
이거가 지름의 하나의 점이고요.

00:10:38.821 --> 00:10:40.504
4, 1

00:10:40.604 --> 00:10:43.192
여기가 또 하나의
지름의 점이 되네요.

00:10:43.292 --> 00:10:46.624
그러면 얘가 지름이라고 했을 때

00:10:46.724 --> 00:10:49.699
원을 이런 식으로 모양을
그려줄 수가 있을 텐데.

00:10:49.799 --> 00:10:53.981
우리가 원의 방정식의 모양을
표준적으로 예쁘게 구할 수 있으려면

00:10:54.081 --> 00:10:55.948
뭐하고 뭐를 아는 게 좋죠?

00:10:56.048 --> 00:11:01.248
중심이랑 반지름을 알면 원의
방정식을 쉽게 찾을 수가 있었어요.

00:11:01.348 --> 00:11:07.788
그러면 여기서도 중심이랑 반지름을
a, b 좌표를 이용해서

00:11:07.888 --> 00:11:10.444
찾을 수가 있을까요?

00:11:10.544 --> 00:11:13.346
중심이 어디에 있죠? 생각해보세요.

00:11:13.446 --> 00:11:15.287
원의 특성을 생각해보세요.

00:11:15.387 --> 00:11:19.070
지름이에요, 지름은
항상 어디를 지나죠?

00:11:19.170 --> 00:11:21.970
당연히 원의 중심을 지나는 현.

00:11:22.070 --> 00:11:24.391
그것을 우리가 지름이라고 합니다.

00:11:24.491 --> 00:11:31.076
그렇기 때문에 이 지름에 딱 정확히
가운데에 원의 중심이 있어요.

00:11:31.176 --> 00:11:34.077

그러면 원의 중심은 무엇이냐?

00:11:34.177 --> 00:11:39.521
결국 선분 AB의 중점이
중심이 되는 거죠.

00:11:39.621 --> 00:11:41.136
당연한 사실이죠.

00:11:41.236 --> 00:11:43.482
AB가 지름의 양 끝점이었으니까

00:11:43.582 --> 00:11:48.144
그 지름의 딱 중간 부분에 해당하는
것이 중심이 된다는 거예요.

00:11:48.244 --> 00:11:52.173
어떠한 지름이 주어졌어도
마찬가지입니다.

00:11:52.273 --> 00:11:56.005
모든 지름의 중점이 바로
원의 중심이 되는 거죠.

00:11:56.105 --> 00:11:58.804
그러면 a, b의
중점 어떻게 구하죠?

00:11:58.904 --> 00:12:03.885
1:1 내분점 2분의 2+4,
2분의 -3+1 해서

00:12:03.985 --> 00:12:09.224
3, -1이라고 중심을
찾을 수가 있고요.

00:12:09.324 --> 00:12:12.123
반지름은 그러면 어떻게 되겠어요?

00:12:12.223 --> 00:12:17.849
선분 AB의 길이를 구한 다음에,
그거를 반으로 나눈 것이다.

00:12:17.949 --> 00:12:23.505
아니면 이 중심이랑 A 또는
B까지의 거리를 찾아보면 되겠죠.

00:12:23.605 --> 00:12:26.406
그냥 바로 AB 좌표를
이용해서 찾는다면

00:12:26.506 --> 00:12:32.255
$\sqrt{(2-4)^2+(-3-1)^2}$

00:12:32.355 --> 00:12:35.802
두 점 사이의 거리 구하고
나누기 2를 해주면 됩니다.

00:12:35.902 --> 00:12:39.182
그러면 2분의 $\sqrt{4+16}$

00:12:39.282 --> 00:12:42.496
2√5를 2로 나누니까
√5가 되겠죠?

00:12:42.596 --> 00:12:47.262
그러면 중심이 3, -1이 되면서

00:12:47.362 --> 00:12:49.636
반지름이 √5이기 때문에,

00:12:49.736 --> 00:12:52.912
이렇게 원의 방정식을
세워줄 수가 있어요.

00:12:53.012 --> 00:12:53.999
어떤가요?

00:12:54.099 --> 00:12:56.880
지금 우리가 1, 2,
3번 오면서 보니까

00:12:56.980 --> 00:13:01.412
중심이랑 반지름을 구할 수 있는
방법이 굉장히 다양하구나.

00:13:01.512 --> 00:13:03.117
이거를 좀 아시겠어요?

00:13:03.217 --> 00:13:06.227
1번에서는 중심이
직접적으로 주어져 있었고

00:13:06.327 --> 00:13:07.838
지나는 점이 나와있다?

00:13:07.938 --> 00:13:10.458
그러면 중심과 지나는 점
사이의 거리가 반지름.

00:13:10.558 --> 00:13:14.937
두 번째 문제에서는 어떤 축에
접한다는 상황이 나왔거든요.

00:13:15.037 --> 00:13:18.268
그러면 어떤 접하는 직선의 성질,

00:13:18.368 --> 00:13:21.163
중심에서부터 접점까지
선을 그었을 때

00:13:21.263 --> 00:13:23.909
수직으로 만나고 그 길이가
반지름이 된다는 것.

00:13:24.009 --> 00:13:26.086
지름의 양 끝점이 나와있으면

00:13:26.186 --> 00:13:30.140
결국 그 양 끝점의 중점이
중심이 되는 거고

00:13:30.240 --> 00:13:34.052
그다음에 그 길이를 반으로 나눈 게
반지름이 된다는 거를 이용해서

00:13:34.152 --> 00:13:35.843
원의 방정식을 찾을 수가 있어요.

00:13:35.943 --> 00:13:39.168
이렇게 하다 보니까 원의
방정식에 좀 익숙해지시나요?

00:13:39.268 --> 00:13:41.247
그러면 마지막
네 번째 거를 보니까,

00:13:41.347 --> 00:13:43.164
마지막은 아니고
네 번째 거를 보니까

00:13:43.264 --> 00:13:45.237
이번에는 반지름의 길이가 3이고

00:13:45.337 --> 00:13:48.933
x=2에서 x축에
접한다고 나와있어요.

00:13:49.033 --> 00:13:51.358
반지름의 길이가 주어져있고요.

00:13:51.458 --> 00:13:54.695
x=2에서 x축에
접한다고 했거든요.

00:13:54.795 --> 00:13:58.105
그러면 그림으로 상황을
그려보도록 합시다.

00:13:58.205 --> 00:14:02.131
어떤 원의 기하적 성질과
방정식을 적절히 조합해서

00:14:02.231 --> 00:14:03.705
문제를 풀어줘야 돼요.

00:14:03.805 --> 00:14:07.807
x=2에서 x축에 접한다고 했는데,

00:14:07.907 --> 00:14:10.100
반지름의 길이가 3입니다.

00:14:10.200 --> 00:14:13.783
그렇다면 원의 방정식이 어떤
식으로 나올 수가 있을까요?

00:14:13.883 --> 00:14:16.367
반지름이 여기서 일단 접하니까,

00:14:16.467 --> 00:14:21.636
이런 식으로 되어서 여기
중심에서부터 여기까지의 거리가

00:14:21.736 --> 00:14:23.780
3이 나오게 될 수가 있겠죠.

00:14:23.880 --> 00:14:26.070
반지름의 길이가
3이라고 했기 때문에,

00:14:26.170 --> 00:14:28.503
이런 식으로 원이
그려질 수가 있고요.

00:14:28.603 --> 00:14:33.746
그런데 꼭 원의 반지름이 3이라는
것이 위쪽으로 가야만 할 것이냐?

00:14:33.846 --> 00:14:36.778
또 아래쪽으로 갈
수도 있지 않을까요?

00:14:36.878 --> 00:14:40.685
여기서부터 여기까지의 거리가
3이 될 수도 있어요.

00:14:40.785 --> 00:14:44.616
4번을 만족하는 원은
총 2개 찾아줄 수가 있겠네요.

00:14:44.716 --> 00:14:48.591
얘는 그러면 중심의
좌표가 어떻게 될까요?

00:14:48.691 --> 00:14:52.492
x=2에서 접한다고 했으니까,

00:14:52.592 --> 00:14:56.461
이 수직으로 그대로 올라간
것이 바로 중심이에요.

00:14:56.561 --> 00:15:00.827
그러면 x=2에서 접했던 그 상태
그대로 올라가게 되기 때문에

00:15:00.927 --> 00:15:02.892
중심의 x좌표가 2가 되고

00:15:02.992 --> 00:15:05.187
y좌표는 이 경우에는 3이 됩니다.

00:15:05.287 --> 00:15:06.714
이 경우는 어떻죠?

00:15:06.814 --> 00:15:08.245
중심의 x좌표가 2고

00:15:08.345 --> 00:15:13.202
y좌표가 이번에는 -3이라고
나오게 되겠죠.

00:15:13.302 --> 00:15:23.120
그렇다면 여기 이 원의 방정식은
$(x-2)^2+(y-3)^2=9$가 된다고

00:15:23.220 --> 00:15:24.806
이렇게 나오게 되겠네요.

00:15:24.906 --> 00:15:31.198
이거는 $(x-2)^2+(y+3)^2=9$가
된다고 써줄 수가 있습니다.

00:15:31.298 --> 00:15:33.799
그래서 이런 식으로 축에 접하는데,

00:15:33.899 --> 00:15:37.033
어떤 점에서 접하느냐고 나온다면

00:15:37.133 --> 00:15:40.524
그 접점 바로 올라간 것이
중심의 x좌표가 될 수 있다.

00:15:40.624 --> 00:15:43.423
그리고 y좌표는 반지름이
3이라고 했으니까

00:15:43.523 --> 00:15:46.539
y좌표 자체가 양수일 수도
있고 음수일 수도 있고

00:15:46.639 --> 00:15:48.730
두 개의 반응성을 생각
해봐야 되는 거죠.

00:15:48.830 --> 00:15:51.731
그래서 이렇게 두 개의
방정식을 찾을 수가 있습니다.

00:15:51.831 --> 00:15:57.822
5번에서는 반지름의 길이가 2면서
중심의 위치가 딱 고정이 되어있네요.

00:15:57.922 --> 00:16:02.350
3사분면에 있고 x축, y축에
모두 접한다고 했어요.

00:16:02.450 --> 00:16:04.531
그러면 어떻게 될까요?

00:16:04.631 --> 00:16:06.850
일단 중심이 3사분면에 있는데,

00:16:06.950 --> 00:16:08.867
x축과 y축에 모두 접해요.

00:16:08.967 --> 00:16:11.158
원의 모양이 이런 식으로
나오게 되는 거죠.

00:16:11.258 --> 00:16:15.999
중심이 있으면 x축에 접하니까
여기가 수직으로 만나게 되면서

00:16:16.099 --> 00:16:18.800
이 길이 자체가 반지름인 2예요.

00:16:18.900 --> 00:16:22.353
그다음에 여기도 이렇게 가면서
여기 수직으로 만나면서

00:16:22.453 --> 00:16:25.974
이거의 길이 자체가 반지름이
2로 나오게 되죠.

00:16:26.074 --> 00:16:27.454
여기 수직이에요.

00:16:27.554 --> 00:16:31.371
수직, 수직, 수직 모두 이렇게
정사각형이 만들어지게 되고

00:16:31.471 --> 00:16:33.572
그런데 3사분면에 있으니까

00:16:33.672 --> 00:16:36.593
그러면 이 중심의 좌표를
뭐라고 할 수가 있나요?

