

WEBVTT

00:00:11.348 --> 00:00:11.982

안녕하세요?

00:00:12.112 --> 00:00:15.390

수포자를 위한 수학 기초특강
저는 김미주입니다.

00:00:15.490 --> 00:00:16.916

이제 15강인데요.

00:00:17.016 --> 00:00:20.881

15강부터는 우리 새로운
대단원의 막을 열게 됩니다.

00:00:20.981 --> 00:00:25.298

이 새로운 대단원의 막을 열기
위해서 지난 강에서 중학교 도형을

00:00:25.398 --> 00:00:27.714

굉장히 열심히 우리가 복습했어요.

00:00:27.814 --> 00:00:32.069

그 중학교 도형은 아무리 아무리
강조해도 지나치지 않다고 했습니다.

00:00:32.169 --> 00:00:36.357

여러분이 뭔가 수학적 사고력을
늘리고 싶다고 한다면

00:00:36.457 --> 00:00:39.940

너무 고등학교 선행학습
물론 하는 것도 좋습니다.

00:00:40.040 --> 00:00:44.073

이렇게 막 하는 것보다도 중학교
도형을 다시 한번 풀어본다면

00:00:44.173 --> 00:00:48.132

좀 수학에 대한 즐거움도 느낄 수
있고 자신감도 얻을 수 있고

00:00:48.232 --> 00:00:51.920

그리고 무엇보다도 어느 정도
두뇌 훈련이 된다는 것을

00:00:52.020 --> 00:00:54.062

제가 계속 반복해서 이야기했어요.

00:00:54.162 --> 00:00:56.798

그래서 지난 강에서 같이
살펴봤던 것 중에서

00:00:56.898 --> 00:01:00.823

잘 모르는 부분이 있었다면 반드시
중학교 교과서 다시 찾아보시고요.

00:01:00.923 --> 00:01:04.231

관련된 문제도 풀어보시고 처음에는

쉬운 문제로 시작하지만

00:01:04.331 --> 00:01:07.508

점점 어려운 문제들도
풀어보시면 좋겠습니다.

00:01:07.608 --> 00:01:11.703

그 중학교 도형에 아무 어려운 내용까지를
알아야 되는 거는 아닙니다,

00:01:11.803 --> 00:01:13.175

이 단원을 하기 위해서.

00:01:13.275 --> 00:01:16.660

그래도 기본적인 성질을 알고
있으면 도움이 될 수가 있고요.

00:01:16.760 --> 00:01:19.758

제가 14강에서 정리를
해드리기는 했지만

00:01:19.858 --> 00:01:22.242

중간중간에 또 말씀을
드리기도 할 거예요.

00:01:22.342 --> 00:01:26.698

그러면 이제 이번 단원부터는
도형의 방정식이예요.

00:01:26.798 --> 00:01:30.437

도형. 중학교 때 그렇게 열심히
성질 배우고 했었던 것을

00:01:30.537 --> 00:01:34.133

방정식의 눈으로 다시 한번
해석을 해보자는 거예요.

00:01:34.233 --> 00:01:37.459

유명한 수학자인 데카르트가
이런 이야기를 했습니다.

00:01:37.559 --> 00:01:39.944

세상에 모든 문제는 수학
문제로 바꿀 수 있고

00:01:40.044 --> 00:01:42.374

모든 수학 문제는
방정식으로 바꿀 수 있고

00:01:42.474 --> 00:01:44.484

방정식의 해를 구할 수 있으니까

00:01:44.584 --> 00:01:48.676

우리는 결국 모든 세상의 문제를
수학 문제로 다 풀어낼 수가 있다.

00:01:48.776 --> 00:01:52.008

이렇게 도형까지도 방정식으로
해석을 해보자는 거죠.

00:01:52.108 --> 00:01:55.067

방정식으로 해석을 한다는
것이 무엇인가요?

00:01:55.167 --> 00:01:57.603

바로 뭔가 어떤 문자를
이용해서 표현하고

00:01:57.703 --> 00:02:00.659

그 문자들 사이에
관계가 어떻게 되는지

00:02:00.759 --> 00:02:02.992
관계식을 나타내보겠다는 거예요.

00:02:03.092 --> 00:02:07.154

그러면 우리 다항식이라는
것을 정의했었고

00:02:07.254 --> 00:02:09.757
그거 가지고 연산을 했었던 것처럼

00:02:09.857 --> 00:02:14.802
그렇다면 이 도형도 도형을 이루는
기본 구성 요소부터 시작해서

00:02:14.902 --> 00:02:16.767
그것을 문자로 잘 표현을 해주고

00:02:16.867 --> 00:02:19.808
그 문자들 사이의 관계식을
찾아가기 시작합니다.

00:02:19.908 --> 00:02:23.727
그 처음 시작으로써 이번
강에서 평면 좌표.

00:02:23.827 --> 00:02:26.789
좌표 평면이라고 부르기도 하고
평면 좌표라고 부르기도 하고

00:02:26.889 --> 00:02:32.657
이렇게 어떤 점의 위치를 나타낼 수
있는 평면 좌표를 설정하는 거죠.

00:02:32.757 --> 00:02:35.220
거기에 점을 찍기 시작합니다.

00:02:35.320 --> 00:02:40.614
점을 찍고 점을 찍어서 점과
점을 연결하면 뭐가 되죠?

00:02:40.714 --> 00:02:44.325
그냥 점과 점을 쭉
연결하면 선분이 되고

00:02:44.425 --> 00:02:46.734
계속해서 연결하면 직선이 되죠?

00:02:46.834 --> 00:02:49.429
그래서 이번 강에서는 점을 찍고요.

00:02:49.529 --> 00:02:53.053

점과 점을 연결했을 때
선분이 어떻게 되는지

00:02:53.153 --> 00:02:55.741

그리고 선분을 몇 대
몇으로 나누었을 때

00:02:55.841 --> 00:02:58.130

그 점의 좌표는 어떻게
찾을 수 있는지

00:02:58.230 --> 00:02:59.875

그런 거를 살펴보게 될 거고

00:02:59.975 --> 00:03:03.848

선분을 쪽 연장시켰을 때
직선이 나오게 돼요.

00:03:03.948 --> 00:03:06.969

그래서 그것을 다음
16강에서 다루게 되고요.

00:03:07.069 --> 00:03:09.819

17강부터는 원을 다루게 됩니다.

00:03:09.919 --> 00:03:12.781

그래서 이렇게 점,
선, 직선, 원.

00:03:12.881 --> 00:03:14.867

확장해가면서 다양한 도형을

00:03:14.967 --> 00:03:18.202

방정식으로 나타내보는 연습을
해보도록 하겠습니다.

00:03:18.302 --> 00:03:23.482

그러면 먼저 제가 좌표 평면에
점을 찍는다고 했어요.

00:03:23.582 --> 00:03:28.471

그리고 점과 점 사이의 거리를
통해서 선분의 길이를 구합니다.

00:03:28.571 --> 00:03:32.031

그런데 일상적으로
쓰이는 거리의 의미와

00:03:32.131 --> 00:03:35.252

수학적으로 쓰이는 거리의 의미가
좀 차이가 있을 것 같아요.

00:03:35.352 --> 00:03:38.494

일상적으로 우리가 집에서
학교까지 거리가 얼마나 되니?

00:03:38.594 --> 00:03:41.908

그러면 여러분 혹시 직선거리로
대답하는 사람 있나요?

00:03:42.008 --> 00:03:44.128

그렇기보다는 실제로
내가 걸어가는 거리

00:03:44.228 --> 00:03:47.714

또는 거리를 물어봤는데
시간으로 답하기도 하죠?

00:03:47.814 --> 00:03:49.119

걸어서 한 15분 걸려요.

00:03:49.219 --> 00:03:50.472

이런 식으로요.

00:03:50.572 --> 00:03:54.230

이렇게 일상적으로는 실제로
거기에 도달하는 시간이나

00:03:54.330 --> 00:03:58.127

아니면 실제 어떤 길이를 의미한다면

00:03:58.227 --> 00:04:02.619

수학에서의 거리라고 하면 가장
최단으로 가는 거리를 나타내게 돼요.

00:04:02.719 --> 00:04:04.853

그래서 그 좌표 평면을
도입하기 전에

00:04:04.953 --> 00:04:07.356

좌표 평면을 이루는
한 구성 요소로서

00:04:07.456 --> 00:04:08.880

우리 수직선이 있죠?

00:04:08.980 --> 00:04:11.697

그래서 x 라는 값을
나타내는 수직선과

00:04:11.797 --> 00:04:14.119

y 라는 값을 나타내는
수직선이 만나서

00:04:14.219 --> 00:04:15.994

평면을 만들어주는 것이기 때문에

00:04:16.094 --> 00:04:19.122

일단은 수직선상에서의
거리가 어떻게 되는지

00:04:19.222 --> 00:04:20.908

그거부터 따져주게 됩니다.

00:04:21.008 --> 00:04:23.072

그래서 이런 좌표
평면을 만들기 전에

00:04:23.172 --> 00:04:27.895

어떤 수직선이 있다고 할 때 수직선
위에 두 점 A 가 있고요.

00:04:27.995 --> 00:04:29.051
그리고 B가 있고요.

00:04:29.151 --> 00:04:32.549
A라는 점의 좌표가 x_1 ,
B라는 점의 좌표가 x_2 .

00:04:32.649 --> 00:04:35.554
이렇게 되어있을 때
두 점 사이의 거리는

00:04:35.654 --> 00:04:37.683
일반적으로 어떻게 쓸 수가 있나요?

00:04:37.783 --> 00:04:39.723
 x_2 가 x_1 보다 더 크다면

00:04:39.823 --> 00:04:43.615
여기의 길이가 x_2 에서 x_1 을 뺀
거다, 라고 나타내지게 되죠.

00:04:43.715 --> 00:04:45.428
그런데 그냥 막 쓰고 싶어요.

00:04:45.528 --> 00:04:48.179
 x_2 가 x_1 보다 큰지
작은지 몰라요.

00:04:48.279 --> 00:04:51.615
그런데 거리라는 것은 양수의
값으로 나타내주게 되죠?

00:04:51.715 --> 00:04:53.886
그렇기 때문에 이거를 양수 값으로

00:04:53.986 --> 00:04:58.255
안전하게 표현해주기 위해서 쓸 수
있는 것이 바로 절댓값이었습니다.

00:04:58.355 --> 00:05:02.560
절댓값 자체가 거리로
정의가 되어있어요.

00:05:02.660 --> 00:05:07.912
수직선에서 원점과 어떤 점
사이의 거리가 절댓값 x 였죠?

00:05:08.012 --> 00:05:12.649
그리고 두 점 사이의 거리가 된다면
이렇게 x_2 와 x_1 을 뺀 다음에

00:05:12.749 --> 00:05:14.522
절댓값을 씌워주게 돼요.

00:05:14.622 --> 00:05:17.721
그러면 이렇게 쓰나
아니면 이렇게 쓰나

00:05:17.821 --> 00:05:21.116
두 개는 같은 값을 나타내줄

수 있는 거였어요.

00:05:21.216 --> 00:05:24.461

그렇기 때문에 이렇게
절댓값을 이용해서 썼을 때

00:05:24.561 --> 00:05:27.237

두 점의 좌표를 순서
관계없이 빼요.

00:05:27.337 --> 00:05:29.516

그리고 그냥 절댓값 씌워주면 되니까

00:05:29.616 --> 00:05:31.964

거리로 나타내기에
아주 편해지는 거죠.

00:05:32.064 --> 00:05:34.488

그래서 AB 사이의 거리를 구한다면

00:05:34.588 --> 00:05:39.450

x_1 과 x_2 를 뺀 것에서 이렇게
절댓값을 씌워주면 됩니다.

00:05:39.550 --> 00:05:44.455

수직선상에 그냥 쪽 나 있는
애네들의 어떤 선분으로 연결된

00:05:44.555 --> 00:05:46.244

그 거리를 의미하는 거예요.

00:05:46.344 --> 00:05:49.621

이게 수직선 위에 두 점
사이의 거리가 되고요.

00:05:49.721 --> 00:05:53.282

그러면 이거를 좌표 평면으로
확장을 시켜보겠습니다.

00:05:53.382 --> 00:05:56.401

좌표 평면 위에 두 점이 있어요.

00:05:56.501 --> 00:06:00.287

결론을 그려와 버렸는데 여러분,
이 결론을 보기 전에도

00:06:00.387 --> 00:06:02.420

충분히 상상하실 수 있었죠?

00:06:02.520 --> 00:06:04.716

A라는 점이 있고 B라는
점이 있습니다.

00:06:04.816 --> 00:06:10.063

그렇다면 A에서 B까지 가는 거리를
어떻게 정의하는 것이 좋을까요?