00:16:36.693 --> 00:16:39.994
바로 -2, -2가 되겠습니다.

00:16:40.094 --> 00:16:42.778
둘 다 음수로 나오게 되는 거죠.

00:16:42.878 --> 00:16:44.820
그래서 원의 방정식을 찾는다면

00:16:44.920 --> 00:16:49.769
$(x+2)^2+(y+2)^2=4$가
된다.

00:16:49.869 --> 00:16:51.024
이렇게 나오겠죠?

00:16:51.124 --> 00:16:53.861
만약에 중심이 2사분면에
있으면 어떻겠어요?

00:16:53.961 --> 00:16:58.110
$(x+2)^2+(y-2)^2$는
4가 된다,

00:16:58.210 --> 00:17:00.281
그런 식으로 또 구할 수가 있겠죠.

00:17:00.381 --> 00:17:03.499
x축, y축에 모두 접한다고 한다면

00:17:03.599 --> 00:17:07.034
중심에 x좌표와 y좌표의 절댓값이

00:17:07.134 --> 00:17:12.261
바로 반지름과 똑같아지도록 하는
그런 원이 나오게 됩니다.

00:17:12.361 --> 00:17:15.374

그래서 만약 1사분면에 있었다.

00:17:15.474 --> 00:17:18.123
그리고 반지름이 a였다고 한다면

00:17:18.223 --> 00:17:21.603
$(x-a)^2+(y-a)^2=a^2$

00:17:21.703 --> 00:17:23.659
이런 식으로 쓸 수가
있었을 거예요.

00:17:23.759 --> 00:17:26.285
만약에 2사분면에 중심이 있었다.

00:17:26.385 --> 00:17:29.775
$(x+a)^2+(y-a)^2=a^2$

00:17:29.875 --> 00:17:31.644
이렇게 나타내줄 수가 있고.

00:17:31.744 --> 00:17:36.516
3사분면에 중심이 있다, 그런데
x, y축에 모두 접한다.

00:17:36.616 --> 00:17:39.704
그러면 이렇게 나타내줄 수가 있고.

00:17:39.804 --> 00:17:41.669
4사분면에 중심이 있는데,

00:17:41.769 --> 00:17:46.026
x축, y축에 모두 접한다고 한다면

00:17:46.126 --> 00:17:48.757
이번에는 중심의 x좌표가 a가 되고

00:17:48.857 --> 00:17:53.540
y좌표가 음수인 -a가 되니까 이런
식으로 나타내줄 수가 있겠죠.

00:17:53.640 --> 00:17:55.887
그래서 어떤 사분면에
중심이 있었는지

00:17:55.987 --> 00:17:59.286
어떤 사분면에서 x축,
y축에 접했는지에 따라서

00:17:59.386 --> 00:18:01.591
식을 다르게 설정을 해놓고.

00:18:01.691 --> 00:18:05.588
이러면서 지나는 점 하나를 줬을 때

00:18:05.688 --> 00:18:08.976
어떤 식으로 a를 구할 수 있느냐?

00:18:09.076 --> 00:18:13.483
그런 문제도 교과서에 심화문제로
나오게 될 수도 있습니다.

00:18:13.583 --> 00:18:16.844
그래서 참고로 그때그때 식은
여러분이 세우면 되고.

00:18:16.944 --> 00:18:19.677
x축, y축에 모두
접한다는 것 자체가

00:18:19.777 --> 00:18:23.069
직선에 접한다는 거
자체가 원의 성질.

00:18:23.169 --> 00:18:29.389
수직으로 만나게 되면서 이
중심과 접점까지의 거리 자체가

00:18:29.489 --> 00:18:33.023
반지름이 된다는 거를 잊지 않고
잘 사용해주시면 되겠어요.

00:18:33.123 --> 00:18:37.232
그러면 이렇게 우리가 원의 방정식을

00:18:37.332 --> 00:18:42.814
중심과 원 위에 있는 점 사이의
거리로 생각을 해보았는데,

00:18:42.914 --> 00:18:49.738
직선의 방정식도 처음에는 기울기랑
y절편의 형태로 시작을 해서

00:18:49.838 --> 00:18:54.448
이게 일반적인 x, y에 대한
1차식의 형태가 된다고 해서

00:18:54.548 --> 00:18:59.147
1차 방정식 연립한 거랑
두 직선의 위치 관계를

00:18:59.247 --> 00:19:02.436
연계해서 생각하기도
하고 그랬잖아요.

00:19:02.536 --> 00:19:06.939
원의 방정식도 식의
관점에서 보았을 때

00:19:07.039 --> 00:19:10.225
이게 어떤 식을
나타내는 그런 것일까?

00:19:10.325 --> 00:19:13.995
아니면 또는 일반적인 x, y에
대한 식이 나타나져있을 때

00:19:14.095 --> 00:19:16.911
이게 어떤 도형을 나타내는
것일까, 라는 거를

00:19:17.011 --> 00:19:18.924

알아볼 수 있도록 하기 위해서

00:19:19.024 --> 00:19:23.216
원의 방정식의 일반적인 형태를
생각해보도록 할게요.

00:19:23.316 --> 00:19:26.609
첫 번째 질문부터 생각해보겠습니다.

00:19:26.709 --> 00:19:30.216
이거는 뭐죠? 처음에
제가 식으로 써온 거.

00:19:30.316 --> 00:19:35.359
얘는 중심이 2, 1이고

00:19:35.459 --> 00:19:43.073
반지름이 2인 원, 반지름의
길이가 2인 원이라는 거는

00:19:43.173 --> 00:19:44.511
이제 알아보시겠죠?

00:19:44.611 --> 00:19:50.185
좌표평면 상에서 x, y가
2, 1 사이의 거리를 제곱한 것이

00:19:50.285 --> 00:19:53.269
4가 되도록 하는 그런
점들의 모임이니까

00:19:53.369 --> 00:19:57.210
이런 원을 나타내겠구나, 라는
거를 알 수가 있을 거예요.

00:19:57.310 --> 00:20:03.993
그런데 이거를 한번 x, y에 대한
일반적인 형태의 식으로 보자는 거예요.

00:20:04.093 --> 00:20:05.571
전개해보겠습니다.

00:20:05.671 --> 00:20:13.528
$x^2-4x+4+y^2-2y+1=4$가
나오면서

00:20:13.628 --> 00:20:15.695
x^2+y^2

00:20:15.795 --> 00:20:18.896
x, y에 대한 내림차순으로
정리를 해볼게요.

00:20:18.996 --> 00:20:22.673
x, y 둘 다 문자로
보고 그렇게 정리해보면

00:20:22.773 --> 00:20:24.973
x, y 둘 다 2차 있고요.

00:20:25.073 --> 00:20:29.350

그다음에 둘 다 1차항,
-4x-2y 이렇게 있고요.

00:20:29.450 --> 00:20:31.119
그다음에 상수항 있죠?

00:20:31.219 --> 00:20:33.577
이런 식으로 나타내지게 되거든요.

00:20:33.677 --> 00:20:37.256
어떻죠? 특징을
자유롭게 생각해보세요.

00:20:37.356 --> 00:20:40.638
x, y에 대한 2차항이 존재하고

00:20:40.738 --> 00:20:42.905
1차항 있고 상수항 있고.

00:20:43.005 --> 00:20:45.328
그리고 항상 우리가 원의 방정식에

00:20:45.428 --> 00:20:50.520
$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$이다.

00:20:50.620 --> 00:20:53.086
이런 방식으로 나오게 되니까,

00:20:53.186 --> 00:20:55.993
x^2+y^2, 이렇게.

00:20:56.093 --> 00:21:03.286
그리고 뒤에
$2ax-2by+a^2+b^2-r^2$

00:21:03.386 --> 00:21:08.345
이런 식으로 되면서 x^2+y^2이라는
앞의 계수가 1, 1

00:21:08.445 --> 00:21:10.737
이런 식으로 나오는
식을 가지게 되겠죠.

00:21:10.837 --> 00:21:14.107
그리고 이거 보니까 위의 거처럼

00:21:14.207 --> 00:21:16.723
x^2, y^2 있었고요.

00:21:16.823 --> 00:21:19.226
x, y 1차항이 있고
상수항이 있어요.

00:21:19.326 --> 00:21:22.791
얘도 그러면 혹시 원의
방정식이 될 수 있을까?

00:21:22.891 --> 00:21:27.388
그러면 이게 어떤 원의 방정식일까?
라는 거를 생각해보려면,

00:21:27.488 --> 00:21:30.621
얘를 어떤 형태로 바꿔주면 될까요?

00:21:30.721 --> 00:21:34.234
우리가 일반적인
2차함수식이 있을 때,

00:21:34.334 --> 00:21:38.544
꼭짓점을 파악해서 그래프를 쉽게
그릴 수 있도록 하기 위해서

00:21:38.644 --> 00:21:41.542
완전제곱식 변형하던 거 있었어요.

00:21:41.642 --> 00:21:45.240
얘도 원의 방정식의 정의로부터

00:21:45.340 --> 00:21:49.854
중심과 어떤 임의의 점 사이의
거리를 구하는 과정에서

00:21:49.954 --> 00:21:51.748
완전제곱식이 나왔었잖아요.

00:21:51.848 --> 00:21:55.729
그러니까 얘도 완전제곱식의
형태로 바꾼다고 생각해볼까요?

00:21:55.829 --> 00:22:00.472
$x^2+6x+y^2-8y+10=0$

00:22:00.572 --> 00:22:02.237
이렇게 되어있으니까

00:22:02.337 --> 00:22:06.060
x^2+6x 완전제곱식으로 만들려면

00:22:06.160 --> 00:22:08.198
6이라는 거는 2*3이죠.

00:22:08.298 --> 00:22:11.564
그렇기 때문에 $(x+3)^2$ 하면

00:22:11.664 --> 00:22:15.457
x^2+6x+9가
나오니까 -9 해주고

00:22:15.557 --> 00:22:20.103
y^2-8y는 8이 2*4에
-를 붙인 거죠.

00:22:20.203 --> 00:22:22.435
그래서 $(y-4)^2$

00:22:22.535 --> 00:22:27.154
그러면 이거를 전개한 거는
$y^2-8y+16$이니까

00:22:27.254 --> 00:22:30.304
-16+10=0, 이렇게 나오면서

00:22:30.404 --> 00:22:39.363
그러면 이 식은 $(x+3)^2+(y-4)^2=15$가
되는 이런 식이다.

00:22:39.463 --> 00:22:41.321
그러면 얘는 뭐예요?

00:22:41.421 --> 00:22:47.982
x, y와 -3, 4 사이의 거리를
제곱한 게 15가 되는 그런 식이니까

00:22:48.082 --> 00:22:50.936
중심이 -3, 4고

00:22:51.036 --> 00:22:54.422
반지름이 루트가 15가
되는 그런 원이구나.

00:22:54.522 --> 00:22:55.953
이거를 알 수가 있어요.

00:22:56.053 --> 00:22:59.700
그러면 우리가 그런 결론을
내려줄 수가 있을까요?

00:22:59.800 --> 00:23:05.367
항상 이런 형태의 2차식은 원의
방정식으로 바꿀 수가 있을까요?

00:23:05.467 --> 00:23:12.830
만약에 여기가 10이 아니었고

00:23:12.930 --> 00:23:18.263
30, 이런 거였다고
생각을 해보겠습니다.

00:23:18.363 --> 00:23:20.963
만약 10이 아니라 30이었다면

00:23:21.063 --> 00:23:22.952
여기가 30이 되겠죠.

00:23:23.052 --> 00:23:28.181
그러면 얘를 쭉 전개했을 때 여기가
+5가 나오게 될 거고요.

00:23:28.281 --> 00:23:29.851
좌변에서의 상수가.

00:23:29.951 --> 00:23:32.353
넘겼을 때 -5가 될 거예요.

00:23:32.453 --> 00:23:35.523
그러면 제곱+제곱한 것이
음수가 나오게 되거든요.

00:23:35.623 --> 00:23:39.153
그러면 이런 거를 만족하는
x, y가 존재하나요?

00:23:39.253 --> 00:23:43.271

존재하지 않고 이런 경우에는
원을 나타내줄 수가 없어요.

00:23:43.371 --> 00:23:46.568
완전제곱+완전제곱으로 고쳤을 때

00:23:46.668 --> 00:23:49.718
여기가 양의 상수가 나오게 된다.

00:23:49.818 --> 00:23:54.062
그렇게 된다면 원을
나타내줄 수가 있겠죠.

00:23:54.162 --> 00:23:58.191
뭔가 0보다 큰 형태의
상수로 정리가 되고

00:23:58.291 --> 00:24:01.185
여기가 제곱+제곱이 되었다면

00:24:01.285 --> 00:24:05.344
그때는 항상 원의 방정식을
나타내줄 수가 있습니다.

00:24:05.444 --> 00:24:10.883
그래서 원의 방정식을 x, y에 대한
다항식의 형태로 나타내준다고 하면

00:24:10.983 --> 00:24:15.035
이거 일반적인 형태로
정리하는 과정 같이 볼게요.

00:24:15.135 --> 00:24:22.943
우리 원의 방정식
$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$이라는 것이 있었으면

00:24:23.043 --> 00:24:30.858
얘는 전개를 했을 때,

00:24:30.958 --> 00:24:33.017
이렇게 나오게 되죠.

00:24:33.117 --> 00:24:44.435
그래서 $x^2+y^2-2ax-2by+a^2+b^2-r^2=0$으로
나오게 되는데.

00:24:44.535 --> 00:24:48.146
그러면 x^2+y^2이 있고

00:24:48.246 --> 00:24:52.567
$-2a$라는 것이 어차피
상수라는 거예요.

00:24:52.667 --> 00:24:56.737
그래서 +Ax,
이런 식으로 써줄 수 있고.

00:24:56.837 --> 00:25:00.190
$-2by$에서 이것도 역시 상수죠.

00:25:00.290 --> 00:25:03.013

그러니까 +By가 나오게 되고.

00:25:03.113 --> 00:25:07.215
그다음에 이것도 어차피
상수니까 +C=0

00:25:07.315 --> 00:25:12.497
이렇게 되어서 원의 방정식을
일반적인 형태로 고쳤을 때

00:25:12.597 --> 00:25:15.601
x, y에 대한 2차식이 나오게 되고

00:25:15.701 --> 00:25:20.567
2차식이라고 할 때는 사실
x^2, y^2, x, y

00:25:20.667 --> 00:25:23.441
그리고 x, y를 곱한
항이 있을 수도 있는데

00:25:23.541 --> 00:25:25.416
x, y를 곱한 항은 없죠.

00:25:25.516 --> 00:25:29.077
그래서 그 곱한 x, y
항의 계수는 0이 되어서

00:25:29.177 --> 00:25:30.732
그런 거 존재하지 않고.

00:25:30.832 --> 00:25:34.405
x^2, y^2 앞의 계수가
똑같은 거예요.

00:25:34.505 --> 00:25:37.001
꼭 1, 1일 필요는 없고
3, 3이어도 됩니다.

00:25:37.101 --> 00:25:41.073
어차피 양변을 3으로 나누었을 때
이런 식을 얻을 수 있겠죠.

00:25:41.173 --> 00:25:43.407
그래서 이렇게 된다면,

00:25:43.507 --> 00:25:46.727
이런 식을 원의 방정식이
된다고 볼 수가 있을 텐데.

00:25:46.827 --> 00:25:50.206
그러니까 원의 방정식을 정리하면
이렇게 된다고 할 수가 있을 텐데.

00:25:50.306 --> 00:25:56.334
그러면 이제 거꾸로
$x^2+y^2+Ax+By+C=0$이라는 것을

00:25:56.434 --> 00:26:00.397
우리가 원의 방정식으로 바꿀
수가 있느냐는 거를 생각해보면

00:26:00.497 --> 00:26:04.321
완전제곱식으로 바꾸듯이
바꿔주면 된다는 거예요.

00:26:04.421 --> 00:26:08.550
x^2+Ax, A는 2분의 A죠.

00:26:08.650 --> 00:26:13.615
그래서 그거를 제곱해서 더해준
다음에 다시 뺐다고 생각해주고.

00:26:13.715 --> 00:26:17.539
그다음에 y^2+By+

00:26:17.639 --> 00:26:20.532
2분의 B니까 $B^2/4$해주고

00:26:20.632 --> 00:26:24.368
다시 $B^2/4$을 빼주고
$+C=0$이 되었다면

00:26:24.468 --> 00:26:28.272
이 부분이 $(x+A/2)^2$

00:26:28.372 --> 00:26:34.966
여기 부분이 $(y+B/2)^2$으로
나오게 되고

00:26:35.066 --> 00:26:38.562
여기 부분이 $A^2+B^2/4$

00:26:38.662 --> 00:26:42.595
C는 여기 위에 올려서
썼다면 -4C

00:26:42.695 --> 00:26:44.171
이런 식으로 나오게 되겠죠.

00:26:44.271 --> 00:26:52.911
이렇게 생긴 2차식은 중심이
(-A/2, -B/2)가 되면서

00:26:53.011 --> 00:26:59.487
반지름의 길이가
$\sqrt{A^2+B^2-4C/4}$가 되는

00:26:59.587 --> 00:27:01.105
이런 원이 되는데,

00:27:01.205 --> 00:27:04.173
단 이게 원을 나타내도록
하기 위해서는

00:27:04.273 --> 00:27:08.213
A^2+B^2이 4C보다는 커야겠죠?

00:27:08.313 --> 00:27:11.756
그래서 여기가 양수가
되어야지만 실숫값으로서

00:27:11.856 --> 00:27:14.750
반지름이 예쁘게 잘
정의될 수가 있습니다.

00:27:14.850 --> 00:27:17.301
결과 외우실 필요 없어요.

00:27:17.401 --> 00:27:21.386
외우지 마시고 그때그때 완전제곱식으로
그냥 고쳐보면 돼요.

00:27:21.486 --> 00:27:24.943
제가 이론적으로 정리해드리느라고
이렇게 쓴 것이고.

00:27:25.043 --> 00:27:28.587
그때그때 그냥 완전제곱식으로
잘 고쳐지는지

00:27:28.687 --> 00:27:31.209
그런 것들을 확인하면 됩니다.

00:27:31.309 --> 00:27:36.773
그러면 이 방정식이 나타내는 도형이
6, 3을 지나는 원이래요.

00:27:36.873 --> 00:27:40.684
a와 이 원의 반지름의 길이를
구해보자고 했는데,

00:27:40.784 --> 00:27:45.607
어떤 직선이 점을 지난다고 한다면

00:27:45.707 --> 00:27:48.908
그 점을 대입했을 때
성립하는 거였어요.

00:27:49.008 --> 00:27:57.159
도형이 점을 지난다는 것은
반드시 이 6, 3이라는 것이

00:27:57.259 --> 00:27:59.538
이거를 그야말로 만족한다는 거니까

00:27:59.638 --> 00:28:03.640
6, 3을 대입했을 때 이 식이
성립한다는 것을 의미합니다.

00:28:03.740 --> 00:28:05.632
그러면 6, 3 대입해볼까요?

00:28:05.732 --> 00:28:11.102
6^2은 36, 3^2은 9,
+2a에 6을 곱하고

00:28:11.202 --> 00:28:14.156
그다음에 6 곱하기 3해주고

00:28:14.256 --> 00:28:17.133
-3=0을 해보면,

00:28:17.233 --> 00:28:19.052
12a가,

00:28:19.152 --> 00:28:24.073
이거 2개 더한 게 45,
-21 해주면 24가 나오게 되죠?

00:28:24.173 --> 00:28:26.310
그래서 -24가 되니까

00:28:26.410 --> 00:28:29.570
a는 값이 -2로 나오게 되네요.

00:28:29.670 --> 00:28:36.432
그러면 이 식이
$x^2+y^2-4x-6y-3=0$이라는

00:28:36.532 --> 00:28:39.016
이런 x, y에 대한 2차식.

00:28:39.116 --> 00:28:42.995
x^2, y^2 앞의 계수 똑같고
x, y라는 항은 없고

00:28:43.095 --> 00:28:45.083
이런 식으로 나오게 된 거예요.

00:28:45.183 --> 00:28:48.860
그러면 우리 완전제곱식 고치는
거 너무 많이 해봤잖아요.

00:28:48.960 --> 00:28:51.767
앞에 2차함수에서도 해봤고

00:28:51.867 --> 00:28:55.251
2차 방정식 일반적으로
풀 때도 해봤었고

00:28:55.351 --> 00:28:57.360
그 방법에 의해서 이렇게
바꿔보게 되면,

00:28:57.460 --> 00:29:03.172
$(x-2)^2+(y-3)^2$이
16으로 나오게 되죠.

00:29:03.272 --> 00:29:06.017
16이라는 거는 4^2이네요.

00:29:06.117 --> 00:29:09.015
그래서 반지름이 4가 된다는
거를 알 수가 있습니다.

00:29:09.115 --> 00:29:10.646
중심은 2, 3이죠?

00:29:10.746 --> 00:29:13.607
그리고 반지름은 4가
되는 그런 원이고.

00:29:13.707 --> 00:29:15.531

a의 값은 -2였던 거죠.

00:29:15.631 --> 00:29:18.507
그래서 이렇게 일반적으로
주어져있다는 것을

00:29:18.607 --> 00:29:21.378
표준적인 형태로 바꿔보게 되면,

00:29:21.478 --> 00:29:24.464
중심이 어떤 거였고
반지름이 뭐가 된다는 거를

00:29:24.564 --> 00:29:26.287
바로 확인해줄 수가 있어요.

00:29:26.387 --> 00:29:29.288
이번에는 이 원이 x축에 접한대요.

00:29:29.388 --> 00:29:32.884
아까 우리 x축에 접한다면
무엇을 알 수가 있었죠?

00:29:32.984 --> 00:29:35.160
이렇게 축에 접할 수도 있고

00:29:35.260 --> 00:29:37.249
이렇게 접할 수도 있는데,

00:29:37.349 --> 00:29:42.716
중심에 y좌표에 해당하는 것이
반지름과 같아지게 되는 거였죠.

00:29:42.816 --> 00:29:47.684
여기의 길이가 중심의
y좌표가 나왔을 때

00:29:47.784 --> 00:29:51.505
여기서 보면 중심의 y좌표가 얼마일까요?
3이겠죠.