00:06:10.163 --> 00:06:14.551

이렇게 같까요, 이렇게 같까요,
아니면 이렇게 같까요?

00:06:14.651 --> 00:06:17.569

거리는 사실 정의하기
나름이긴 한데요.

00:06:17.669 --> 00:06:22.223

우리 교과서에서 정의하는 거
A, B 사이의 최단 거리.

00:06:22.323 --> 00:06:24.394

수학에서 이렇게 거리를 정의한다면

00:06:24.494 --> 00:06:31.766

보통 최단거리로 가기 때문에 A하고
B를 이 좌표상에서 연결한 거예요.

00:06:31.866 --> 00:06:37.790

그런데 우리 수직선과 다르게
좌표 평면에는 점을 나타낼 때

00:06:37.890 --> 00:06:42.689

이 A의 위치를 나타내주기 위해서
우리가 점 두 개를 사용했죠?

00:06:42.789 --> 00:06:45.579

x좌표가 있고 y좌표가 있습니다.

00:06:45.679 --> 00:06:50.275

그래서 그 x좌표가 x_1 ,
y좌표가 y_1 이라고 나타나 있고

00:06:50.375 --> 00:06:52.975

$B(x_2, y_2)$.

00:06:53.075 --> 00:06:57.847

이런 식으로 점의 좌표가 이제
두 점에 의해서 결정이 되죠.

00:06:57.947 --> 00:07:00.927

수직선이 두 개가 나와 있기 때문에

00:07:01.027 --> 00:07:06.615

이렇게 점의 좌표도 x쪽 좌표와
y쪽 좌표로 구성이 되게 돼요.

00:07:06.715 --> 00:07:09.299

그래서 여기의 길이를
구하고 싶어요.

00:07:09.399 --> 00:07:11.469

그렇다면 이 A, B에

00:07:11.569 --> 00:07:15.283

이런 식으로 연결된 거리는 어떻게
구할 수가 있을 것인가.

00:07:15.383 --> 00:07:22.553

여기 그림을 그려온 것처럼 A에서
y축에 수직으로 선분을 그어보고

00:07:22.653 --> 00:07:27.461

또 A에서 x축에다 수직으로 수선의

발을 이렇게 그어서 생각했을 때

00:07:27.561 --> 00:07:32.147
애네를 연결해주게 되면 직각삼각형을
만들어줄 수가 있습니다.

00:07:32.247 --> 00:07:36.399
여기 삼각형 ABC를
직각삼각형으로 볼 수가 있는데

00:07:36.499 --> 00:07:40.440
이 삼각형 ABC는
직각삼각형이기 때문에

00:07:40.540 --> 00:07:46.409
우리 직각삼각형에서 성립하는 너무너무
유명한 피타고라스 정리가 있죠?

00:07:46.509 --> 00:07:52.852
그 피타고라스 정리를 이용해서 AB의
길이를 구할 수가 있을 거예요.

00:07:52.952 --> 00:07:55.316
AB의 제곱은 어떻게
나오게 되나요?

00:07:55.416 --> 00:08:01.278
바로 AC의 제곱과 BC의 제곱을
더한 것과 같아지게 되죠?

00:08:01.378 --> 00:08:08.976
그래서 AB의 길이를 구한다면
 $\sqrt{AC^2+BC^2}$ 이 됩니다.

00:08:09.076 --> 00:08:13.919
그런데 AC²이라고 하는 것은
수선의 발 쪽 그었을 때

00:08:14.019 --> 00:08:21.995
결국 이 수직선상에서 x1와
x2가 나타내는 점.

00:08:22.095 --> 00:08:24.687
두 점 사이의 거리와
똑같아지게 돼요.

00:08:24.787 --> 00:08:29.195
지금 애를 수선의 발 내렸기
때문에 이 AC라는 이 선분과

00:08:29.295 --> 00:08:35.569
그다음에 x1, x2를 연결한 선분은
서로 평행이면서 길이가 똑같은

00:08:35.669 --> 00:08:40.813
직사각형의 두 마주 보는 변이
되기 때문에 길이가 똑같죠?

00:08:40.913 --> 00:08:43.637
그런데 이 두 점 사이의
거리가 얼마예요?

00:08:43.737 --> 00:08:46.561

아까 우리 수직선에서
봤던 거 생각해보면

00:08:46.661 --> 00:08:52.138

x_1 에서 x_2 뺀 것에다 이렇게
절댓값을 씌운 것과 같고요.

00:08:52.238 --> 00:08:55.683

마찬가지로 이 BC의
길이는 누구랑 같죠?

00:08:55.783 --> 00:09:00.719

애를 그대로 이렇게 평행이동해서
생각해보면 y_1 , y_2 와 같죠.

00:09:00.819 --> 00:09:03.605

여기가 직사각형을 또
이루고 있으니까요.

00:09:03.705 --> 00:09:06.291

그런데 이 길이는 또
얼마가 되나요?

00:09:06.391 --> 00:09:09.501

여기서 이 y 축이라는 수직선에서

00:09:09.601 --> 00:09:11.915

두 점이 이루는 거리를
구하면 되기 때문에

00:09:12.015 --> 00:09:15.217

절댓값 y_1 , y_2
빼준 것과 같습니다.

00:09:15.317 --> 00:09:21.038

그러면 AC^2 은 절댓값
 x_1-x_2 의 제곱이 되고

00:09:21.138 --> 00:09:25.916

BC의 제곱은 절댓값 y_1-y_2 의
제곱이 되는 거예요.

00:09:28.089 --> 00:09:31.615

우리 앞에 강의에서 절댓값의
성질을 같이 살펴봤었잖아요?

00:09:31.639 --> 00:09:38.448

절댓값의 성질에서 $|a|^2$ 과
 a^2 은 서로 같다고 했어요.

00:09:38.507 --> 00:09:40.962

a 가 양수일 때 a^2 나오고

00:09:41.062 --> 00:09:45.340

a 가 음수일 때 $-a$ 를 제공한
결과로 나오게 되니까

00:09:45.440 --> 00:09:48.293

결국은 a^2 과 그냥 같다고 했죠.

00:09:48.393 --> 00:09:53.061

그래서 굳이 이것을 절댓값을
씌워서 생각하지 않고

00:09:53.201 --> 00:09:58.734

$(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2$ 이라고
써도 되고요.

00:09:58.834 --> 00:10:02.114

물론 이거 두 개 순서
바꿔서 제공하더라도

00:10:02.214 --> 00:10:06.077

그 결과는 똑같으니까
 x_1-x_2 라고 써야 되는지

00:10:06.177 --> 00:10:09.734

x_2-x_1 이라고 써야
되는지 고민하지 마시고

00:10:09.834 --> 00:10:14.454

편하게 두 점의 좌표 x
좌표끼리의 차를 제공해주고

00:10:14.554 --> 00:10:19.409

y 좌표끼리의 차를 제공해서 더한
것에 루트를 씌워주면 되는 거죠.

00:10:19.509 --> 00:10:21.506

여기 들어간 원리 뭔지 아시겠죠?

00:10:21.606 --> 00:10:24.958

핵심적인 것은 피타고라스
정리이고요.

00:10:25.058 --> 00:10:28.710

수직선에서 거리 구했던 것을
이제 평면으로 확장한 거예요.

00:10:28.810 --> 00:10:34.307

평면에서 거리 구할 때 이렇게
수직선상의 거리 구하는 것을 이용해서

00:10:34.407 --> 00:10:36.792

거리를 유도해줄 수가 있습니다.

00:10:36.892 --> 00:10:40.479

결론적으로 이제 A, B 사이의
거리는 어떻게 되느냐,

00:10:40.579 --> 00:10:46.572

$\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ 이
된다.

00:10:46.672 --> 00:10:52.285

이거는 손에 익히게 잘 알아두고
사용을 해주시면 되겠습니다.

00:10:52.385 --> 00:10:54.580

이제 새로운 대단원으로

넘어왔잖아요.

00:10:54.680 --> 00:10:58.001

평면 좌표로 와서
이번 강만 하더라도

00:10:58.101 --> 00:11:02.428

이렇게 두 점 사이의 거리, 내분점
구하는 거, 외분점 구하는 거,

00:11:02.528 --> 00:11:03.872

무게중심 구하는 거.

00:11:03.972 --> 00:11:07.319

크게 네 가지의 공식이
나오게 될 거예요.

00:11:07.419 --> 00:11:11.028

공식이 어떻게 유도가 되었는지
이해를 해주신 다음에

00:11:11.128 --> 00:11:13.477

좀 이거는 외우시는 게 좋습니다.

00:11:13.577 --> 00:11:16.403

그때그때 유도를 하기가
이거는 팬찮아요.

00:11:16.503 --> 00:11:18.693

그때그때 피타고라스
정리를 써볼 수 있지만

00:11:18.793 --> 00:11:23.535

내분점, 외분점 같은 경우는 그때그때
유도하기가 약간 어렵고 번거로워요.

00:11:23.635 --> 00:11:25.630

그렇기 때문에 외워두시면 좋고요.

00:11:25.730 --> 00:11:29.245

그다음에 직선의 방정식 가서
공식이 또 한 무더기 나오고요.

00:11:29.345 --> 00:11:31.548

원의 방정식에서도 또
한 무더기 나오고요.

00:11:31.648 --> 00:11:34.820

공식들이 굉장히 많이
나오게 될 거예요.

00:11:34.920 --> 00:11:38.800

그러니까 차분하게 필기
잘 해가시면서

00:11:38.900 --> 00:11:41.542

옆에 책 잘 펴놓으시고
교재 잘 펴놓으시고

00:11:41.642 --> 00:11:47.222

같이 저와 함께 유도를 해가면서

익숙해지도록 그렇게 보신다면

00:11:47.322 --> 00:11:51.689
공식이 많이 나온다고 할지라도 잘
기억하고 사용하실 수 있을 거예요.

00:11:51.789 --> 00:11:54.783
그러니까 차분하게
공부 잘 해주시고요.

00:11:54.883 --> 00:11:56.893
그러면 한번 연습해보겠습니다.

00:11:56.993 --> 00:11:59.262
그냥 공식을 외우는
것만 중요한 게 아니라

00:11:59.362 --> 00:12:02.871
이렇게 실질적인 값을 가지고
많이 연습을 해봐야겠죠?

00:12:02.971 --> 00:12:07.752
수직선 위의 두 점 A, B 사이의
거리를 구해보자고 했어요.

00:12:07.852 --> 00:12:11.519
A는 5고 B는 1이에요.

00:12:11.619 --> 00:12:16.441
그러면 이거 둘 사이의 거리, 절댓값
5-1 해보면 4가 나오죠?

00:12:16.541 --> 00:12:19.026
A가 이번에는 1이고요.

00:12:19.126 --> 00:12:20.747
B가 -3입니다.

00:12:20.847 --> 00:12:26.429
그러면 둘 1-(-3)에 절댓값
씩워보면 4가 나오죠?

00:12:26.529 --> 00:12:30.900
굳이 절댓값 씌운 이유는
이게 만약에 문자였다면

00:12:31.030 --> 00:12:33.364
둘 중에 뭐가 더 큰지를 몰라요.

00:12:33.464 --> 00:12:37.504
그렇기 때문에 그때는
절댓값을 씌워줘야 양수로서

00:12:37.604 --> 00:12:39.089
우리가 값을 구할 수 있어서

00:12:39.189 --> 00:12:43.508
그냥 일반적으로 수직선상에
두 점의 거리다, 라고 한다면

00:12:43.608 --> 00:12:47.592

두 점의 좌표를 빼고 절댓값을
썩운 거다, 라고 보시면 되고요.

00:12:47.692 --> 00:12:49.236
이제 좌표 평면입니다.

00:12:49.336 --> 00:12:53.593
A가 1, 2, B가 0,
3이다, 라고 되어있는데

00:12:53.693 --> 00:12:56.002
A 1, 2, B 0, 3.

00:12:56.102 --> 00:12:58.444
만약에 여기에 이런
식으로 되어있다면

00:12:58.544 --> 00:13:03.541
둘의 거리는 그림으로 표현했을 때
A, B를 쪽 연결한 거라는 거예요.

00:13:03.641 --> 00:13:06.097
아까 피타고라스 정리가
어떻게 나왔죠?

00:13:06.197 --> 00:13:09.011
애를 이렇게 y축에서
수선의 발 내리고

00:13:09.111 --> 00:13:11.881
x 축에서 수선의 발 내리고
각각의 점의 좌표에서

00:13:11.981 --> 00:13:16.752
x축, y축에서 수선의 발 내렸을 때
직각삼각형이 만들어진다는 거죠.

00:13:16.852 --> 00:13:19.908
그러면 직각삼각형의 밑변의
길이가 뭐라고요?

00:13:20.008 --> 00:13:23.410
둘의 x좌표끼리의 차가 됩니다.