00:29:51.605 --> 00:29:53.868
그것이 바로 반지름이 되는 거예요.

00:29:53.968 --> 00:29:56.753
중심에 y좌표가 지금
보면 딱 3인 거니까,

00:29:56.853 --> 00:30:00.823
이렇게 축의 위쪽에 있을 거고
이런 원은 그려지지 않겠죠.

00:30:00.923 --> 00:30:05.079
그러면 제가 보자마자 중심의
y좌표가 3이라고 이야기를 했는데,

00:30:05.179 --> 00:30:07.751
한번 정리를 다시 해보도록 할게요.

00:30:07.851 --> 00:30:10.255
중심의 좌표를 정확하게 구해서

00:30:10.355 --> 00:30:15.305
그것과 반지름 사이의 관계를
우리가 살펴보게 되면,

00:30:15.405 --> 00:30:21.439
$(x-a)^2-a^2$ 해서
완전제곱식으로 바꿔줄 수가 있고

00:30:21.539 --> 00:30:26.577
$(y-3)^2-9+4=0$
이렇게 되니까,

00:30:26.677 --> 00:30:34.057
$(x-a)^2+(y-3)^2=a^2+5$로
나오게 되죠.

00:30:34.157 --> 00:30:38.274
그럴 때 중심이
a, 3이 되었고요.

00:30:38.374 --> 00:30:41.053
a는 양수라고 문제 나와있었고.

00:30:41.153 --> 00:30:42.966
x축에 접합니다.

00:30:43.066 --> 00:30:44.918
x축에 접한다고 하니까,

00:30:45.018 --> 00:30:48.286
이 중심의 y좌표가 바로
반지름이 되는 거죠.

00:30:48.386 --> 00:30:52.668
만약 음수쪽으로 접했으면
중심의 y좌표에

00:30:52.768 --> 00:30:55.922
-를 붙여서 양수로 만들어준
게 반지름이 될 거고요.

00:30:56.022 --> 00:30:59.617
그러면 이 3이라는
값이 반지름이니까

00:30:59.717 --> 00:31:04.760
3을 제곱해준 것과
a^2+5가 같겠죠.

00:31:04.860 --> 00:31:07.306
a^2이 4가 나오게 되고요.

00:31:07.406 --> 00:31:09.748
문제에서 a는 양수라고 했기 때문에

00:31:09.848 --> 00:31:13.485
a의 값이 2가 된다고
찾을 수가 있는 거예요.

00:31:13.585 --> 00:31:18.355

원에 접한다, 이런 기하적
특성을 사용하고 싶어요.

00:31:18.455 --> 00:31:21.740
원의 기하적 특성을 사용하려면
기본이 되는 것이

00:31:21.840 --> 00:31:25.464
바로 중심과 반지름이 무엇인지를
파악해주는 거예요.

00:31:25.564 --> 00:31:28.234
그렇기 때문에 일반형으로
식이 주어져 있을 때

00:31:28.334 --> 00:31:30.533
그것을 우리가 표준적인 형태로

00:31:30.633 --> 00:31:34.439
중심이 뭐고 반지름이 무엇인지를
알아볼 수 있는 형태로 바꿨습니다.

00:31:34.539 --> 00:31:37.090
대부분의 원 문제가 그렇게 풀려요.

00:31:37.190 --> 00:31:40.127
그러니까 원의 방정식이
일반형으로 주어졌다.

00:31:40.227 --> 00:31:43.817
일단 그거를 표준적인 형태로 바꿔서

00:31:43.917 --> 00:31:47.065
중심이 무엇이고 반지름이
무엇인지를 파악하는 것으로부터

00:31:47.165 --> 00:31:48.574
시작을 해주면 됩니다.

00:31:48.674 --> 00:31:53.530
원의 방정식을 세우는 것을 봤고

00:31:53.630 --> 00:31:56.831
도형이 딱 하나만 나오는
경우는 별로 없어요.

00:31:56.931 --> 00:31:59.898
도형의 방정식이나
이런 문제들을 풀 때

00:31:59.998 --> 00:32:03.532
원하고 직선하고의 위치
관계를 생각해보겠습니다.

00:32:03.632 --> 00:32:08.470
그래서 이번 강에서는 원과 직선의 위치
관계를 판별하는 것만 볼 거고요.

00:32:08.570 --> 00:32:11.841
그 판별하는 것 중에서
다양한 상황이 나오게 되면

00:32:11.941 --> 00:32:16.100
그 상황에 해당할 때 어떤
문제들이 나올 수가 있을지

00:32:16.200 --> 00:32:19.352
그거를 다음 강에서 같이
살펴보게 될 거예요.

00:32:19.452 --> 00:32:23.506
그래서 일단 원과 직선이 어떤
위치 관계에 있을 수 있는지

00:32:23.606 --> 00:32:27.538
각 위치 관계에 나온다는 거를
어떤 식으로 판별할 수 있을지를

00:32:27.638 --> 00:32:29.079
일단 살펴볼게요.

00:32:29.179 --> 00:32:32.221
원과 직선의 위치 관계라고 할 때,

00:32:32.321 --> 00:32:35.653
일단 직선이 움직이면서
얘랑 만날 수 있는 것은

00:32:35.753 --> 00:32:37.534
여러분 쉽게 생각하실
수 있을 거예요.

00:32:37.634 --> 00:32:38.908
두 점에서 만나거나

00:32:39.008 --> 00:32:40.051
한점에서 만나거나

00:32:40.151 --> 00:32:41.212
만나지 않거나.

00:32:41.312 --> 00:32:42.968
이렇게 세 가지 나오는
거 아시겠죠?

00:32:43.068 --> 00:32:46.459
그런데 한 점에서 만난다는
것을 기점으로 해서

00:32:46.559 --> 00:32:49.481
한 점에서 만날 때는 무슨
일이 벌어지는 건가요?

00:32:49.581 --> 00:32:53.639
결국 이 중심하고
이 직선하고 한 점에서 만난다.

00:32:53.739 --> 00:32:58.402
중심과 한 점을 연결했을 때 서로
어떻게 만날 수밖에 없다고 했죠?

00:32:58.502 --> 00:33:00.433

90도로 만날 수밖에 없어요.

00:33:00.533 --> 00:33:03.896
그리고 이렇게 만난다는 것을
우리가 접한다고 표현했고요.

00:33:03.996 --> 00:33:07.192
이렇게 접하게 될 때 중심에서부터

00:33:07.292 --> 00:33:11.780
여기 접점까지의 거리가 바로
반지름과 같다고 했습니다.

00:33:11.880 --> 00:33:13.641
계속 이야기하고 있죠?

00:33:13.741 --> 00:33:17.813
앞에 중학교 도형 정리할 때부터
굉장히 제가 강조를 했었거든요.

00:33:17.913 --> 00:33:19.238
너무너무너무 중요하다.

00:33:19.338 --> 00:33:20.582
정말정말 중요합니다.

00:33:20.682 --> 00:33:22.205
뒤에서 계속 나올 거예요.

00:33:22.305 --> 00:33:25.298
이 성질을 이용해서 풀리는
문제가 너무너무 많거든요.

00:33:25.398 --> 00:33:28.268
그래서 중심과 한 점에서 만날 때

00:33:28.368 --> 00:33:31.946
이 접점까지 그은 것이
90도로 만나고 반지름이 되고

00:33:32.046 --> 00:33:34.287
그것이 결국 누구랑 같냐?

00:33:34.387 --> 00:33:36.907
원의 중심하고 직선 사이의 거리,

00:33:37.007 --> 00:33:39.496
그거를 우리가 d라고
표현을 해보고요.

00:33:39.596 --> 00:33:41.952
원의 반지름을 r이라고 했을 때

00:33:42.052 --> 00:33:44.636
d하고 r하고 같다고 한다면,

00:33:44.736 --> 00:33:47.385
둘이 서로 한 점에서
만나게 되는 거예요.

00:33:47.485 --> 00:33:50.049

그러면 두 점에서
만날 때는 어떤가요?

00:33:50.149 --> 00:33:53.514
지금 그림을 보니까 여기
중심에서부터 직선까지의 거리

00:33:53.614 --> 00:33:58.081
d에 해당하는 거는 이만큼인데,
반지름은 더 갔어요.

00:33:58.181 --> 00:34:00.880
반지름을 넘어서게 되고
이 거리를 넘어서서 가고

00:34:00.980 --> 00:34:02.943
직선은 여기에 있습니다.

00:34:03.043 --> 00:34:04.949
d가 r보다 작은 거고.

00:34:05.049 --> 00:34:07.942
이 경우에는 d가 r보다
크다고 할 수가 있겠죠.

00:34:08.042 --> 00:34:11.689
그래서 이렇게 원과 직선의
위치 관계를 판단하고자 할 때

00:34:11.789 --> 00:34:13.265
내가 그림을 그릴 때,

00:34:13.365 --> 00:34:16.739
이 직선과 원을 만나게 그려야될까
안 만나게 그려야될까?

00:34:16.839 --> 00:34:18.657
그런 거를 생각해볼 수가 있잖아요.

00:34:18.757 --> 00:34:21.027
그때 알아볼 수 있는 방법으로

00:34:21.127 --> 00:34:24.283
이렇게 중심하고 직선 사이의
거리를 살펴보면 된다는 거예요.

00:34:24.383 --> 00:34:30.315
예를 들어 중심이 원점인 원은
모양이 아주 예쁘게 나오겠죠?

00:34:30.415 --> 00:34:34.398
$x^2+y^2=4$ 이런 게
있었다고 해볼까요?

00:34:34.498 --> 00:34:39.469
반지름이 2고 중심이
이렇게 원점인 원이에요.

00:34:39.569 --> 00:34:42.622
여기에 직선 하나를 그리려고 해요.

00:34:42.722 --> 00:34:47.437
예를 들어서 y=x+3을
그린다고 생각을 해봅시다.

00:34:47.537 --> 00:34:51.703
y=x+3을 그릴 때
그냥 모양을 본다면

00:34:51.803 --> 00:34:55.061
x절편이 -3이고 y절편이 3이니까

00:34:55.161 --> 00:34:58.744
이렇게 지나가면서 안 만날 것
같아, 라는 생각이 들죠.

00:34:58.844 --> 00:35:01.274
안 만날 것 같아,
라는 생각이 드는데

00:35:01.374 --> 00:35:04.096
정말 안 만느냐라는
거를 확인해보려면

00:35:04.196 --> 00:35:08.658
이 중심에서부터 직선까지의 거리를
확인해보면 된다는 거예요.

00:35:08.758 --> 00:35:11.671
중심에서부터 직선까지의 거리가

00:35:11.771 --> 00:35:14.751
만약에 반지름보다
크면 안 만나는 거고

00:35:14.851 --> 00:35:17.084
딱 같으면 한 점에서 만나고

00:35:17.184 --> 00:35:19.537
더 작으면 두 점에서
만나게 된다는 거죠.

00:35:19.637 --> 00:35:25.910
그러면 중심이 0, 0이고
이 직선은 x-y+3=0이라고

00:35:26.010 --> 00:35:28.760
일반형으로 제가 자연스럽게 고쳤죠?

00:35:28.860 --> 00:35:29.955
왜 그렇죠?