00:13:23.510 --> 00:13:25.590
그래서 1-0의 제곱이 되고요.

00:13:25.690 --> 00:13:31.376
여기 직각삼각형에서의 높이가
이번에는 y좌표끼리의 차가 되겠죠?

00:13:31.476 --> 00:13:35.934
그래서 2-3의 제곱이 된다,
라고 나오게 되고요.

00:13:36.034 --> 00:13:40.085
그래서 $\sqrt{1+1}$ 로 계산해보면 $\sqrt{2}$.

00:13:40.185 --> 00:13:44.410
이렇게 피타고라스 정리에서 빗변을
구하는 방식으로 구해준 것이고요.

00:13:44.510 --> 00:13:48.128

지금 처음 하는 거니까 계속
그림 그려서 한번 볼게요.

00:13:48.228 --> 00:13:53.951

다음부터는 그냥 저 공식
외운 것에 대입을 잘 해주시면 돼요.

00:13:54.051 --> 00:13:56.406

A가 여기 있고 B가
여기에 있습니다.

00:13:56.506 --> 00:14:01.999

그렇다면 또 우리 거리를
구한다고 할 때

00:14:02.099 --> 00:14:04.277

애를 이렇게 또 연결을
해주게 되죠?

00:14:04.377 --> 00:14:07.248

선분으로써 연결을 해준
것을 구하면 되고요.

00:14:07.348 --> 00:14:11.320

그러면 지금은 직각삼각형을
어떻게 만들 수 있을까요?

00:14:11.420 --> 00:14:16.210

이렇게 x축의 평행이 되도록, y축에
평행이 되도록 해서 그어준다면

00:14:16.310 --> 00:14:18.970

직각삼각형을 구성해줄 수가 있죠?

00:14:19.070 --> 00:14:22.497

이거의 x좌표가 -1,
이거의 x좌표가 4니까

00:14:22.597 --> 00:14:26.696

여기의 길이가 절댓값
4-(-1)이 되고요.

00:14:26.796 --> 00:14:30.366

그래서 여기의 길이를
제공한 것으로써

00:14:30.466 --> 00:14:35.908

우리가 피타고라스 정리를 쓰려고
할 때 $(-1-4)^2$ 이다.

00:14:36.008 --> 00:14:40.136

또는 $(4-(-1))^2$ 이다,
라고 해서 나타내줄 수가 있고

00:14:40.236 --> 00:14:43.757

여기 높이는 둘의 y좌표의
차가 된다는 거예요.

00:14:43.857 --> 00:14:46.828

그래서 (1-2)의 제공이 된다.

00:14:46.928 --> 00:14:49.487
순서 바뀌서 빼주셔도
아무 상관 없어요.

00:14:49.587 --> 00:14:50.956
어차피 양수가 나오니까.

00:14:51.056 --> 00:14:54.871
그래서 $\sqrt{25+1}$
해주면 $\sqrt{26}$ 이죠.

00:14:54.971 --> 00:14:57.244
제가 이렇게 순서 바뀌도
된다고 말을 하는 이유는

00:14:57.344 --> 00:14:59.864
이 부분이 질문 게시판에
질문이 많더라고요.

00:14:59.964 --> 00:15:02.865
이거 순서 바뀌도 되냐,
라고 이렇게 물어보는 거.

00:15:02.965 --> 00:15:04.483
그런데 한번 생각을 해보면

00:15:14.686 --> 00:15:16.937
두 개 순서를 바뀌서 뺐다.

00:15:17.037 --> 00:15:19.120
그러면 $(4-(-1))^2$.

00:15:19.220 --> 00:15:21.837
그다음에 $(2-1)^2$ 해주면

00:15:21.937 --> 00:15:26.268
당연히 $\sqrt{25+1}$ 이 되면서
 $\sqrt{26}$ 이 됩니다.

00:15:26.368 --> 00:15:28.683
제가 왜 계속 당연히라는
말을 했나요?

00:15:28.783 --> 00:15:32.768
우리 어떤 걸 빼줄 때
 $(x_1-x_2)^2$ 한 것과

00:15:32.868 --> 00:15:36.047
 $(x_2-x_1)^2$ 한
것과 서로 어때요?

00:15:36.147 --> 00:15:38.234
결과가 똑같습니다.

00:15:38.334 --> 00:15:42.344
예를 들어서 3에 제공한 거랑
-3을 제공한 거랑 어때요?

00:15:42.444 --> 00:15:43.463

결과가 똑같죠?

00:15:43.563 --> 00:15:45.296
어차피 양수로 나오게 되죠?

00:15:45.396 --> 00:15:47.119
절댓값도 마찬가지로요.

00:15:47.219 --> 00:15:53.174
절댓값도 $|x_1 - x_2|$ 랑
 $|x_2 - x_1|$ 이랑 똑같죠?

00:15:53.274 --> 00:15:54.264
어차피 양수고요.

00:15:54.364 --> 00:15:58.002
 $|3|$ 과 $|-3|$ 이 똑같았어요.

00:15:58.102 --> 00:16:00.314
이렇게 뭔가 양수로 만들어주는 거.

00:16:00.414 --> 00:16:05.020
절댓값 제공한 거 빼는 순서 관계없이
편하게 사용을 해주시면 돼요.

00:16:05.120 --> 00:16:08.161
이번에는 두 점에서
같은 거리에 있는

00:16:08.261 --> 00:16:11.893
 x 축 위에 점 P 의 좌표를
구하여라, 라고 했습니다.

00:16:11.993 --> 00:16:16.509
그러면 $A(-1, 3)$ 이라는 점이
이쯤에 있고

00:16:16.649 --> 00:16:20.205
 $B(3, 5)$ 가 되었다,
라고 해서 여기쯤 있을 텐데

00:16:20.305 --> 00:16:24.160
어떤 x 축 위에 점이
돌아다니고 있어요.

00:16:24.260 --> 00:16:28.273
우리 2차함수할 때 x 축
참 강조해서 봤었는데

00:16:28.373 --> 00:16:37.493
 x 축은 y 는 0이다, 라는
방정식을 만족하는 그런 직선이죠?

00:16:37.593 --> 00:16:41.320
전부 여기 위에 있는
점들이라고 한다면 공통적으로

00:16:41.420 --> 00:16:44.733
 x 는 어떤 실숫값이든
취할 수 있지만

00:16:44.833 --> 00:16:47.667
y의 값은 그냥 0이에요.

00:16:47.767 --> 00:16:49.757
올라가지도 않고
내려가지도 않았어요.

00:16:49.857 --> 00:16:52.564
그러니까 0인 상태를
유지하고 있습니다.

00:16:52.664 --> 00:16:56.571
그런 0인 상태를 유지하고
있는 어떤 점 P에 대해서

00:16:56.671 --> 00:17:01.119
A, P하고 B, P하고
똑같아지도록 한다는 거예요.

00:17:01.219 --> 00:17:06.950
그러면 이런 점의 좌표를 구할
때 방정식을 세워보자는 거죠.

00:17:07.050 --> 00:17:11.153
기하적으로 볼 수 있는 것이
이게 서로 길이가 같다.

00:17:11.253 --> 00:17:13.130
그러면 뭔가 이등변삼각형인데?

00:17:13.230 --> 00:17:14.708
그런데 x축 위에 있어야 돼.

00:17:14.808 --> 00:17:17.704
뭔가 기하적으로 접근하기에는
어려운 면이 있기 때문에

00:17:17.804 --> 00:17:20.043
이것을 방정식으로 풀어볼 것입니다.

00:17:20.143 --> 00:17:22.658
그러면 방정식의 기본이 뭐예요?

00:17:22.758 --> 00:17:23.673
미지수.

00:17:23.773 --> 00:17:27.610
어떤 것을 미지수로 놓을
것인가부터 결정을 해야겠죠?

00:17:27.710 --> 00:17:31.806
A는 확정적으로
(-1, 3)이라고 나와 있고요.

00:17:31.906 --> 00:17:34.749
B는 (3, 5)라고 나와 있어요.

00:17:34.849 --> 00:17:40.671
그러면 지금 같은 거리라고 했으니까
AP하고 BP하고 같아지게 되는데

00:17:40.771 --> 00:17:43.948

이것을 방정식으로
만들어주면 되는 거죠.

00:17:44.048 --> 00:17:48.554

그러려면 미지수는 P 의 좌표를
미지수로 놓으면 되겠죠?

00:17:48.654 --> 00:17:51.869

그러면 P 의 좌표를 어떻게
쓸 수가 있나요?

00:17:51.969 --> 00:17:54.510

P 에 x 좌표가 뭐예요?

00:17:54.610 --> 00:17:56.262

몰라요.
그거 정하래요.

00:17:56.362 --> 00:18:01.166

그러니까 P 의 x 좌표 모르니까
미지수인 a 로 한번 놔볼까요?

00:18:01.266 --> 00:18:04.295

P 의 y 좌표도 모르나요?

00:18:04.395 --> 00:18:05.542

P 의 y 좌표.

00:18:05.642 --> 00:18:06.560

여기 뭐죠?

00:18:06.660 --> 00:18:12.930

y 는 x 축 위에 있다고 하는 순간
 y 의 값은 무조건 0이에요.

00:18:13.030 --> 00:18:15.918

그렇기 때문에 y 의
값은 0인 채로.

00:18:16.018 --> 00:18:20.313

아무래도 방정식 풀 때 당연히
미지수가 적으면 적을수록 좋죠.

00:18:20.413 --> 00:18:22.970

미지수가 많으면, 만약에
두 개가 있다.

00:18:23.070 --> 00:18:24.905

그러면 방정식이 두 개 필요해요.

00:18:25.005 --> 00:18:26.159

미지수가 세 개 있다.

00:18:26.259 --> 00:18:27.930

그러면 방정식이 세 개 필요해요.

00:18:28.030 --> 00:18:32.365

비록 교과서 과정에서 미지수 세 개인
연립방정식 푸는 건 없어지긴 했지만.

00:18:32.465 --> 00:18:36.159

그래서 어쨌든 미지수가
적어야 하니까

00:18:36.259 --> 00:18:38.811

이렇게 하나로 나타내주는 것이 좋고

00:18:38.911 --> 00:18:42.273

다행히도 x 축 위에
있다는 정보 덕분에

00:18:42.373 --> 00:18:45.799

y 의 좌표를 0으로 우리가
설정할 수 있게 되었습니다.

00:18:45.899 --> 00:18:48.382

그러면 AP하고 BP하고 같아요.

00:18:48.482 --> 00:18:55.195

그러면 이 AP가 무엇인지를 우리가
공부한 공식에 대입을 해보는 거죠.

00:18:55.295 --> 00:18:59.688

AP의 길이에 해당하는 거 두 점
사이의 거리 이제 바로 구해볼게요.

00:18:59.788 --> 00:19:02.938

a 에서 빼기 -1을 해줍니다.

00:19:03.038 --> 00:19:06.070

애의 x 좌표에서 Ax 좌표 빼주고요.

00:19:06.170 --> 00:19:11.228

P 의 y 좌표에서 A 의 y 좌표 빼서
제공한 것 두 개 더해주면 되죠.

00:19:11.328 --> 00:19:14.138

그다음에 여기 BP 같은 경우는

00:19:14.238 --> 00:19:19.053

또 이 P 의 x 좌표에서
 B 의 x 좌표를 빼볼까요?

00:19:19.153 --> 00:19:23.982

그러면 $(a-3)^2 + (0-5)^2$ 이다,
라고 나오죠?

00:19:24.082 --> 00:19:28.451

그래서 $\sqrt{(a+1)^2+9}$ 와

00:19:28.551 --> 00:19:34.794

여기서 $\sqrt{(a-3)^2+25}$ 가
같다는 식이 나오게 되는데

00:19:34.894 --> 00:19:36.809

둘 다 루트를 가지고 있어요.

00:19:36.909 --> 00:19:40.345

양변을 한꺼번에
제곱해볼 수 있겠죠.

00:19:40.445 --> 00:19:46.665

그러면 $(a+1)^2+9$ 와
 $(a-3)^2+25$ 가 나오게 되고요.

00:19:46.765 --> 00:19:48.398

이제 그냥 풀어주면 됩니다.

00:19:48.498 --> 00:19:56.456

$a^2+2a+10=a^2-6a+34$ 가
되어서

00:19:56.556 --> 00:20:01.439

이거는 소거가 되고 $6a$ 를
넘기면 $8a$ 되고요.

00:20:01.539 --> 00:20:05.113

10 을 넘기면 24 가 되니까
 a 는 3 으로 나오죠?

00:20:05.213 --> 00:20:09.261

따라서 P 의 좌표를 구한다면
 $(3, 0)$ 이 되는 거예요.

00:20:09.361 --> 00:20:13.083

여기 위치가 만약에
 $(3, 0)$ 이었었다, 라고 한다면

00:20:13.183 --> 00:20:17.431

A 에서부터의 거리, B 에서부터의
거리가 서로 같아지게 되는 거죠.

00:20:17.531 --> 00:20:22.015

이런 식으로 어떤
점이 나와 있을 때

00:20:22.115 --> 00:20:26.488

미지수를 어떻게 놓을 것인가,
라는 것을 잘 생각해보면 좋은데

00:20:26.588 --> 00:20:30.360

지금은 x 축 위에 점
 P 라고 했기 때문에

00:20:30.460 --> 00:20:33.571

P 의 좌표를
 $(a, 0)$ 이다, 라고 봤어요.

00:20:33.671 --> 00:20:39.333

만약에 문제가 y 축 위에 점이었다면
어떻게 놓을 수 있을까요?

00:20:39.433 --> 00:20:43.182

y 축이라고 한다면 y 의 값은
어떤 것이든 될 수 있고

00:20:43.282 --> 00:20:45.583

이번에는 x 의 값이
 0 으로 나오게 되죠?

00:20:45.683 --> 00:20:47.849

그래서 $(0, a)$ 라고

쓸 수가 있을 거예요.

00:20:47.949 --> 00:20:52.507

만약에 y 는 x 라는 직선
위에 점 P 라고 했다.

00:20:52.607 --> 00:20:54.565

그러면 어떻게 쓸 수 있을까요?

00:20:54.665 --> 00:21:00.778

x 가 만약 a 라고 할 때 그러면 그
 x 가 a 인 것을 y 에 넣어보면

00:21:00.878 --> 00:21:02.806

y 도 a 가 나오게 되거든요.

00:21:02.906 --> 00:21:05.802

y 는 x 위에 점이다,
라고 하는 순간

00:21:05.902 --> 00:21:09.092

아, x 좌표, y 좌표가
같다는 이야기구나.

00:21:09.192 --> 00:21:10.622

그래서 (a, a) .

00:21:10.722 --> 00:21:12.360

이런 식으로 놓아줄 수도 있어요.

00:21:12.460 --> 00:21:16.965

그래서 이렇게 좌표를 놓고
점과 점 사이의 거리 공식을

00:21:17.065 --> 00:21:18.802

잘 사용을 해주면 됩니다.

00:21:18.902 --> 00:21:23.443

그러면 이제 새로운 용어를
배우게 될 거예요.

00:21:23.543 --> 00:21:26.845

선분의 내분점이 제목이에요.

00:21:26.945 --> 00:21:27.972

내분점.

00:21:28.072 --> 00:21:29.702

'내'가 무슨 뜻이죠?

00:21:29.802 --> 00:21:33.592

내는 안쪽이라는 뜻이에요.

00:21:33.692 --> 00:21:36.535

분은 나눈다는 뜻입니다.

00:21:36.635 --> 00:21:38.095

선분이 있어요.

00:21:38.195 --> 00:21:42.355

A 라는 점이 있고

B라는 점이 있어서

00:21:42.455 --> 00:21:46.161

A와 B 점을 연결해준 것을
우리가 선분이라고 하죠?

00:21:46.261 --> 00:21:52.218

그런데 이 선분에 내, 안쪽에서
선분을 나누는 점이에요.

00:21:52.318 --> 00:21:56.813

그러면 그런 점이 만약에 여기에
C라고 이렇게 있었다고 해볼까요?

00:21:56.913 --> 00:22:01.379

그런데 이렇게 내분점을 만드는
방법은 굉장히 많을 수 있죠.

00:22:01.479 --> 00:22:04.115

여기도 C가 될 수 있고요,
내분할 수 있고요.

00:22:04.215 --> 00:22:06.289

여기로 올 수도 있고
여기로 올 수도 있어요.

00:22:06.389 --> 00:22:10.955

그러면 C의 위치를 결정
해주는 것은 무엇이 될까요?

00:22:11.055 --> 00:22:14.099

과연 A로부터 이게
얼마나 떨어져 있을까,

00:22:14.199 --> 00:22:18.702

B로부터 얼마나 떨어져 있을까,
라는 것을 생각해주면 좋을 거예요.

00:22:18.802 --> 00:22:22.997

그래서 그 떨어져 있는
거리에 비율을 봅니다.

00:22:23.097 --> 00:22:26.383

딱 거리가 정확하게 얼마다,
얼마다, 라고 이야기하려면

00:22:26.483 --> 00:22:29.413

우리가 AB 사이의 거리를
정확하게 알고 있어야 되니까

00:22:29.513 --> 00:22:34.191

애를 B로 봐서 B가 m:n이다.

00:22:34.291 --> 00:22:36.979

그러니까 그 길이를
정확하게 표현을 한다면

00:22:37.079 --> 00:22:39.016

뭔가 mk, nk.

00:22:39.116 --> 00:22:41.582

비례상수를 이용해서 써주게 되겠죠.

00:22:41.682 --> 00:22:46.873

이런 식으로 C라는 내분점을
정의해줄 수가 있습니다.

00:22:46.973 --> 00:22:48.694

그러니까 무슨 뜻이냐면,

00:22:48.794 --> 00:22:55.201

선분 AB의 이것을 m:n
내분점이라고 표현을 할 거예요.

00:22:55.301 --> 00:23:00.592

비율을 나타내는 거니까 m과 n은
모두 양수로 사용을 해줍니다.

00:23:00.692 --> 00:23:03.964

-1:-2 내분점,
이런 말은 안 쓰고

00:23:04.064 --> 00:23:10.272

이렇게 전부 0보다 큰 수를 이용해서
m:n 내분점이다, 라고 한다면

00:23:10.372 --> 00:23:16.656

선분 AB 위의 점.

00:23:16.756 --> 00:23:19.373

뒤에 우리가 정리할 때 이거를
P라고 놓을 거예요.

00:23:19.473 --> 00:23:20.962

그래서 P라고 해볼게요.

00:23:21.062 --> 00:23:26.326

P에 대해서 선분
AB 위의 점이고요.

00:23:26.426 --> 00:23:29.881

그러니까 선분 AB 안쪽을
의미하는 거예요.

00:23:29.981 --> 00:23:33.542

이게 '내'라는 이름에 따온.

00:23:33.642 --> 00:23:39.191

위에 점이라는 것이 여기 선분
AB 사이에 있다는 것이고

00:23:39.291 --> 00:23:41.004

여기 분할한다.

00:23:41.104 --> 00:23:45.671

m:n으로 AB를 나눈다는
뜻이 되는 거죠.

00:23:45.771 --> 00:23:52.410

그래서 A에서부터 P까지의 거리와
B에서부터 P까지의 거리가

00:23:52.510 --> 00:23:59.116
m:n이 되도록 하는 점 P.

00:23:59.216 --> 00:24:04.113
이것을 AB의 m:n
내분점이라고 이야기를 합니다.

00:24:04.213 --> 00:24:08.141
제가 이렇게 선분
AB 위의 점이다,

00:24:08.241 --> 00:24:11.393
안쪽에 있는 점이다, 라는
것을 강조하는 이유는 뭐냐면

00:24:11.493 --> 00:24:14.693
선분에 외분점이라는
것도 있기 때문이에요.

00:24:14.793 --> 00:24:19.053
바로 연결해서 제가 외분점이
그러면 무엇인지를 보여드릴게요.

00:24:19.153 --> 00:24:27.700
선분의 외분점이라고 한다면 내와
비교해서 외과 의미하는 것은

00:24:27.800 --> 00:24:31.233
안쪽이 아니라 바깥쪽을 의미하죠.

00:24:31.333 --> 00:24:35.489
바깥쪽에서 분,
나눈다는 것을 뜻해요.

00:24:35.589 --> 00:24:39.553
그래서 AB라는 선분은
여기에 이만큼으로 있었지만

00:24:39.653 --> 00:24:44.404
AB의 바깥에서, 바깥에서
어떻게 애네를 나누지, 라는

00:24:44.504 --> 00:24:46.281
그런 생각이 들 수도 있을 텐데

00:24:46.381 --> 00:24:51.114
그만큼 나눈다, 분할한다라는 것은
비율 값을 갖는다는 뜻이거든요.

00:24:51.214 --> 00:24:56.383
예를 들어서 P가 여기에 있어서
A에서부터의 거리가 m이 되고

00:24:56.483 --> 00:25:01.761
B에서부터의 거리가 n이 되도록
하는 그런 P가 존재하는 거예요.

00:25:01.861 --> 00:25:07.880
선분 AB의 m:n 외분점이다,
라고 이야기를 한다면

00:25:07.980 --> 00:25:12.365

여기서 역시 m 은 0보다
크고 n 은 0보다 크고

00:25:12.465 --> 00:25:17.579

이 경우에는 m 과 n 이 서로
다르다는 조건도 하나가 들어갑니다.

00:25:17.679 --> 00:25:19.716

두 개가 같을 수는 없어요.

00:25:19.816 --> 00:25:22.491

그 이유는 정의를 보면
알 수 있을 거예요.

00:25:22.591 --> 00:25:25.564

그러면 애는 어떻게 정의가 되냐,

00:25:25.664 --> 00:25:30.762

선분 AB 의 연장선에 있는 점.

00:25:30.862 --> 00:25:37.061

그 내에 있는 것이 아니라
연장선상에 점 P 에 대해서

00:25:37.161 --> 00:25:42.609

이번에는 똑같이
 $AP:BP$ 가 $m:n$ 이에요.

00:25:42.709 --> 00:25:44.025

아까도 $m:n$ 이었어요.

00:25:44.125 --> 00:25:47.078

내분점이랑 외분점이랑
정의 비교해서 보세요.

00:25:47.178 --> 00:25:53.350

그러면 선분 AB 의 어디에
있느냐, 라는 것만 달라요.

00:25:53.450 --> 00:25:55.993

내분점은 선분 AB 위에 있고요.

00:25:56.093 --> 00:25:57.143

그러니까 그 내에 있고요.

00:25:57.243 --> 00:25:59.877

애는 연장선상에 있다고 하는 것은

00:25:59.977 --> 00:26:01.791

선분의 바깥에 있고요.

00:26:01.891 --> 00:26:05.257

그런 점 P 에 대해서
 A 로부터 여기까지의 거리,

00:26:05.357 --> 00:26:09.200

B 로부터 여기까지의 거리가
 $m:n$ 으로 일정하다는 것은

00:26:09.300 --> 00:26:11.286

그대로 유지가 되고 있습니다.

00:26:11.386 --> 00:26:16.305
그러면 제가 아까 m 이랑 n 이랑
같은 수는 없다고 했는데 그럴까요?

00:26:16.405 --> 00:26:18.273
이미 바깥에 있어요.

00:26:18.373 --> 00:26:22.637
그렇다고 한다면 만약에 B 의
오른쪽에 있었다고 하면

00:26:22.737 --> 00:26:25.661
이 경우에는 P 가 이렇게
 B 의 오른쪽에 있었으면

00:26:25.761 --> 00:26:27.982
 m 이 n 보다 클 수밖에 없죠.

00:26:28.082 --> 00:26:31.952
 B 의 오른쪽에 있으려면 A 에서
더 멀리 떨어져 있어야 되고

00:26:32.052 --> 00:26:36.236
만약에 m 과 n 이 같으려고 한다면
 A 에서부터의 거리가 이만큼인데

00:26:36.336 --> 00:26:40.388
 B 에서부터의 거리도 같으려면
이거는 선분이 될 수가 없고

00:26:40.488 --> 00:26:44.164
 B 가 A 에 가서 붙어있는 그냥
점이 되어야 하는 거예요.

00:26:44.264 --> 00:26:47.441
그래서 두 개가 같은 것은
도저히 불가능합니다.

00:26:47.541 --> 00:26:50.756
 m 이 n 보다 클 때는 내분점이
이쪽에 있을 거고요.

00:26:50.856 --> 00:26:53.115
만약에 m 이 n 보다 작다.

00:26:53.215 --> 00:26:55.151
그러면 그림이 어떻게 될까요?

00:26:55.251 --> 00:26:59.118
 AB 로부터 A 에서의 거리가
더 가까운 거죠?

00:26:59.218 --> 00:27:04.687
그렇기 때문에 m 이 n 보다 더 작을 때
그림은 이런 식으로 그려지게 돼요.

00:27:04.787 --> 00:27:06.232
이것이 이제 외분점입니다.

00:27:06.332 --> 00:27:07.715
한번 정리를 해볼게요.

00:27:07.815 --> 00:27:11.597
내분점과 외분점의 정의를
정확하게 알아야지만

00:27:11.697 --> 00:27:14.285
여러분이 뒤로 가서
헛갈리지 않게 돼요.

00:27:14.385 --> 00:27:16.627
수직선 위의 두 점이 있을 때

00:27:16.727 --> 00:27:18.883
A를 x_1 , B를 x_2 .