00:35:30.055 --> 00:35:34.080
어떤 점과 직선 사이의
거리를 보려면

00:35:34.180 --> 00:35:37.449
일반형으로 바꾼 다음에
x 앞의 계수 제곱

00:35:37.549 --> 00:35:38.873
y 앞에 있는 계수 제곱

00:35:38.973 --> 00:35:41.675
-1의 제곱이니까 그냥 1 되겠죠?

00:35:41.775 --> 00:35:45.356
그다음에 이거를 여기에
대입해서 써봤을 때.

00:35:45.456 --> 00:35:47.499
그러면 √2 분의 3이 나오게 되고

00:35:47.599 --> 00:35:52.557
2분의 3√2인데

00:35:52.657 --> 00:35:54.901
원의 반지름은 2었어요.

00:35:55.001 --> 00:35:59.878
2보다 2분의 3√2가
더 크게 나오게 되겠죠.

00:35:59.978 --> 00:36:05.848
얘는 제곱했을 때 그
값이 18/4이 되고

00:36:05.948 --> 00:36:08.063
이거는 제곱했을 때 값이 4예요.

00:36:08.163 --> 00:36:11.650
이게 더 크니까 이것이 더
크다고 할 수가 있습니다.

00:36:11.750 --> 00:36:15.695
그래서 우리가 예상했던 대로
이 직선과 원은 만나지 않게

00:36:15.795 --> 00:36:18.183
도형을 그려놓을 수가 있겠구나.

00:36:18.283 --> 00:36:21.012
이렇게 판단해볼 수가 있는 거예요.

00:36:21.112 --> 00:36:25.853
일단 이렇게 중심과 직선 사이의
거리를 통해서 보는 방법도 있고요.

00:36:25.953 --> 00:36:29.319
아니면 지금 우리가 어떤
이야기를 하고 있냐면,

00:36:29.419 --> 00:36:32.914
두 점에서 만난다,
한 점에서 만난다,

00:36:33.014 --> 00:36:36.744
만나지 않는다, 라는
이야기를 하고 있어요.

00:36:36.844 --> 00:36:42.527
만난다는 것은 다르게 수학적으로
예쁘게 표현해본다면

00:36:42.627 --> 00:36:44.898
뭐라고 이야기를 해줄 수가 있냐면,

00:36:44.998 --> 00:36:51.465
원과 직선의 교점을
찾는 과정이거든요.

00:36:51.565 --> 00:36:57.002
그 교점이 서로 다른 것이 두
점에서 만난다는 것은 2개.

00:36:57.102 --> 00:36:58.592
여기서는 교점이 1개

00:36:58.692 --> 00:37:02.508
여기서는 교점이 눈에 보이는
것이 없다고 나오게 돼요.

00:37:02.608 --> 00:37:07.977
그러면 결국 원의 방정식
2차식이라고 했죠?

00:37:08.077 --> 00:37:09.906
x, y에 대한 2차식.

00:37:10.006 --> 00:37:13.130
직선의 방정식 x, y에
대한 1차식이에요.

00:37:13.230 --> 00:37:16.529
걔네 둘을 우리가
연립해볼 수가 있어요.

00:37:16.629 --> 00:37:20.992
원의 방정식, 중심이 원점이
되도록 간단하게 써서

00:37:21.092 --> 00:37:24.668
$x^2+y^2=r^2$이라는
이런 방정식이 있고

00:37:24.768 --> 00:37:27.625
직선이 $y=mx+n$

00:37:27.725 --> 00:37:29.895
이렇게 쓰이는 것이 있었다고 할 때

00:37:29.995 --> 00:37:34.909
이거 둘을 연립한 방정식을
생각해보는 거죠.

00:37:35.009 --> 00:37:37.512
우리 2차식이랑 1차식이랑 연립하는

00:37:37.612 --> 00:37:40.074
연립2차방정식 앞에서 다뤘었습니다.

00:37:40.174 --> 00:37:48.010
그러면 이 연립방정식 해의
개수를 찾고 싶다고 했을 때

00:37:48.110 --> 00:37:52.628
어쨌든 방정식을 푸는 것의
기본, 대입법이었잖아요.

00:37:52.728 --> 00:37:56.308
그러니까 대입해서 이렇게
2차식과 1차식을 연립했을 때

00:37:56.408 --> 00:37:59.638
이 1차식에서 문자 하나를
소거할 수 있으니까

00:37:59.738 --> 00:38:02.958
그거를 소거해서 대입했다고
생각을 해보면

00:38:03.058 --> 00:38:05.929
이렇게 식이 나오게 되죠.

00:38:06.029 --> 00:38:11.164
그러면 이거는 미지수가
x만 나오게 되는

00:38:11.264 --> 00:38:15.454
m, n, r은 실제적, 문제적
상황에서는 상수가 되니까요.

00:38:15.554 --> 00:38:19.005
이런 x에 대한 몇 차 방정식이죠?

00:38:19.105 --> 00:38:21.301
2차방정식을 얻을 수가 있어요.

00:38:21.401 --> 00:38:24.832
m^2이 -1 되는 일은 없으니까

00:38:24.932 --> 00:38:28.847
항상 얘가 0이 아니게 되고.

00:38:28.947 --> 00:38:31.232
그래서 2차방정식으로
나오게 되겠죠?

00:38:31.332 --> 00:38:34.638
그러면 2차방정식 해의 개수.

00:38:34.738 --> 00:38:39.367
이 해 중에서도 지금 내가
교점을 찾고자 하는 맥락에서는

00:38:39.467 --> 00:38:43.132
이 교점이라는 것은
실수인 해의 개수.

00:38:43.232 --> 00:38:45.517
무엇으로 판별할 수 있나요?

00:38:45.617 --> 00:38:48.477
바로 판별식을 고려해주면 돼요.

00:38:48.577 --> 00:38:52.719
판별식에서 앞에 2가 있으니까
D/4로 생각을 해주면

00:38:52.819 --> 00:38:58.627
$(mn)^2-(m^2+1)(n^2-r^2)$
해주는 거죠.

00:38:58.727 --> 00:39:03.847
그래서 이 판별식을 구해서
0보다 크면 어떻게 될까요?

00:39:03.947 --> 00:39:06.937
바로 교점이 2개.

00:39:07.037 --> 00:39:09.478
서로 다른 두 점에서
만나는 상황이 되고.

00:39:09.578 --> 00:39:13.235
0이라고 한다면 접하는 상황.

00:39:13.335 --> 00:39:19.377
0보다 작으면 만나지 않는 그런
상황으로 만들어지게 될 거라는 거죠.

00:39:19.477 --> 00:39:23.620
그래서 이렇게 두 가지
방법으로 해줄 수가 있습니다.

00:39:23.720 --> 00:39:26.984
중심과 직선 사이의 거리를
고려하는 방법이 있고요.

00:39:27.084 --> 00:39:29.295
아니면 앞에서 우리가 방정식 풀듯이

00:39:29.395 --> 00:39:32.133
판별식을 사용해주는 방법이 있고요.

00:39:32.233 --> 00:39:33.668
다시 정리해볼게요.

00:39:33.768 --> 00:39:35.657
아까 우리 기하적으로 본 거.

00:39:35.757 --> 00:39:40.622
기하적으로는 원의 중심과 직선의 사이의
거리와 반지름 크기를 비교해서

00:39:40.722 --> 00:39:44.753
두 점에서 만날 때, 접할 때,
만나지 않을 때

00:39:44.853 --> 00:39:46.651
이렇게 판별해줄 수가 있고.

00:39:46.751 --> 00:39:50.061
아니면 대수적으로,
이거 당연히 안 외울 거죠?

00:39:50.161 --> 00:39:52.184
그때그때 식을 연립해서 봤을 때,

00:39:52.284 --> 00:39:55.285
x에 대한 2차방정식을
얻을 수 있고

00:39:55.385 --> 00:39:57.821
그거의 판별식을
D라고 해서 본다면,

00:39:57.921 --> 00:40:03.363
판별식이 0보다 클 때 직선과 원은
당연히 서로 다른 두 점에서 만난다.

00:40:03.463 --> 00:40:05.938
이런 상황이 되고.

00:40:06.038 --> 00:40:11.624
판별식이 0일 때는 한 점에서
만나면서 접하는 상황.

00:40:11.724 --> 00:40:16.360
판별식이 0보다 작을 때는 만나지
않는다는 상황이 되는 것입니다.

00:40:16.460 --> 00:40:21.411
두 방법 중에 어떤 방법으로
풀지는 여러분이 선택하면 돼요.

00:40:21.511 --> 00:40:25.398
그런데 저는 기하적
방법을 선택합니다.

00:40:25.498 --> 00:40:27.712
그게 더 식이 간단하게 나와요.

00:40:27.812 --> 00:40:32.723
그래서 이 문제를 제가
일단 판별식으로 푸는 것과

00:40:32.823 --> 00:40:36.694
그리고 그 점과 직선 사이
거리 구하는 방법으로 푸는 것

00:40:36.794 --> 00:40:38.271
두 가지를 보여드릴게요.

00:40:38.371 --> 00:40:41.586
제가 푼 방법을 보고 나면

00:40:41.686 --> 00:40:45.119
나도 점과 직선 사이의
거리 구하는

00:40:45.197 --> 00:40:49.129
그 방법을 사용할 것 같아,
라고 아마 생각하실 것 같아요.

00:40:49.174 --> 00:40:52.272
이 원과 직선이 서로 다른 두 점,

00:40:52.372 --> 00:40:53.917
한 점에서 만나도록 하는 것

00:40:54.017 --> 00:40:55.860
만나지 않도록 하는 k의 범위.

00:40:55.960 --> 00:40:58.772
언제 만나고 만나지
않고 그런 것들을

00:40:58.872 --> 00:41:00.946
한번 판단해보도록 하겠습니다.

00:41:01.046 --> 00:41:04.288
그러려면 먼저 첫 번째 방법.

00:41:04.388 --> 00:41:09.658
두 방법 다 가능한데 둘 다
해보고 여러분이 선택하실 텐데.

00:41:09.758 --> 00:41:14.463
첫 번째 방법으로서
원과 직선 사이의 거리

00:41:14.563 --> 00:41:20.824
이것과 반지름을
비교해보자는 거예요.

00:41:20.924 --> 00:41:24.378
그러면 원과 직선 사이의
거리를 구한다는 것은

00:41:24.478 --> 00:41:28.352
그 원의 중심과 직선
사이의 거리고요.

00:41:28.452 --> 00:41:31.974
중심과 반지름을 알아야지만

00:41:32.074 --> 00:41:36.679
원의 중심과 직선 사이의 거리와
반지름을 비교해줄 수가 있겠죠.

00:41:36.779 --> 00:41:41.867
지금 원의 모양이 일반적인
형태로 주어져 있기 때문에

00:41:41.967 --> 00:41:47.193
중심과 반지름을 구하도록 하기
위해서 표준형으로 바꿔볼까요?

00:41:47.293 --> 00:41:55.426
그러면 $(x+1)^2-1+(y-2)^2-4=0$
이렇게 되면서,

00:41:55.526 --> 00:42:00.754
$(x+1)^2+(y-2)^2=5$가
된다고

00:42:00.854 --> 00:42:03.641

이렇게 표준형으로
바꿔줄 수가 있죠.