00:27:18.983 --> 00:27:23.127
이렇게 봤을 때 선분
AB 위의 점 P.

00:27:23.227 --> 00:27:28.921
선분 AB 내의 점 P가 A로부터의
거리와 B로부터의 거리가 $m:n$.

00:27:29.021 --> 00:27:30.918
AB의 내분점이라고 하면

00:27:31.018 --> 00:27:35.752
A에서 m , B에서 n 만큼
떨어져 있다는 것을 의미해요.

00:27:35.852 --> 00:27:40.233
이런 점 P는 선분 AB를
 $m:n$ 으로 내분한다고 이야기하고

00:27:40.333 --> 00:27:43.508
이 점 P를 내분점이라고
부르게 됩니다.

00:27:43.608 --> 00:27:51.160
그러면 한번 그 내분점이 어떻게 나오게
될지를 직접 구해보도록 할게요.

00:27:51.260 --> 00:27:53.834
A가 3 있고요.

00:27:53.934 --> 00:27:57.040
B가 15, 이렇게
좌표가 있습니다.

00:27:57.140 --> 00:28:00.481
이것을 2:1로 내분하고 싶어요.

00:28:00.581 --> 00:28:03.013
두 점 사이의 거리가 12죠?

00:28:03.113 --> 00:28:08.014
그러면 2:1로 내분한다면 어떻게
이걸 나뉘볼 수 있을까요?

00:28:08.114 --> 00:28:11.603

A로부터의 거리가 2고

B로부터의 거리가 1이니까

00:28:11.703 --> 00:28:13.957

애를 3등분해볼 수가 있겠죠.

00:28:14.057 --> 00:28:17.576

3등분을 해서 본다면 여기의
거리가 12이기 때문에

00:28:17.676 --> 00:28:22.813

3등분 한 거 하나는 거리가 각각
4, 4, 4로 나오게 될 거예요.

00:28:22.913 --> 00:28:27.146

그러면 2:1 내분점은
여기에 위치하겠죠?

00:28:27.246 --> 00:28:30.364

여기서부터의 거리가 8만큼 떨어지고

00:28:30.464 --> 00:28:33.347

B에서부터의 거리가
4만큼 떨어졌으니깐요.

00:28:33.447 --> 00:28:37.470

그러면 3에서부터 8을 더
더해주면 되기 때문에

00:28:37.570 --> 00:28:39.922

이 P의 좌표가 11로
나오게 됩니다.

00:28:40.022 --> 00:28:41.089

간단하네요?

00:28:41.189 --> 00:28:43.854

그런데 아까 막 공식 외워야
된다고 하지 않았나요, 라고

00:28:43.954 --> 00:28:48.061

물어볼 수도 있을 텐데 지금은
2:1이니까 이렇게 풀었어요.

00:28:48.161 --> 00:28:51.556

만약에 이게 4:1이었으면
어떻게 될까요?

00:28:51.656 --> 00:28:55.501

4:1 내분점이었다고 한다면
여기를 5등분해야 되잖아요.

00:28:55.601 --> 00:28:58.939

그러면 5분의 12가 되고
그때부터 상황이 복잡해져요.

00:28:59.039 --> 00:29:05.268

그렇기 때문에 일반적인 상황에 대해서
우리가 이것을 공식화해놓으면

00:29:05.368 --> 00:29:08.970
어떤 상황이 되더라도 좀
편하게 내분점을 구할 수가 있어요.

00:29:09.070 --> 00:29:10.937
그래서 공식화하는 거예요.

00:29:11.037 --> 00:29:13.873
그런데 만약에 굳이
공식을 사용하지 않고

00:29:13.973 --> 00:29:16.467
이렇게 문제를 보니까 2:1이면

00:29:16.567 --> 00:29:19.174
당연히 여기로 오겠네, 라고 정의로

00:29:19.274 --> 00:29:22.243
찾는 연습도 같이
해주는 게 좋습니다.

00:29:22.390 --> 00:29:24.732
우리가 너무 공식,
공식, 공식 하다 보면

00:29:24.832 --> 00:29:27.679
진짜 수학이 암기 과목이
될 수밖에 없어요.

00:29:27.779 --> 00:29:30.107
왜 하는지도 모르고
내분점이 뭔지도 모르고

00:29:30.207 --> 00:29:32.034
그냥 외우고 있다고 생각해보면

00:29:32.134 --> 00:29:34.809
정말 생각만 해도 수학이
재미가 없습니다.

00:29:34.909 --> 00:29:37.067
제가 만약에 수학 교사가 아니었고

00:29:37.167 --> 00:29:40.959
그냥 수학을 싫어하는데 공식을
외워서 이런 걸 다 해야 된다면

00:29:41.059 --> 00:29:43.244
너무너무 재미가 없었을 것 같아요.

00:29:43.344 --> 00:29:47.374
그런데 저는 다행히도 중학교 때 14강
시작하면서 이야기를 했었잖아요?

00:29:47.474 --> 00:29:51.125
중학교 2학년 겨울 방학 때
하루종일 수학을 하면서

00:29:51.225 --> 00:29:54.084
꿈에서도 수학 문제 풀고
이렇게 하는 경험이 있었고

00:29:54.184 --> 00:29:57.946
제가 초등학교 때도 학교에서 남아서

00:29:58.046 --> 00:30:02.477
친구들이랑 같이 경시대회 문제 같은
거 재미있는 거 풀고 그러면서

00:30:02.577 --> 00:30:05.942
이런 이야기 하면 좀 그렇긴 하지만
좋아하는 남학생도 거기에 있었고

00:30:06.042 --> 00:30:08.967
이러면서 같이 재미있게
문제 풀고 그러다 보니까

00:30:09.067 --> 00:30:12.494
너무 문제 푸는 것도 재미있고
문제에서 그 단서 찾아가는 것을

00:30:12.594 --> 00:30:16.566
친구들이랑 같이 아, 나는 이런
단서 찾았는데 뭐 찾았어?

00:30:16.666 --> 00:30:20.164
이렇게 서로 교류하면서 이야기하고
그러니까 참 재미있더라고요.

00:30:20.264 --> 00:30:22.836
여러분도 이렇게 인강 들으면서

00:30:22.936 --> 00:30:25.507
또 인강 교재를
친구들이랑 같이 보면서

00:30:25.607 --> 00:30:28.178
우리 내일은 여기까지 같이 해보자,

00:30:28.278 --> 00:30:29.506
모래는 여기까지 같이 해보자,

00:30:29.606 --> 00:30:30.418
넌 이거 어떻게 했니.

00:30:30.518 --> 00:30:32.738
이런 이야기하면서 하는
것도 참 좋을 것 같아요.

00:30:32.838 --> 00:30:35.946
그래서 어쨌든 공식으로
한번 만들어볼 건데

00:30:36.046 --> 00:30:42.616
선분 AB 위의 점 P가 AP:PB가
 $m:n$ 이 된다고 했잖아요.

00:30:42.716 --> 00:30:46.689
그러면 우리가 일반적인 상황에서
P의 좌표를 구해볼 거예요.

00:30:46.789 --> 00:30:49.774

x_1 이 더 왼쪽에 있고

00:30:49.874 --> 00:30:53.967

x_2 가 오른쪽에 있는 상황을
가지고 생각을 해보겠습니다.

00:30:54.067 --> 00:30:59.737

그러면 내분점이니까 x 가 이
두 점의 사이에 있죠.

00:30:59.837 --> 00:31:02.117

이렇게 사이에 위치하게 되는데

00:31:02.217 --> 00:31:09.130

지금 어떤 상황이나면, AP:BP가
뭐가 되어야 된다고 했죠?

00:31:09.230 --> 00:31:12.547

$m:n$ 이 되어야 한다고 했어요.

00:31:12.647 --> 00:31:14.903

AP의 길이는 어떻게 되나요?

00:31:15.003 --> 00:31:19.551

우리 일반적으로는
 $|x_1 - x|$ 라고 쓰면 돼요.

00:31:19.651 --> 00:31:23.626

BP는 $|x - x_2|$ 라고 쓰면 되죠?

00:31:23.726 --> 00:31:29.846

그래서 이게 $m:n$ 인데 지금 x_1 이
 x_2 보다 작다는 걸 가정하면

00:31:29.946 --> 00:31:32.725

이런 대소관계 나오게 되니까

00:31:32.825 --> 00:31:35.514

x_1 과 x 중에서 x 가 더 크죠?

00:31:35.614 --> 00:31:40.386

그래서 이 절댓값이 빠져나오기를
 $x - x_1$ 로 나오게 됩니다.

00:31:40.486 --> 00:31:44.560

그다음에 이 절댓값은
 x_2 가 x 보다 더 크니까

00:31:44.660 --> 00:31:47.460

x_2 에서 x 를 뺀 것으로
나오게 되는 거예요.

00:31:47.560 --> 00:31:48.820

이 그림 보면 쉬워요.

00:31:48.920 --> 00:31:51.728

AP의 그림은 x 에서
 x_2 를 빼준 거,

00:31:51.828 --> 00:31:54.983

BP는 x_2 에서 x 를 빼

것으로 나오게 되어서

00:31:55.083 --> 00:31:56.771
애가 $m:n$ 입니다.

00:31:56.871 --> 00:31:59.612
문자가 갑자기 많이
나오니까 정신이 없죠?

00:31:59.712 --> 00:32:02.610
그런데 나 뭐 구하려고 했어요?

00:32:02.710 --> 00:32:04.779
누구를 구하는 게 목표예요?

00:32:04.879 --> 00:32:07.415
 P 의 좌표를 구하여
보자, 라고 했잖아요.

00:32:07.515 --> 00:32:10.831
그 P 의 좌표를 x 라고
한 거잖아요.

00:32:10.931 --> 00:32:14.538
지금 구하려고 하는 것은 x 를
구하려고 하고 있습니다.

00:32:14.638 --> 00:32:19.510
그러면 여기서 x 로 이
식을 정리해서 x 는 ~.

00:32:19.610 --> 00:32:21.859
이렇게 찾으려고 하는 거예요.

00:32:21.959 --> 00:32:25.660
비례식에서 내항과
외항의 곱이 같죠.

00:32:25.760 --> 00:32:32.938
두 개 곱해보면 $m(x^2-x)$ 와
 $n(x-x_1)$ 이 서로 같고요.

00:32:33.038 --> 00:32:40.732
그래서 mx^2-mx 와
 $nx-nx_1$ 이 서로 같네요?

00:32:40.832 --> 00:32:43.365
그러면 m 을 이쪽으로 넘겨볼까요?

00:32:43.465 --> 00:32:50.403
 $mx+nx$ 와 이것을 여기로 넘겨주면
 mx^2+nx_1 이 같습니다.

00:32:50.503 --> 00:32:55.340
그러면 여기서 우변을
 x 로 묶어줄 수가 있죠?

00:32:55.440 --> 00:32:58.071
 $(m+n)x$ 가 나오게 되고요.

00:32:58.171 --> 00:33:05.665

그래서 x 를 찾는다면 $m+n$ 분의 mx^2+nx^1 로 나오게 돼요.

00:33:05.765 --> 00:33:10.229
이게 바로 x 좌표를 나타내는
일반적인 공식이 되었어요.

00:33:10.329 --> 00:33:16.620
 $m+n$ 해주고 mx^2+nx^1 이
된다는 거예요.

00:33:16.720 --> 00:33:22.388
 x_1, x_2 를 $m:n$ 으로 내분한
걸 찾으려고 하잖아요?

00:33:22.488 --> 00:33:24.586
그러면 m 과 n 을 더해요.

00:33:24.686 --> 00:33:27.274
 m 과 n 을 더한 다음에 mx^2 죠?

00:33:27.374 --> 00:33:28.953
크로스로 곱해주세요.

00:33:29.053 --> 00:33:35.605
 x_1, x_2 를 $m:n$ 으로 내분하는
게 되니까 이렇게 곱해서 mx^2 ,

00:33:35.705 --> 00:33:38.024
이렇게 곱해서 nx^1 .

00:33:38.124 --> 00:33:41.605
두 개를 더하면 된다는
공식으로 나온 건데

00:33:41.705 --> 00:33:44.303
이것만 외우면 진짜 나중에
못 풀다고 했어요.

00:33:44.403 --> 00:33:47.450
내분점이 뭐였는지 어떻게
유도됐는지 알아야 되고요.

00:33:47.550 --> 00:33:51.188
지금 이거는 x_1 이
 x_2 보다 작을 때였는데

00:33:51.288 --> 00:33:54.772
그러면 만약에 x_2 가
 x_1 보다 작을 수도 있겠죠?

00:33:54.872 --> 00:33:59.564
그러면 이때는 여전히
 x 는 이 사이에 있으니까

00:33:59.664 --> 00:34:01.134
이런 식으로 나오게 되고

00:34:01.234 --> 00:34:05.964
여기서 절댓값이 빠져나오게
될 때 x_1 과 x 중에서

00:34:06.064 --> 00:34:08.897
x1이 더 크게 나오게 되죠?

00:34:08.997 --> 00:34:11.125
그래서 x1-x대,

00:34:11.225 --> 00:34:15.992
그다음에 x-x2에서는 이번에는
x가 더 크게 나오게 됩니다.

00:34:16.092 --> 00:34:19.258
그래서 이게 m:n이다,
라고 나오게 되는데

00:34:19.358 --> 00:34:22.765
아까 식이랑 이거 둘의
부호가 둘 다 바뀌었어요.

00:34:22.865 --> 00:34:26.084
그렇기 때문에 내항, 외항
곱해서 식 정리한다면

00:34:26.184 --> 00:34:28.422
어차피 같은 것으로 나오게 되겠죠.

00:34:28.522 --> 00:34:32.137
여기 마이너스를 한꺼번에
양쪽에 곱해줬다고 생각해보면

00:34:32.237 --> 00:34:34.042
아까랑 같은 식 나오기 때문에

00:34:34.142 --> 00:34:37.522
이것도 내항, 외항 곱
해서 정리를 해주게 되면

00:34:37.622 --> 00:34:41.701
똑같이 x좌표를
찾을 수 있도록 나옵니다.

00:34:41.801 --> 00:34:44.404
결론적으로 이 공식 외워주시고요.

00:34:44.504 --> 00:34:51.170
그런데 만약에 이 내분하는
상황에서 m과 n이 같다고 한다면

00:34:51.270 --> 00:34:54.114
P는 AB의 중점이 되겠죠.

00:34:54.214 --> 00:34:59.249
A가 있고 B가 있는데
여기에서 두 개를 내분했는데

00:34:59.349 --> 00:35:02.286
이거랑 이거랑 길이가 같아졌습니다.

00:35:02.386 --> 00:35:06.711
그렇다면 1:1
내분점이 되는 거예요.

00:35:06.811 --> 00:35:07.843
m과 n이 같다.

00:35:07.943 --> 00:35:09.759
3:3 내분점, 4:4 내분점.

00:35:09.859 --> 00:35:11.096
굳이 그렇게 쓸 필요 없죠?

00:35:11.196 --> 00:35:13.039
1:1 내분점이 되는 겁니다.

00:35:13.139 --> 00:35:18.323
그러면 x_1, x_2 를 1:1로
내분하는 거 어떻게 될까요?

00:35:18.423 --> 00:35:25.587
아까 우리 공식 $m+n$ 분의
 mx_2+nx_1 에 넣는다고 생각해 보면

00:35:25.687 --> 00:35:28.962
m과 n 자리에 1,
1을 넣으면 되잖아요?

00:35:29.062 --> 00:35:36.824
그래서 1+1분의 x_2+x_1 이 되기
때문에 2분의 x_1+x_2 가 돼요.

00:35:36.924 --> 00:35:37.473
중점.

00:35:37.573 --> 00:35:40.052
둘을 더한 다음에 반으로
나눠주면 돼요.

00:35:40.152 --> 00:35:41.407
정말 기억하기 쉽죠?

00:35:41.507 --> 00:35:42.899
그냥 더해서 반 나눈 것.

00:35:42.999 --> 00:35:45.947
두 점의 좌표의 평균,
이렇게 보시면 돼요.

00:35:46.047 --> 00:35:48.121
그러면 아까 우리가
풀었던 문제예요.

00:35:48.221 --> 00:35:50.584
제가 의미로 보여드려서 풀었었죠?

00:35:50.684 --> 00:35:56.207
A가 있고 B가 있을 때 3,
15니까 여기에 길이의 12가 되니까

00:35:56.307 --> 00:35:59.806
이거를 이렇게 나눠서 4,
4, 4 되도록 해서

00:35:59.906 --> 00:36:03.820

여기다 8을 더해서 11이 된다고
그렇게 이야기를 했었는데

00:36:03.920 --> 00:36:06.258

이거를 공식으로 한번 풀어본다면

00:36:06.358 --> 00:36:09.962

3, 15를 2:1로
내분했다는 거죠.

00:36:10.062 --> 00:36:18.795

그러면 공식에 대입했을 때 $m+n$ 이
 $2+1$ 분의 $mx2$, $2*15$.

00:36:18.895 --> 00:36:24.823

더하기 $nx1$,
 $1*3$ 해서 계산해보면

00:36:24.923 --> 00:36:27.581

3분의 33이 되니까 11이다.

00:36:27.681 --> 00:36:29.260

정말 똑같이 나오게 되죠?

00:36:29.360 --> 00:36:33.388

이런 식으로 공식을 이용해준다면
굳이 그림을 그리지 않고

00:36:33.488 --> 00:36:38.062

그때그때 어떻게 보면 기계적으로
그 좌표를 찾을 수 있게 돼요.

00:36:38.162 --> 00:36:38.922

외분점.

00:36:39.022 --> 00:36:40.906

아까 정의는 말씀드렸습니다.

00:36:41.006 --> 00:36:44.051

AB의 어디에 있다는
것만 다르다고요?

00:36:44.151 --> 00:36:48.647

내분점의 정의랑 다른 점이 연장선
위에 있는 점이라는 거예요.

00:36:48.747 --> 00:36:50.929

그래서 그걸 Q라고
이름을 지어봤을 때

00:36:51.029 --> 00:36:53.307

연장선 위에 있다는 것만 다르고

00:36:53.407 --> 00:36:59.554

A로부터의 거리와 B로부터의 거리가
 $m:n$ 이 된다는 것을 유지하고 있어요.

00:36:59.654 --> 00:37:03.048

아까 말씀드렸듯이 m 과 n 은
서로 달라야 된다고 했죠,

00:37:03.148 --> 00:37:04.269
모두 양수이고요.

00:37:04.369 --> 00:37:08.774
이랬을 때 Q 를 외분한다고
하고 외분점이라고 한다.

00:37:08.874 --> 00:37:15.278
그러면 A 로부터의 거리가 B 로부터의
거리보다 더 멀다고 하면

00:37:15.378 --> 00:37:19.037
당연히 A 에서 더 멀리
떨어져 있어야 되니까

00:37:19.137 --> 00:37:21.276
 Q 는 B 의 오른쪽에 있게 되겠죠?

00:37:21.376 --> 00:37:22.840
 m 이 n 보다 클 때.

00:37:22.940 --> 00:37:25.531
 m 이 n 보다 작을 때는
 A 에서 더 가까워요.

00:37:25.631 --> 00:37:31.699
그러니까 A 의 왼쪽으로
점이 위치하게 됩니다.

00:37:31.799 --> 00:37:34.718
 m 과 n 의 크기에 따라서
그림을 그려본다면

00:37:34.818 --> 00:37:38.385
이렇게 외분점의 위치가 선분의
왼쪽에 있을 수도 있고

00:37:38.485 --> 00:37:39.998
오른쪽에 있을 수도 있어요.

00:37:40.098 --> 00:37:42.377
그러면 이것도 한번
똑같은 점을 가지고

00:37:42.477 --> 00:37:45.988
우리가 외분하는 점의 좌표를
구한다고 생각해볼까요?

00:37:46.088 --> 00:37:49.797
 A 가 3, B 가 15.

00:37:49.897 --> 00:37:54.426
이렇게 되어있을 때 A , B 를
2:1로 외분한다 그랬어요.

00:37:54.526 --> 00:37:58.137
 A 에서부터의 거리가 2고
 B 에서부터의 거리가 1이거든요?

00:37:58.237 --> 00:38:00.453

그러면 A에서 더
멀리 떨어져 있죠?

00:38:00.553 --> 00:38:02.668
여기 오른쪽에 와 있을 거예요.

00:38:02.768 --> 00:38:07.086
그러면서 A에서부터의 거리가
성큼성큼 두 번 가고

00:38:07.186 --> 00:38:09.515
B에서부터의 거리가 한 번이 되니까

00:38:09.615 --> 00:38:13.645
이거랑 이거랑 같도록 하는
점의 좌표를 찾으시면 되겠죠.

00:38:13.745 --> 00:38:15.992
여기의 길이가 12입니다.

00:38:16.092 --> 00:38:22.974
그러면 B에서 12만큼 더 가서 나오게
되는 점의 좌표 27을 생각해본다면

00:38:23.074 --> 00:38:26.612
A에서부터 Q까지의
거리가 24가 되고

00:38:26.712 --> 00:38:31.152
B에서부터 Q까지의
거리가 12가 되니까

00:38:31.252 --> 00:38:39.378
AQ:BQ의 이 길이가
24:12가 되어서

00:38:39.478 --> 00:38:42.517
2:1이 된다고 이야기를
해줄 수가 있어요.

00:38:42.617 --> 00:38:46.191
그런데 이것도 2:1이니까
이렇게 쉽게 찾았지

00:38:46.291 --> 00:38:47.533
만약에 5:3.

00:38:47.633 --> 00:38:50.470
이런 거였으면 상당히 복잡해요.

00:38:50.570 --> 00:38:55.419
그렇기 때문에 애도 역시
공식화해보도록 하겠습니다.

00:38:55.519 --> 00:39:00.909
AB의 연장선 위의 점 Q에 대해서
어떤 상황을 생각해보냐면,

00:39:01.009 --> 00:39:07.255
 x_1 , x_2 이렇게 있고 x 가 여기
오른쪽에 있는 상황을 생각해볼게요.

00:39:07.355 --> 00:39:09.876
즉 m 이 n 보다 큰 경우가 되죠.

00:39:09.976 --> 00:39:11.457
그래서 $m:n$.

00:39:11.557 --> 00:39:15.751
내분점이 이런 식으로 나오게 된
경우에 대해서 생각을 해보겠습니다.

00:39:15.851 --> 00:39:17.800
그러면 A, B, Q .

00:39:17.900 --> 00:39:28.891
이런 식으로 될 때 $AQ:BQ$ 가
 $m:n$ 이 되는 거였어요.

00:39:28.991 --> 00:39:31.245
 AQ 의 길이는 어떻게 되죠?

00:39:31.345 --> 00:39:33.743
 x 에서 x_1 을 빼주면 되죠.

00:39:33.843 --> 00:39:36.964
절댓값 씌우고 그걸
꺼냈다 생각해보면

00:39:37.064 --> 00:39:42.134
이거의 좌표가 이거의 좌표보다
더 크니까 $x-x_1$ 이 되고요.

00:39:42.234 --> 00:39:46.872
 BQ 의 길이는 x 에서
 x_2 를 빼주면 되죠?

00:39:46.972 --> 00:39:48.892
이게 $m:n$ 입니다.

00:39:48.992 --> 00:39:54.539
그러면 지금 찾아야 되는 것은 또
역시 x 가 어떻게 되느냐예요.

00:39:54.639 --> 00:39:57.486
그래서 애를 방정식 정리해준 다음에

00:39:57.586 --> 00:40:00.338
 x 의 값을 구하는 걸
목표로 해주면 되겠죠?

00:40:00.438 --> 00:40:03.648
내항의 곱 나오고요.

00:40:03.748 --> 00:40:05.532
아예 전개해서 써볼게요.

00:40:05.632 --> 00:40:07.677
 $mx-mx_2$.

00:40:07.777 --> 00:40:11.427
외항의 곱 $nx-nx_1$,

서로 같죠?

00:40:11.527 --> 00:40:15.083

x끼리 모아주면 $mx-nx$.

00:40:15.183 --> 00:40:19.161

그다음에 $mx2-nx1$ 이라고 나와서

00:40:19.261 --> 00:40:23.076

여기서 $(n-n)$ 을

공통으로 가지고 있어요.

00:40:23.176 --> 00:40:25.442

그렇기 때문에 식이 이렇게 되고

00:40:25.542 --> 00:40:30.123

x만 구하려면 양변을

$m-n$ 으로 나눌 수 있나요?

00:40:30.223 --> 00:40:34.474

아까 외분점은 m 과 n 이 서로

다를 때만 정의된다고 했습니다.

00:40:34.574 --> 00:40:38.217

그래서 $m-n$ 이 0이 안 되니까

이런 식으로 나오게 되죠?

00:40:38.317 --> 00:40:41.160

아까 내분점과 굉장히

비슷하게 생겼는데

00:40:41.260 --> 00:40:43.741

여기가 마이너스라는 것만 달라요.

00:40:43.841 --> 00:40:49.495

$x1, x2$ 를 $m:n$ 으로

외분했다, 라고 한다면

00:40:49.595 --> 00:40:51.643

$m-n$ 해주고요.

00:40:51.743 --> 00:40:55.700

거기에 분모에 크로스로

곱하는 거죠?