00:42:03.741 --> 00:42:08.008
그러면 원의 중심은 -1, 2고요.

00:42:08.108 --> 00:42:11.366
반지름의 길이는
√5가 나오게 되네요.

00:42:11.466 --> 00:42:16.253
그러면 원의 중심과
직선 사이의 거리,

00:42:16.353 --> 00:42:20.733
우리가 d라고 썼던 이 d를
구해보도록 하겠습니다.

00:42:20.833 --> 00:42:23.672
중심이 -1, 2이고

00:42:23.772 --> 00:42:30.542
직선이 x-2y+k=0이에요.

00:42:30.642 --> 00:42:36.202
그러면 $\sqrt{1^2+(-2)^2}$
해서 4 나오는 것.

00:42:36.202 --> 00:42:40.051
여기에 절댓값, 중심이
-1, 2니까

00:42:40.151 --> 00:42:45.163
-1, 2를 여기에 대입한
모양으로 식 써주면 되죠.

00:42:45.263 --> 00:42:49.266
|-1-2*2+k|

00:42:49.366 --> 00:42:51.915
이거를 해주게 되는 것이
바로 d가 되는데.

00:42:52.015 --> 00:42:58.147
정리해보면 √5에 |k-5|가
된다고 이렇게 써줄 수가 있죠.

00:42:58.247 --> 00:43:03.612
그러면 첫 번째, 서로 다른
두 점에서 만나도록 해줄 때.

00:43:03.712 --> 00:43:05.842
중심에서부터 직선까지의 거리,

00:43:05.942 --> 00:43:08.747
외우지 말고 그때그때
그려보면 돼요.

00:43:08.847 --> 00:43:10.926
여기가 r이잖아요?

00:43:11.026 --> 00:43:15.799
그런데 중심과 직선 사이의 거리는
그거보다 더 크게 나오게 되겠죠?

00:43:15.899 --> 00:43:17.800
두 점에서 만날 때는.

00:43:17.900 --> 00:43:20.712
그래서 d에 해당하는
것이 r보다 더 큽니다.

00:43:20.812 --> 00:43:26.571
√5 분의 |k-5|가
반지름인 √5보다 큰 거예요.

00:43:26.671 --> 00:43:31.872
양변에 √5를 곱해보면
|k-5|가 5보다 크게 되고.

00:43:31.972 --> 00:43:35.807
k-5에 절댓값 해준 게
5보다 크다는 것은

00:43:35.907 --> 00:43:40.896
이 값이 5보다 크거나 아니면
-5보다 작다는 거를 뜻하게 되겠죠.

00:43:40.996 --> 00:43:44.631
그래서 k가 10보다 크거나
또는 0보다 작거나

00:43:44.731 --> 00:43:49.084
이렇게 나왔을 때
만나지 않는 거죠.

00:43:49.184 --> 00:43:50.585
제가 지금 뭐를 그린 거죠?

00:43:50.685 --> 00:43:53.525
죄송합니다, 만나지 않는다.

00:43:53.625 --> 00:43:57.593
그림을 그려보면 만나지 않는
그런 상황이 되는 거죠.

00:43:57.693 --> 00:44:00.405
이거 제가 3번 구한 거예요.

00:44:00.505 --> 00:44:02.807
3번 구한 거는 이렇게
나오게 되고요.

00:44:02.907 --> 00:44:07.071
죄송해요, 제가 그림을 그릴 때
다른 거를 그려버렸네요.

00:44:07.171 --> 00:44:11.279
두 번째 거, 접한다,
한 점에서 만난다.

00:44:11.379 --> 00:44:17.058

이런 상황에서는 이렇게 원과
직선이 한 점에서 만나면

00:44:17.158 --> 00:44:20.824
중심에서부터 여기 점까지의
거리가 수식으로 만나게 되면서

00:44:20.924 --> 00:44:25.107
d하고 r하고 서로 같은
상황이 되는 것이죠.

00:44:25.207 --> 00:44:29.080
그러면 d가
√5 분의 |k-5|가 되고

00:44:29.180 --> 00:44:32.832
반지름이 √5니까 2개가
같다는 거 써주게 되면,

00:44:32.932 --> 00:44:37.284
k-5가 5가 되거나
또는 -5가 되면서

00:44:37.384 --> 00:44:42.101
k가 10이거나 아니면 0이 되거나

00:44:42.201 --> 00:44:44.633
이렇게 2개의 값으로
나오게 되겠죠?

00:44:44.733 --> 00:44:47.971
그다음에 첫 번째 상황,
두 점에서 만난다.

00:44:48.071 --> 00:44:51.741
이럴 때는 그림을 이렇게
그렸어야 하는 거죠.

00:44:51.841 --> 00:44:54.068
반지름이 여기예요.

00:44:54.168 --> 00:44:56.571
이게 반지름이고 이게 d예요.

00:44:56.671 --> 00:44:59.342
여기 직각삼각형 만들어지게 되면서,

00:44:59.442 --> 00:45:02.227
반지름이 바로 빗변에
해당하는 거잖아요.

00:45:02.327 --> 00:45:04.355
그렇기 때문에 r이 d보다 크다.

00:45:04.455 --> 00:45:06.738
아니면 여기서 그림 그려보더라도

00:45:06.838 --> 00:45:09.979
당연히 r이 d보다
더 크게 나오게 되죠.

00:45:10.079 --> 00:45:15.150
그래서 d에 해당하는 것이 r과
비교했을 때 r이 더 크다.

00:45:15.250 --> 00:45:18.185
이런 상황이 되니까
얘가 5보다 작으면서

00:45:18.285 --> 00:45:22.207
|k-5|가 5보다 작다는 것은

00:45:22.307 --> 00:45:25.546
k-5가 -5부터 5사이가
된다는 거를 뜻하죠.

00:45:25.646 --> 00:45:28.742
그래서 k는 0보다 크고
10보다 작아지게 됩니다.

00:45:28.842 --> 00:45:33.301
그래서 이런 식으로 판단을
기하적으로 해줄 수가 있고요.

00:45:33.401 --> 00:45:34.938
이게 첫 번째 방법이고요.

00:45:35.038 --> 00:45:38.432
두 번째 방법은 판별식을
사용하자는 거예요.

00:45:38.532 --> 00:45:48.012
그러면 방정식의 실근의
개수의 입장에서 전급해서

00:45:48.112 --> 00:45:52.622
지금 원의 방정식이
이렇게 생겼었고요.

00:45:52.722 --> 00:45:58.216
$x^2+y^2+2x-4y=0$
이렇게 되어있었고.

00:45:58.316 --> 00:46:01.940
직선이 x-2y+k=0이었습니다.

00:46:02.040 --> 00:46:05.142
이번에는 누구를 소거하기가
쉽게 생겼나요?

00:46:05.242 --> 00:46:06.771
x를 소거해볼까요?

00:46:06.871 --> 00:46:09.034
x가 2y-k가 되죠?

00:46:09.134 --> 00:46:15.065
그래서 2y-k를 x자리에
대입해서 정리를 하는 거예요.

00:46:15.165 --> 00:46:20.001
그러면 $4y^2-4ky+k^2$

00:46:20.101 --> 00:46:22.264
이게 x^2으로 나오게 되고요.

00:46:22.364 --> 00:46:24.029
$+y^2$에

00:46:24.129 --> 00:46:27.967
2x에 해당하는 거,
4y-2k가 되겠죠.

00:46:28.067 --> 00:46:33.019
그리고 -4y=0 해주면
$5y^2$ 나오고요.

00:46:33.119 --> 00:46:35.529
그다음에 -4ky랑

00:46:35.629 --> 00:46:39.194
여기 +4y-4y는
서로 지워지게 되죠?

00:46:39.294 --> 00:46:44.170
그래서 $-4ky+k^2-2k=0$

00:46:44.270 --> 00:46:45.532
이렇게 나오네요.

00:46:45.632 --> 00:46:50.327
그러면 여기에서 y에 대한
2차방정식이 나왔는데,

00:46:50.427 --> 00:46:53.107
서로 다른 두 점에서
만나도록 하려면

00:46:53.207 --> 00:46:56.202
이거의 판별식이 0보다
크면 된다는 것입니다.

00:46:56.302 --> 00:46:58.658
그래서 판별식을 구해보게 되면

00:46:58.758 --> 00:47:02.587
우리 여기 앞의 계수가 짝수니까
D/4로 해줄 수가 있겠죠?

00:47:02.687 --> 00:47:05.458
$(2k)^2$ 나오게 되고요.

00:47:05.558 --> 00:47:10.409
-ac해준 거는 이렇게
값이 나오죠?

00:47:10.509 --> 00:47:15.629
그래서 $4k^2-5k^2+10k$

00:47:15.729 --> 00:47:19.634
이거의 값이 0보다
크면 되는 것이니까

00:47:19.734 --> 00:47:24.257
$-k^2+10k$가 0보다
크게 나오죠?

00:47:24.357 --> 00:47:28.135
그래서 k^2-10k가 0보다 작고

00:47:28.235 --> 00:47:31.467
이거를 풀어주면
k가 0부터 10 사이다.

00:47:31.567 --> 00:47:34.291
이렇게 나와서 아까랑
똑같이 나오게 되겠죠.

00:47:34.391 --> 00:47:36.659
두 번째 한 점에서 만나는 것은

00:47:36.759 --> 00:47:40.104
이 판별식에 해당하는
것이 0인 거예요.

00:47:40.204 --> 00:47:43.232
그래서 k가 0이거나 10이거나.

00:47:43.332 --> 00:47:48.252
이번에 만나지 않는 것은 이 판별식이
0보다 작아지게 되기 때문에

00:47:48.352 --> 00:47:52.880
이게 0보다 작으려면 k^2-10k가
0보다 크면 되겠죠.

00:47:52.980 --> 00:47:55.788
그러면 k가 10보다
크거나 0보다 작거나.

00:47:55.888 --> 00:47:58.251
우리 2차부등식 풀어서
이렇게 나오게 됩니다.

00:47:58.351 --> 00:48:03.260
두 번째 방법 같은 경우에는 절댓값,
루트 이런 거는 안 써도 되지만.

00:48:03.360 --> 00:48:07.936
문자를 소거하면서 2차식
계산을 많이 해주어야 돼요.

00:48:08.036 --> 00:48:11.107
그래서 제가 봤을 때 계산이
좀 더 간단해지는 것이

00:48:11.207 --> 00:48:13.535
이 기하적 방법을
사용해주는 거고요.

00:48:13.635 --> 00:48:16.295
그냥 나는 방정식 풀듯이,

00:48:16.395 --> 00:48:19.832

이거 도형의 방정식이니까
나는 그냥 늘 방정식하듯이

00:48:19.932 --> 00:48:22.906
그냥 그렇게 풀래, 라고 한다면
판별식을 사용해주면 되고.

00:48:23.006 --> 00:48:26.901
여러분이 편한 방법으로 하면
되는데, 익숙해져야 돼요.

00:48:27.001 --> 00:48:29.726
그래야 다음 강에서
접선의 방정식할 때

00:48:29.826 --> 00:48:31.126
좀 쉽게 풀 수가 있고.