00:40:55.800 --> 00:40:57.774

$mx2-nx1$.

00:40:57.874 --> 00:40:58.909

이렇게 해주면 돼요.

00:40:59.009 --> 00:41:03.170

m 에서 n 을 뺐으면 $mx2$ 에서

$nx1$ 을 뺀 거예요.

00:41:03.270 --> 00:41:09.482

만약에 여러분이 $n-m$ 을 했다 그러면

$nx1-mx2$ 를 해줘야 되겠죠,

00:41:09.582 --> 00:41:11.641

크로스로 곱하는 걸

애를 먼저 빼줘야겠죠?

00:41:11.741 --> 00:41:13.443
그래야 두 개가 같아지게 되겠죠?

00:41:13.543 --> 00:41:15.959
그래서 이렇게 기억하거나
이렇게 기억하는 건데

00:41:16.059 --> 00:41:18.342
이게 훨씬 더 일반적인 형태입니다.

00:41:18.442 --> 00:41:22.382
m에서 n을 빼주고 그러면
mx2를 먼저 쓰고

00:41:22.482 --> 00:41:24.515
그다음에 nx1을 빼는 거예요.

00:41:24.615 --> 00:41:28.351
참 인위적으로 외워야 되는
공식이긴 한데 그렇습니다.

00:41:28.451 --> 00:41:30.033
그래서 잘 외워주시고요.

00:41:30.133 --> 00:41:33.411
그다음에 이게 첫 번째
케이스로써 x1, x2, x.

00:41:33.538 --> 00:41:35.483
이런 식으로 간 걸 본 건데

00:41:35.583 --> 00:41:38.179
x가 이쪽에 있었을 수도 있잖아요.

00:41:38.279 --> 00:41:40.077
그때도 역시 마찬가지입니다.

00:41:40.177 --> 00:41:45.703
같은 방법으로 어쨌든 AQ:BQ가
m:n이 된다는 사실을 이용해서

00:41:45.803 --> 00:41:50.647
식을 정리해주면 x의 값 같이
이렇게 똑같이 나오게 돼요.

00:41:50.747 --> 00:41:53.513
그래서 항상 쓸 수
있는 공식입니다.

00:41:53.613 --> 00:41:57.225
그러면 이거를 또 역시
우리 공식으로 풀어볼까요?

00:41:57.325 --> 00:42:06.032
아까는 그림 그려서 했었는데
3, 15를 2:1로 외분한다고 한다면

00:42:06.132 --> 00:42:10.791
m-1, 2-1 해주고

2*15 하자는 거예요.

00:42:10.891 --> 00:42:14.968

그다음에 마이너스, 크로스
1*3 해서 빼주게 된다면

00:42:15.068 --> 00:42:16.577

27 바로 나오게 되죠?

00:42:16.677 --> 00:42:20.275

좀 전에 구했던 거랑 당연히
같은 결과가 나오게 됩니다.

00:42:20.375 --> 00:42:24.340

그러면 지금은 수직선상에서의
내분점, 외분점을 했어요.

00:42:24.440 --> 00:42:26.807

공식 유도하는 거 나름 힘들었는데

00:42:26.907 --> 00:42:29.235

이제 이거를 좌표평면에
가져가서 구하래요.

00:42:29.335 --> 00:42:32.539

그래서 결론부터 말씀을 드려볼까요?

00:42:32.639 --> 00:42:35.289

좌표평면 위에 두 점
A, B에 대해서

00:42:35.389 --> 00:42:38.659

A, B를 m:n으로
내분하는 점과 외분하는 점.

00:42:38.759 --> 00:42:40.228

정의는 똑같습니다.

00:42:40.328 --> 00:42:41.517

어떻게 될까요?

00:42:41.617 --> 00:42:46.062

선분 AB가 이렇게 있다고
한다면 내분하는 점은

00:42:46.162 --> 00:42:52.453

이 AB 상에 위치하면서 AB를
m:n으로 나눠주는 점이 돼요.

00:42:52.553 --> 00:42:55.400

외분하는 점은 어떻게
정의가 될까요?

00:42:55.500 --> 00:43:00.823

역시 좌표 평면상에서도 AB의
연장선을 생각할 수가 있잖아요.

00:43:00.923 --> 00:43:03.806

그 연장선상에 어떤 점이 존재해서

00:43:03.906 --> 00:43:06.008

여기서부터의 거리가 m 일 때

00:43:06.108 --> 00:43:09.279
여기서부터의 거리가 상대적으로
 n 정도가 되도록 하는

00:43:09.379 --> 00:43:12.175
그런 점의 좌표를 찾아주는 거예요.

00:43:12.275 --> 00:43:15.197
그래서 P 는 선분
 AB 상에 위치하고

00:43:15.297 --> 00:43:19.019
 Q 는 선분 AB 의 연장선상에
위치하게 됩니다.

00:43:19.119 --> 00:43:24.302
그렇게 되는 것인데 이 좌표는
그러면 어떻게 나올 것 같으세요?

00:43:24.402 --> 00:43:28.813
결론을 보니까 원래 두
점이 이렇게 잡혀있을 때

00:43:28.913 --> 00:43:31.009
이거 뭐 구한 거죠?

00:43:31.109 --> 00:43:34.752
 x 좌표끼리 내분점 구한 거예요.

00:43:34.852 --> 00:43:38.545
수직선상에서 $m:n$ 을
내분점 구한 거예요.

00:43:38.645 --> 00:43:43.712
이거는 보니까 $m+n$ 분의
 $my_2 + ny_1$ 이거든요?

00:43:43.812 --> 00:43:51.543
얘는 y 좌표끼리 $m:n$ 내분점을
또 구해주게 된 것이죠?

00:43:51.643 --> 00:43:53.698
외분점 어때요?

00:43:53.798 --> 00:43:56.271
 $m-n$ 분의 $mx_2 - nx_1$.

00:43:56.371 --> 00:43:59.229
 x 좌표끼리 구하고
 y 좌표끼리 구했어요.

00:43:59.329 --> 00:44:02.556
중점도 x 좌표끼리
 y 좌표끼리 구했어요.

00:44:02.656 --> 00:44:03.488
이래도 되나요?

00:44:03.588 --> 00:44:05.606

이렇게 정말 나오나요?

00:44:05.706 --> 00:44:09.243

그 답은 답음에 있습니다.

00:44:09.343 --> 00:44:11.576

왜 그럴까 한번 생각해 보세요.

00:44:11.676 --> 00:44:14.573

아까 우리 두 점 사이의
거리 구할 때도

00:44:14.673 --> 00:44:20.074

사실 평면에서 있는 일을
수직선에 내려서 생각을 했어요.

00:44:20.174 --> 00:44:23.339

AB의 거리 구할 때 어떻게
했는지 기억하시죠?

00:44:23.439 --> 00:44:25.668

애 제곱 더하기 이거 제곱했잖아요.

00:44:25.768 --> 00:44:29.067

그러면 좌표 평면상의
거리를 구하기 위해서

00:44:29.167 --> 00:44:31.712

여기의 거리는 수직선상에서

00:44:31.812 --> 00:44:35.943

애를 수직선에 내린
이 두 점 상의 거리와 같으니까

00:44:36.043 --> 00:44:38.581

그래서 절댓값 $x_1 - x_2$ 다.

00:44:38.681 --> 00:44:42.626

마찬가지로 이것을 여기
수직선상에 내려서 생각했을 때

00:44:42.726 --> 00:44:46.442

여기 거리가 $y_1 - y_2$ 에
절댓값 씌운 것이 되니까

00:44:46.542 --> 00:44:50.674

이것도 절댓값 $y_1 - y_2$ 가
된다, 라는 방식으로

00:44:50.774 --> 00:44:54.492

여기 점 사이에 거리를 구했거든요?

00:44:54.592 --> 00:44:59.887

그러면 이때도 마찬가지로 뭔가
선분의 내분점을 구했고 싶은데

00:44:59.987 --> 00:45:05.397

이 좌표 평면에서는 아까 유도했던
방식으로 구하려고 한다면

00:45:05.497 --> 00:45:10.609

AP의 거리와 BP의 거리가
m:n이 되도록 한다는 걸 쓸 때

00:45:10.709 --> 00:45:12.453
식이 엄청 복잡하게 나와요.

00:45:12.553 --> 00:45:14.579
막 제공하고 난리가 나잖아요.

00:45:14.679 --> 00:45:19.037
그런데 이거를 한번 x축에다
내려놓고 생각을 하는 거예요.

00:45:19.137 --> 00:45:21.549
A에서 x축의 수선의
발을 내리고요.

00:45:21.649 --> 00:45:24.868
B에서 x축의 수선의 발을
내렸다고 생각을 해볼게요.

00:45:24.968 --> 00:45:31.533
그리고 나의 시야를 이제 이 수직선에
한정 지어서 생각을 해줍니다.

00:45:31.633 --> 00:45:33.684
A에서 수선의 발을 그었어요.

00:45:33.784 --> 00:45:39.695
그러면 이 수직선상에서 위치하는
A의 x좌표는 x_1 이 되죠.

00:45:39.795 --> 00:45:42.430
여기 B에 수선의 발을 그었어요.

00:45:42.530 --> 00:45:45.993
그러면 이 수직선상에 있는
x좌표가 x_2 가 돼요.

00:45:46.093 --> 00:45:49.190
원래는 평면이었지만 잠시
여기만 바라보자는 거예요.

00:45:49.290 --> 00:45:53.838
평면은 2차원 어려우니까 내려서
1차원의 세상에서 바라본다면

00:45:53.938 --> 00:45:58.464
y는 없다고 생각할 수 있고 x_1 만
내려오고 x_2 만 내려왔잖아요.

00:45:58.564 --> 00:46:00.981
그리고 $P(x, y)$ 를 구하고 싶은데

00:46:01.081 --> 00:46:04.414
P도 그냥 1차원에
내려서 생각을 해준다면

00:46:04.514 --> 00:46:09.123
여기에 점 x좌표만 내려오게
되는데 B가 m:n이었어요.

00:46:09.223 --> 00:46:11.978

나 이거 수직, 수직,
수직 되게 만들었거든요?

00:46:12.078 --> 00:46:14.502

그러면 이거 세 개의
평행선 아닌가요?

00:46:14.602 --> 00:46:20.345

세 개의 평행선에서 우리 지난 시간에
중학교 도형 정리를 해줄 때

00:46:20.445 --> 00:46:22.284

이렇게 세 개의 평행선 있다.

00:46:22.384 --> 00:46:25.145

평행, 평행, 평행한
것이 있다고 한다면

00:46:25.245 --> 00:46:33.623

여기가 ab 고 여기가 $a'b'$ 일 때 $a:b$ 가
 $a':b'$ 과 같아진다고 했습니다.

00:46:33.723 --> 00:46:35.163

여기는 $m:n$ 이죠?

00:46:35.263 --> 00:46:37.007

여기도 $m:n$ 이 되는 거예요.

00:46:37.107 --> 00:46:42.304

즉 x 는 어떤 점이냐, x_1 , x_2 의
 $m:n$ 내분점이 되는 거죠.

00:46:42.404 --> 00:46:46.713

그래서 이 x 좌표가 이거 둘을
가지고 x 좌표를 찾으면 돼요.

00:46:46.813 --> 00:46:48.410

y 좌표도 마찬가지로.

00:46:48.510 --> 00:46:52.834

이렇게 수선의 발 내렸을 때
 $m:n$ 이면 $m:n$ 이 되는 거예요.

00:46:52.934 --> 00:46:57.748

그래서 y 좌표끼리 $m:n$
내분점을 구해준다면

00:46:57.848 --> 00:47:00.902

그것이 바로 P 에
 y 좌표가 되는 것이죠.

00:47:01.002 --> 00:47:03.603

어때요?
생각보다 굉장히 쉽게 나오죠?

00:47:03.703 --> 00:47:06.255

그래서 이 그림을
체계적으로 그려놓은 것이

00:47:06.355 --> 00:47:08.398
여기 여러분 교재에 있습니다.

00:47:08.498 --> 00:47:10.423
P의 x 좌표를 구하고 싶을 때

00:47:10.523 --> 00:47:13.666
이렇게 수직선상에 내려놓고
생각을 하자는 거예요.

00:47:13.766 --> 00:47:17.381
이 수직선의 세계에서
본다면 x_1 과 x_2 에,

00:47:17.481 --> 00:47:21.845
여기가 $m:n$ 이면 $m:n$
내분점이 바로 x 좌표가 되니까

00:47:21.945 --> 00:47:24.975
그게 그대로 P에 x 좌표로
올라가게 되는 것이고

00:47:25.075 --> 00:47:27.313
마찬가지로 y_1, y_2 .