00:48:31.226 --> 00:48:35.233
지금 풀었던 이 과정 중에서
한 점에서 만나도록 하는 것이

00:48:35.333 --> 00:48:37.871
바로 접선의 방정식이라는
거를 구하는 과정인데

00:48:37.971 --> 00:48:40.622
다음 강에서 연습을 많이
해보게 될 거예요.

00:48:40.722 --> 00:48:42.940
그러면 개념 확인 문제 한번
풀어보겠습니다.

00:48:43.040 --> 00:48:45.220
이 좌표평면 위의
두 점에 대해서

00:48:45.320 --> 00:48:48.531
AB를 3:2로 외분하는
점을 C라고 했을 때,

00:48:48.631 --> 00:48:52.830
BC를 지름으로 하는 원의 중심의
좌표를 구하라고 했으니까

00:48:52.930 --> 00:48:56.989
이 BC를 지름으로 하는
원의 중심이라는 것은

00:48:57.089 --> 00:48:59.744
결국 누가 나오게 되죠?

00:48:59.844 --> 00:49:03.113
바로 BC의 중점으로
나오게 되겠네요.

00:49:03.213 --> 00:49:07.883
그러면 C의 좌표를 구해서
B하고 중점을 찾아보면 되겠죠?

00:49:07.983 --> 00:49:11.391
A는 1, 3이고 B는 2, 1

00:49:11.491 --> 00:49:15.538
여러분이 열심히
직선이랑 원 공부하다가

00:49:15.638 --> 00:49:19.301
외분점 공식 잊어버렸을까봐 제가
이 문제를 가지고 왔어요.

00:49:19.401 --> 00:49:22.953
3-2에 크로스로 곱하는 거였죠.

00:49:23.053 --> 00:49:25.535
6-2였고요.

00:49:25.635 --> 00:49:31.225
3-2의 외분점
3*1-2*3이었습니다.

00:49:31.325 --> 00:49:36.106
그래서 이렇게 되어서 C의
좌표 4, -3으로 나오죠?

00:49:36.206 --> 00:49:39.641
그리고 B의 좌표는 2, 1이니까

00:49:39.741 --> 00:49:44.457
이게 지름의 양 끝점이라면
지름의 중점에 해당하는 것이

00:49:44.557 --> 00:49:49.408
바로 중심이 되어서
이렇게 구해주면 되죠.

00:49:49.508 --> 00:49:52.554
3, -1로 나오게 되네요.

00:49:52.654 --> 00:49:54.835
둘을 더한 값은 2가 됩니다.

00:49:54.935 --> 00:49:56.719
그래서 답 2번이고요.

00:49:56.819 --> 00:50:01.027
17-2번에서는 이렇게 되는
것이 원이 되도록 하래요.

00:50:01.127 --> 00:50:02.918
원이 안 될 수도 있나요?

00:50:03.018 --> 00:50:07.838
아까 얘를 표준형으로 바꿨을 때
오른쪽에 위치하게 되는 상수부분.

00:50:07.938 --> 00:50:12.589
그 오른쪽에 위치하는 상수부분이라는
것이 반지름의 제곱이잖아요.

00:50:12.689 --> 00:50:14.380

그게 음수면 안 된다는 거죠.

00:50:14.480 --> 00:50:16.932
일단 어떤 원일까, 파악을 해보면

00:50:17.032 --> 00:50:19.745
문제 보고 괜히 위축되지 말고요.

00:50:19.845 --> 00:50:22.486
일단 이것을 표준형으로
바꿔보면 돼요.

00:50:22.586 --> 00:50:27.324
x^2-2x+y^2+4y가 있으니까

00:50:27.424 --> 00:50:30.405
그리고 -2k 아예 이쪽으로
넘겨놓고 생각해볼까요?

00:50:30.505 --> 00:50:34.972
얘는 $(x-1)^2-1$로
바꿔 쓸 수가 있죠.

00:50:35.072 --> 00:50:41.864
+4y는 4가 2*2가
되니까 $(y+2)^2-$

00:50:41.964 --> 00:50:44.958
2의 제곱인 4를 한 거로
바꿔 쓸 수가 있고요.

00:50:45.058 --> 00:50:51.583
그래서 $(x-1)^2+(y+2)^2=5-2k$가
되는데

00:50:51.683 --> 00:50:57.352
이게 원이 되려면 여기가 반지름의
제곱에 해당하는 부분이잖아요.

00:50:57.452 --> 00:51:01.756
반지름의 제곱이니까 0보다
커야 하는 거예요.

00:51:01.856 --> 00:51:05.433
반지름이 뭔가 값이
존재하게 나와야 되니까.

00:51:05.533 --> 00:51:08.328
k는 2분의 5보다
작으면 되는 거죠.

00:51:08.428 --> 00:51:12.232
그래서 이거를 만족하는 자연수가
몇 개가 있냐고 했어요.

00:51:12.332 --> 00:51:14.960
그러면 2분의 5보다 작은
자연수 몇 개 있죠?

00:51:15.060 --> 00:51:16.992
1하고 2하고 2개 있죠?

00:51:17.092 --> 00:51:19.998
그렇게 2개를 찾아주면
되는 문제입니다.

00:51:20.098 --> 00:51:22.399
표준형으로 잘 바꿔보면 돼요.

00:51:22.499 --> 00:51:25.073
그래서 의미 그대로 생각했을 때,

00:51:25.173 --> 00:51:29.091
반지름의 제곱이 0보다 크면 돼,
라고 해서 문제 구하면 되고요.

00:51:29.191 --> 00:51:33.139
이번에는 중심의 좌표가
-1, 2인데

00:51:33.239 --> 00:51:36.175
여기에 이렇게 중심이 있는데.

00:51:36.275 --> 00:51:38.142
x축에 접한대요.

00:51:38.242 --> 00:51:40.495
지금 정말 많이 나와요,
축에 접하는 원.

00:51:40.595 --> 00:51:44.556
접한다는 것이 워낙
중요하기 때문입니다.

00:51:44.656 --> 00:51:45.860
어떻게 된다고요?

00:51:45.960 --> 00:51:50.663
중심에서부터 이 접점까지 그은
것이 수직으로 만나게 되면서

00:51:50.763 --> 00:51:53.970
중심이 나와 있으니까 사실
반지름만 알면 됐었는데,

00:51:54.070 --> 00:51:59.530
여기 -1, 2에서
y좌표에 해당하는 2가

00:51:59.630 --> 00:52:01.732
바로 반지름이 될 수밖에 없겠죠.

00:52:01.832 --> 00:52:04.975
수직으로 쭉 그은 것이
반지름이 되는 것이니까.

00:52:05.075 --> 00:52:11.700
그러면 $(x+1)^2+(y-2)^2$은
4가 된다고 쓸 수 있겠네요.

00:52:11.800 --> 00:52:15.258
중심이 -1, 2고

반지름이 2였기 때문에.

00:52:15.358 --> 00:52:18.241
문제에서는 이거를
일반형으로 써줬네요.

00:52:18.341 --> 00:52:19.914
x^2, y^2 나오죠?

00:52:20.014 --> 00:52:21.693
그리고 여기에서 2x 나오고

00:52:21.793 --> 00:52:23.525
여기서 -4y 나오고요.

00:52:23.625 --> 00:52:26.907
상수 부분이 1+4에서
4 가지고 와서 빼주면

00:52:27.007 --> 00:52:32.070
+1=0, 이렇게 되니까 답은
1번으로 찾을 수가 있습니다.

00:52:32.170 --> 00:52:38.735
17-4번에서는 중심이
y=x-1에 있어요.

00:52:38.835 --> 00:52:41.274
y=x-1이라는 직선을 그어서

00:52:41.374 --> 00:52:46.456
여기에 중심이 있는 원이 y축에
또 접한다는 게 나왔네요.

00:52:46.556 --> 00:52:53.983
y축에 접하면서 3, -1이라는
점을 지나는 거예요.

00:52:54.083 --> 00:52:58.727
제가 그린 그림에서는 도저히
3, -1을 안 지날 것처럼 생겼는데.

00:52:58.827 --> 00:53:01.780
뭔가 이렇게 되면서 3, -1

00:53:01.880 --> 00:53:04.359
예를 들어 여기였다고
생각을 해볼까요?

00:53:04.459 --> 00:53:06.921
이런 점을 지나도록 하자는 거죠.

00:53:07.021 --> 00:53:10.513
그러면 여기서 우리가 얻을 수
있는 단서, 뭐가 있을까요?

00:53:10.613 --> 00:53:12.937
약간 복잡한 형태의 문제예요.

00:53:13.037 --> 00:53:17.203
하나씩 하나씩 과학수사하는

것처럼 찾아봅시다.

00:53:17.303 --> 00:53:20.638
한 단어 단어를 신중하게 봐야돼요.

00:53:20.738 --> 00:53:27.378
중심이 직선 y=x-1
위에 있다고 했어요.

00:53:27.478 --> 00:53:33.975
중심이 y=x-1 위에 있다.

00:53:34.075 --> 00:53:38.361
그러면 중심의 좌표를
a, b라고 했을 때

00:53:38.461 --> 00:53:44.036
이 a, b라는 것이
얘를 지난다는 거잖아요.

00:53:44.136 --> 00:53:47.071
이 직선이 a, b라는
거를 지난다는 거잖아요.

00:53:47.171 --> 00:53:49.305
a, b가 여기 위에 있다.

00:53:49.405 --> 00:53:51.800
이런 표현 우리가 굉장히
많이 보고 있는데,

00:53:51.900 --> 00:53:54.744
이렇게 위에 있다고 하면 뭐라고요?

00:53:54.844 --> 00:53:56.353
대입해서 성립한다.

00:53:56.453 --> 00:54:00.983
b=a-1이랑 같다고
할 수 있다는 것입니다.

00:54:01.083 --> 00:54:06.571
그러면 중심에서 우리가
원을 찾아가야 되는데,

00:54:06.671 --> 00:54:12.762
원을 찾아내가려면 이렇게
미지수를 줄이는 게 좋잖아요?

00:54:12.862 --> 00:54:17.274
중심을 a,
b 대신에 a-1을 쓴 것으로

00:54:17.374 --> 00:54:19.916
a만을 이용해서 써줄
수가 있는 거죠.

00:54:20.016 --> 00:54:24.829
그래서 중심이 이런 식으로 표현이
된다는 것을 알 수가 있고.

00:54:24.929 --> 00:54:26.964
그다음 문제에서 나왔던 것이

00:54:27.064 --> 00:54:30.871
y축에 접하고, 라는
것이 있었어요.

00:54:30.971 --> 00:54:35.613
y축에 접하는 거는 어떤 상황이죠?

00:54:35.713 --> 00:54:38.670
y축에 접하는 원 생각해봤을 때,

00:54:38.770 --> 00:54:43.880
그리고 3, -1를
지난다고 했으니까

00:54:43.980 --> 00:54:48.872
3, -1 이쪽에
있는 점을 지나면서

00:54:48.972 --> 00:54:51.498
그러니까 4사분면에
있는 점을 지나면서

00:54:51.598 --> 00:54:56.813
y축에 접한다고 한다면,
이런 식으로 그림이 그려지게 되면서

00:54:56.913 --> 00:55:01.507
중심이 이쯤에 있다고 했을 때,

00:55:01.607 --> 00:55:05.793
y축에 접한다고 하면
여기서부터 여기까지 그은,

00:55:05.893 --> 00:55:09.908
또 역시 접점까지 그은 것이
수직으로 만나게 되면서

00:55:10.008 --> 00:55:13.496
중심의 x좌표와 반지름
사이의 관계가 있죠?

00:55:13.596 --> 00:55:18.258
그런데 중심의 x좌표가 반드시
양수일 수밖에 없어요.

00:55:18.358 --> 00:55:20.601
원이 오른쪽에 있잖아요,

00:55:20.701 --> 00:55:23.179
이 3, -1을 지나려면.

00:55:23.279 --> 00:55:25.280
여기를 지나면서 y축에 접하는데

00:55:25.380 --> 00:55:26.935
중심이 여기에 와있을 수는 없죠.

00:55:27.035 --> 00:55:28.425

그러면 이거를 지날 수가 없죠.

00:55:28.525 --> 00:55:31.360
y축에 접하는데 여기 있는
점을 지날 수는 없으니까.

00:55:31.460 --> 00:55:35.411
그래서 이 a가 0보다
큰 양수이면서

00:55:35.511 --> 00:55:39.264
이거 길이 자체가 바로
반지름으로 나오게 됩니다.

00:55:39.364 --> 00:55:44.508
그래서 원의 방정식을 문자 a 하나만
이용해서 쓸 수가 있는 거예요.

00:55:44.608 --> 00:55:51.552
$(x-a)^2+(y-a+1)^2=a^2$이
된다.

00:55:51.652 --> 00:55:54.084
이렇게 하나의 문자로.

00:55:54.184 --> 00:55:57.846
중심의 x좌표에 절댓값
씌워준 값이 반지름.

00:55:57.946 --> 00:56:02.559
그런데 지금은 절댓값 쓸 필요없이
0보다 크다는 것을 알 수가 있었고.

00:56:02.659 --> 00:56:04.877
이런 방정식으로 나타내지는데,

00:56:04.977 --> 00:56:07.362
그러면 a만 구하면 되잖아요?

00:56:07.462 --> 00:56:09.057
얘가 누구를 지난다?

00:56:09.157 --> 00:56:12.405
3, -1을 지난다고 했으니까

00:56:12.505 --> 00:56:16.804
그 3, -1을
또 대입해보는 거죠.

00:56:16.904 --> 00:56:18.751
$(3-a)^2+$

00:56:18.851 --> 00:56:22.012
그리고 -1을 넣으면

00:56:22.112 --> 00:56:26.269
(-1-a+1)이니까 그냥
a의 제곱으로 나오게 되죠?

00:56:26.369 --> 00:56:29.251
이것이 a^2이 된다고 해서

00:56:29.351 --> 00:56:33.177
이거랑 이거랑 없어지고 나면
a의 값이 3이 나옵니다.

00:56:33.277 --> 00:56:35.647
이 a 자체가 바로 반지름이었어요.

00:56:35.747 --> 00:56:39.737
그렇기 때문에 이 원의 반지름의 길이는
3이라는 거를 구할 수 있어요.

00:56:39.837 --> 00:56:42.921
정말 축에 접하는 원,
많이 나오게 되니까

00:56:43.021 --> 00:56:46.769
성질이 중심의 x좌표,
y좌표와 그리고 반지름.

00:56:46.869 --> 00:56:49.936
어떤 축에 접하는지에
따라서 반지름과 관계가,

00:56:50.036 --> 00:56:52.954
뭐 x좌표가 지금처럼
반지름과 같을 수도 있고

00:56:53.054 --> 00:56:55.490
y좌표의 절댓값이 반지름과
같을 수도 있고.

00:56:55.590 --> 00:56:59.038
축 모두 접한다고 한다면,

00:56:59.138 --> 00:57:03.027
그 x좌표, y좌표의 절댓값과
반지름이 모두 다 같아지는

00:57:03.127 --> 00:57:04.511
그런 일이 생길 수 있는 거죠.

00:57:04.611 --> 00:57:07.935
이번에는 좌표평면에서
이런 직선과 수직이에요.

00:57:08.035 --> 00:57:11.926
그러면 이 수직인 직선 나오자마자
무엇을 생각할 수가 있죠?

00:57:12.026 --> 00:57:15.001
바로 기울기 관계를
생각할 수가 있습니다.

00:57:15.101 --> 00:57:17.283
이 직선은 기울기가 2죠.

00:57:17.383 --> 00:57:22.649
그러면 수직인 직선의 기울기는
-1/2라고 할 수가 있겠죠.

00:57:22.749 --> 00:57:25.023
그래서 내가 구해야 되는 직선,

00:57:25.123 --> 00:57:30.895
뒤에 거 아직 안 읽었지만
y=-1/2x+n의 형태가 되겠다.

00:57:30.995 --> 00:57:32.378
이거를 알 수가 있어요.

00:57:32.478 --> 00:57:35.318
두 직선의 기울기의 곱이
-1이 되어야 하니까.

00:57:35.418 --> 00:57:39.965
그런데 이번에는 저 원의 넓이를
이등분한다고 나왔네요.

00:57:40.065 --> 00:57:43.531
어떤 직선이 원의
넓이를 이등분해요.

00:57:43.631 --> 00:57:45.805
이렇게 지나면
이등분할 수 있나요?

00:57:45.905 --> 00:57:47.034
불가능하죠?

00:57:47.134 --> 00:57:49.328
정확하게 반으로 잘라주려면,

00:57:49.428 --> 00:57:51.251
여러분 케이크 자를
때 생각해보세요.

00:57:51.351 --> 00:57:54.678
케이크 반으로 자르려고
할 때 무엇을 찾죠?

00:57:54.778 --> 00:57:57.021
바로 중심을 찾지 않나요?

00:57:57.121 --> 00:58:00.335
케이크의 중심이 어디에
있을까, 라는 거를 찾습니다.

00:58:00.435 --> 00:58:02.986
그 중심을 찾는 방법은 머릿속에서
생각을 해보는 거죠.

00:58:03.086 --> 00:58:06.213
이 케이크를 반으로 접고
또 반으로 접었을 때

00:58:06.313 --> 00:58:09.703
어디를 지날까를
생각해보는 그 중심.

00:58:09.803 --> 00:58:15.193
중심을 지나가게 된다면 반드시 여기

각각 180도, 180도가 되면서

00:58:15.293 --> 00:58:17.434
원의 넓이가 이등분이 될 거예요.

00:58:17.534 --> 00:58:23.240
그렇기 때문에 얘가
지나는 점이 무엇이냐?

00:58:23.340 --> 00:58:29.088
바로 $x^2+y^2-2x=0$의
중심을 지나는 거죠.

00:58:29.188 --> 00:58:31.908
그러면 이거의 중심 어떻게 나오죠?

00:58:32.008 --> 00:58:35.525
표준형으로 바꿔보면
바로 이렇게 되니까

00:58:35.625 --> 00:58:38.383
1, 0이 바로 중심이죠.

00:58:38.483 --> 00:58:40.656
그거를 지난다는 것을
알 수가 있습니다.

00:58:40.756 --> 00:58:43.855
지난다는 거는 또 뭐라고요?
대입해서 성립한다.

00:58:43.955 --> 00:58:48.409
1, 0을 대입했을 때
성립하게 되는 것이니까

00:58:48.509 --> 00:58:50.834
n의 값이 1/2로 나오죠?

00:58:50.934 --> 00:58:55.152
내가 찾아야 되는 직선은
$y=-1/2x+1/2$이에요.

00:58:55.252 --> 00:58:58.700
문제에서는 다 일반형의
형태로 주어져있네요.

00:58:58.800 --> 00:59:02.483
양변에 -2를 곱했을 때
식이 이렇게 나오게 되니까

00:59:02.583 --> 00:59:04.869
$x+2y-1=0$

00:59:04.969 --> 00:59:09.606
$x+2y=1$로 직선을
정리해줄 수가 있습니다.

00:59:09.706 --> 00:59:11.898
그래서 답은 1번으로
나오게 되고요.

00:59:11.998 --> 00:59:16.472
이번에는 이 직선이 여기에
접한다고 했어요.

00:59:16.572 --> 00:59:19.136
대입해서 판별식이 0이라는
것을 써도 되고요.

00:59:19.236 --> 00:59:22.533
원이 있고 직선이 있을
때 접한다는 것은

00:59:22.633 --> 00:59:27.102
중심에서부터 직선까지의 거리가
바로 반지름과 같다.

00:59:27.202 --> 00:59:31.004
그러면 이 원의 중심과
반지름을 찾아야겠죠?

00:59:31.104 --> 00:59:35.549
그러려면 표준형으로
바꿔보자는 거예요.

00:59:35.649 --> 00:59:42.386
그러니까 바로 중심이랑
반지름을 알 수가 있죠.

00:59:42.486 --> 00:59:47.082
중심이 0, 3이고 반지름
길이가 4가 되었습니다.

00:59:47.182 --> 00:59:52.613
그러면 이 중심으로부터 직선의
방정식이 이렇게 나오게 되는데,

00:59:52.713 --> 00:59:59.235
여기까지의 거리는
$\sqrt{3^2}$, -1^2

00:59:59.335 --> 01:00:05.921
그다음에 $\sqrt{3}*0$,
-y 자리에 3 넣고

01:00:06.021 --> 01:00:09.723
+k를 해준 것이 반지름인
4와 같도록 하는

01:00:09.823 --> 01:00:12.181
그런 k의 값을 찾으면 되는 거죠.

01:00:12.281 --> 01:00:16.564
정리해보면 분자는
$|k-3|$이라고 할 수가 있죠.

01:00:16.664 --> 01:00:21.323
그다음에 $\sqrt{4}$는 2가 되니까 양쪽에
곱해주면 8이 나오게 되네요.

01:00:21.423 --> 01:00:27.471
k-3이 8 또는 -8로

나오게 됩니다.

01:00:27.571 --> 01:00:31.892
그러면 k는 11이거나
또는 -5가 되거나

01:00:31.992 --> 01:00:33.671
2개의 값이 나오게 되죠.

01:00:33.771 --> 01:00:39.442
지금 저 직선을 가만히 보면,
기울기가 √3인 직선이에요.

01:00:39.542 --> 01:00:46.630
그리고 이 원은 0, 3이 중심이고
반지름이 4가 되는 이런 원이었거든요.

01:00:46.730 --> 01:00:51.681
기울기가 √3 정도 되면서 여기에
접하는 직선은 2개가 나올 수 있어요.

01:00:51.781 --> 01:00:56.105
이때 k의 값이 11이고
이때 -5였던 거죠.

01:00:56.205 --> 01:00:59.253
그래서 둘을 더해보면
6이 나오게 되고요.

01:00:59.353 --> 01:01:02.159
이 방법, 이렇게 해서
k를 찾은 방법이

01:01:02.259 --> 01:01:06.725
뒤의 18강에서 기울기가
주어져 있을 때

01:01:06.825 --> 01:01:10.487
원의 접선의 방정식을 구하는 방법과
정확하게 똑같아지게 돼요.

01:01:10.587 --> 01:01:13.309
그러니까 연습해보고
우리 다음 강에서

01:01:13.409 --> 01:01:16.690
원하고 직선을 가지고
응용할 수 있는 다양한 문제들을

01:01:16.790 --> 01:01:19.109
같이 풀어보도록 하겠습니다.