00:47:27.413 --> 00:47:30.686
여기 이 y 축
수직선상에서 생각했을 때

00:47:30.786 --> 00:47:36.040
여기가 $m:n$ 이 되니까 y 에 그
좌표는 y_1, y_2 를 가지고

00:47:36.140 --> 00:47:39.065
 $m:n$ 내분점을 구한 것과
같아지게 되는 것이죠.

00:47:39.165 --> 00:47:41.193
외분점도 마찬가지입니다.

00:47:41.293 --> 00:47:47.376
외분점도 이렇게 구하고
싶을 때 A가 있고 B가 있고

00:47:47.476 --> 00:47:50.506
이거를 x 축에 내리면
 x 좌표가 x_1 ,

00:47:50.606 --> 00:47:53.689
여기 또 x 축에 내리면
 x 좌표의 x_2 가 되고

00:47:53.789 --> 00:48:00.077
여기서 또 x 축에 수선의
발을 내리면 x 가 되는데

00:48:00.177 --> 00:48:05.109
이때 애를 A',
이거를 B', Q'.

00:48:05.209 --> 00:48:17.437

이렇게 놓고 봤을 때 AB:BQ와
 $A'B':B'Q'$ 이 같은 거예요.

00:48:17.537 --> 00:48:20.974
내가 원래 찾고자 하는
것은 AQ:BQ죠?

00:48:21.074 --> 00:48:28.034
AQ:BQ와 $A'Q':B'Q'$ 이
서로 같아지게 된다는 거죠.

00:48:28.134 --> 00:48:31.774
여기가 m:n이면 이것도
m:n이 됩니다.

00:48:31.874 --> 00:48:38.119
그렇기 때문에 우리가 원래 여기서의
외분점의 좌표를 구하고 싶었는데

00:48:38.219 --> 00:48:42.454
여기 수직선상에서의 외분점의
좌표를 구하는 방법을

00:48:42.554 --> 00:48:43.997
그대로 적용을 시켜서

00:48:44.097 --> 00:48:50.744
이 x의 좌표가 m-n분의
 $mx_2 - nx_1$ 로 나오게 되는 것이고

00:48:50.844 --> 00:48:54.154
이 x좌표를 그대로 Q에서
공유하게 되기 때문에

00:48:54.254 --> 00:48:59.961
이런 식으로 이 A, B에
x좌표끼리의 외분점의 좌표 구하고

00:49:00.061 --> 00:49:02.941
y좌표끼리 외분점의 좌표를
구하면 되는 것이예요.

00:49:03.041 --> 00:49:04.913
그래서 아까와 같은
결과가 나왔습니다.

00:49:05.013 --> 00:49:08.555
그러면 이제 한번 이것을
구해보도록 할게요.

00:49:08.655 --> 00:49:10.251
A, B를 이었습니다.

00:49:10.351 --> 00:49:12.948
좌표 평면에 A가 있고 B가 있는데

00:49:13.048 --> 00:49:16.562
이것을 2:1로 내분하는
점이 P가 있고

00:49:16.662 --> 00:49:20.537

2:1로 외분하는 점이라고 한다면
저 바깥에 위치하게 되겠죠?

00:49:20.637 --> 00:49:23.204
처음 보는 거니까 좌표
평면을 좀 그려드릴까요?

00:49:23.304 --> 00:49:25.225
A가 (1, 2)로 되어있고요.

00:49:25.325 --> 00:49:26.776
B가 (4, -1).

00:49:26.876 --> 00:49:30.332
이런 식으로 되어있을 때 그림은
사실 굳이 안 그려도 됩니다,

00:49:30.432 --> 00:49:31.575
공식을 잘 외웠다면.

00:49:31.675 --> 00:49:37.210
A에서부터의 거리가 2,
B에서부터의 거리가 1이 되도록

00:49:37.310 --> 00:49:39.342
내분하는 점을 P라고 한 것이고

00:49:39.442 --> 00:49:44.198
2:1로 외분했으니까 A에서부터의
거리가 더 멀리 위치하게 되겠죠?

00:49:44.298 --> 00:49:48.867
여기가 2:1 되도록 하는
점의 좌표 Q를 찾아서

00:49:48.967 --> 00:49:51.804
다시 PQ의 중점까지
구해보자는 거예요.

00:49:51.904 --> 00:49:54.501
그러면 이제 차분하게 어떻게
계산을 해줄 거냐면,

00:49:54.601 --> 00:49:56.501
A가 1, 2.

00:49:56.601 --> 00:50:03.553
B가 4, -1이고 이걸 2:1로
내분하고 외분하고 싶죠.

00:50:03.653 --> 00:50:05.515
외분할 때 어떻게 한다고요?

00:50:05.615 --> 00:50:08.849
x좌표끼리의 내분점을
먼저 구합니다.

00:50:08.949 --> 00:50:10.335
2+1이었어요.

00:50:10.435 --> 00:50:13.246

2+1분의 크로스로 곱했죠?

00:50:13.346 --> 00:50:14.586
2*4.

00:50:14.686 --> 00:50:16.945
그리고 1*1.

00:50:17.045 --> 00:50:19.906
두 개를 더해준 것이 내분점이었죠.

00:50:20.006 --> 00:50:27.383
그리고 y좌표끼리 또 역시
2+1분의 2*-1이 되겠죠?

00:50:27.483 --> 00:50:30.880
그다음에 더하기 여기서
2*1 해주게 돼요.

00:50:30.980 --> 00:50:36.434
그러면 여기는 3분의 9가 되니까
x좌표가 3이 나오게 되고

00:50:36.534 --> 00:50:38.779
y 좌표는 0으로 나오게 되겠죠?

00:50:38.879 --> 00:50:39.962
(3, 0).

00:50:40.062 --> 00:50:41.576
이것이 내분점이 되고요.

00:50:41.676 --> 00:50:44.203
외분점은 2-1로 가죠?

00:50:44.303 --> 00:50:49.319
그리고 역시 크로스로 가서 2*4에서
빼기 1*1을 하게 되죠?

00:50:49.419 --> 00:50:56.997
y좌표 2-1에 2(-1)해서
2*1해준 것 빼주게 된다면

00:50:57.097 --> 00:50:58.673
분모는 모두 1이에요.

00:50:58.773 --> 00:51:01.861
그래서 분자끼리 계산했을 때
여기서 7 나오게 되고

00:51:01.961 --> 00:51:04.058
여기서는 -4가 나오죠.

00:51:04.158 --> 00:51:07.208
이제 둘의 중점을
구해주자고 했어요.

00:51:07.308 --> 00:51:11.275
중점은 1:1 내분점이니까
단순하게 둘을 더해서

00:51:11.375 --> 00:51:12.950
2로 나눠주면 된다고 했죠?

00:51:13.050 --> 00:51:18.201
2분의 $3+7$, 2분의
0-4 해서 계산을 해주면

00:51:18.301 --> 00:51:22.536
(5, -2)로 나오게 되겠습니다.

00:51:22.636 --> 00:51:26.212
그래서 이렇게 중점까지
잘 찾아주었어요.

00:51:26.312 --> 00:51:30.469
이번에는 약간 어려울 수도
있는 문제를 볼 건데

00:51:30.569 --> 00:51:32.905
A, B, C가 그림이
잘 보이시나요?

00:51:33.005 --> 00:51:34.400
그림이 많이 뭉개졌네요.

00:51:34.500 --> 00:51:37.254
A, B, C 꼭짓점으로
하는 삼각형이 있어요.

00:51:37.354 --> 00:51:39.937
각각의 좌표가 주어져 있고요.

00:51:40.037 --> 00:51:47.119
A가 (1, 5), B가 (-4, -7),
C가 (5, 2)라고 되어있습니다.

00:51:47.219 --> 00:51:50.369
 $\angle A$ 에 이등분선이 나왔어요.

00:51:50.469 --> 00:51:53.606
삼각형의 맥락에서
이등분선이 나왔습니다.

00:51:53.706 --> 00:51:57.719
제가 14강에서 증명까지
굉장히 열심히 해드렸어요.

00:51:57.819 --> 00:52:03.231
AB에 이 각이 이등분선이 BC와
만나는 점을 D라고 할 때

00:52:03.331 --> 00:52:05.120
D의 좌표를 구하여라, 라고 했는데

00:52:05.220 --> 00:52:08.576
증명까지 해가면서 뭘 그렇게
열심히 보여드렸었죠?

00:52:08.676 --> 00:52:11.803
삼각형의 맥락에서 각의
이등분선이 나올 때

00:52:11.903 --> 00:52:15.190

성립하는 굉장히 유명한
비례식이 있었어요.

00:52:15.290 --> 00:52:18.943

AB:AC가 뭐랑 같나요?

00:52:19.043 --> 00:52:21.507

BD:DC랑 같습니다.

00:52:21.607 --> 00:52:25.434

왜 그런지 궁금한 학생 중
14강 혹시 안 보셨다면

00:52:25.534 --> 00:52:27.891

다시 한번 확인을 해보세요.

00:52:27.991 --> 00:52:32.976

그러면 AB:AC가, 그냥
제가 이거 문제 읽지 않고

00:52:33.076 --> 00:52:35.028

무조건 반사적으로 이걸 쓴 거예요.

00:52:35.128 --> 00:52:37.015

사실 각의 이등분선이
삼각형에서 나오면

00:52:37.157 --> 00:52:39.068

일단 이거부터 쓰고 시작하세요.

00:52:39.168 --> 00:52:42.573

그러면 이제 이 문제를 푸는 데
어떻게 도움이 될 수 있을까

00:52:42.673 --> 00:52:46.369

한번 보고 어떤 도움이 될 수
있을지 생각을 해보시겠어요?

00:52:46.469 --> 00:52:48.460

나는 D에 좌표를 구하고 싶죠?

00:52:48.560 --> 00:52:51.825

그런데 B에서부터 D까지의 거리와

00:52:51.925 --> 00:52:56.433

C에서부터 D까지의 거리가
해대 해와 같다는 거예요.

00:52:56.533 --> 00:53:00.241

그런데 AB의 길이
우리 구할 수 있죠,

00:53:00.341 --> 00:53:02.302

점과 점 사이 거리 공식 이용해서.

00:53:02.402 --> 00:53:05.066

A하고 C 사이의 거리도
구할 수가 있죠?

00:53:05.166 --> 00:53:09.975
그렇기 때문에 이 BD:DC의 값을
찾아낼 수가 있다는 것입니다.

00:53:10.075 --> 00:53:12.517
AB의 길이를 한번 구해볼까요?

00:53:12.617 --> 00:53:15.125
점과 점 사이의 거리 공식 이용해서

00:53:15.225 --> 00:53:22.277
 $(1-(-4))^2 + (5-(-7))^2$
해주게 되면

00:53:22.452 --> 00:53:26.850
5의 제곱 25와 12의
제곱 144를 더하게 되니까

00:53:26.875 --> 00:53:30.728
 $\sqrt{169}$ 가 되어서 13으로
뚝 떨어지게 되죠?

00:53:30.828 --> 00:53:37.913
AC의 길이를 구해주게 되면
 $\sqrt{(1-5)^2 + (5-2)^2}$ 해서

00:53:38.013 --> 00:53:41.249
16과 9를 더해서
 $\sqrt{25}$ 니까 5가 돼요.

00:53:41.349 --> 00:53:43.120
13:5라는 거예요.

00:53:43.220 --> 00:53:45.740
BD:DC가 13:5입니다.

00:53:45.840 --> 00:53:48.321
그런데 D가 어디에 위치하죠?

00:53:48.421 --> 00:53:51.061
바로 BC 선분 위에 위치해요.

00:53:51.161 --> 00:53:59.346
D는 BC 선분 내에 위치하게
되는데 13:5입니다.

00:53:59.446 --> 00:54:04.659
그렇기 때문에 D는 선분
BC의 몇 대 몇 내분점?

00:54:04.759 --> 00:54:08.599
13:5 내분점이라고
해줄 수가 있는 거예요.

00:54:08.699 --> 00:54:13.039
굉장히 복잡해 보였는데 그냥 내분점
문제로 바뀌게 되었습니다.

00:54:13.139 --> 00:54:18.022
그러면 B는 (-4, -7)이었고요.

00:54:18.122 --> 00:54:20.379
C는 (5, 2)예요.

00:54:20.479 --> 00:54:23.916
이거의 13:5
내분점을 구하는 거니까

00:54:24.016 --> 00:54:27.860
일단 $m+n$ 인 $13+5$ 써주게 되고

00:54:27.960 --> 00:54:32.819
크로스로 곱해보면 $65-20$ 해서 45 나오죠?

00:54:32.919 --> 00:54:37.563
그리고 y좌표 구해보면
 $13+5$ 분의,

00:54:37.663 --> 00:54:55.631
이번에는 13×2 해서 26 나오고 $5 \times (-7)$ 을 해서 -35가 나오게 되죠?

00:54:55.731 --> 00:54:56.783
이렇게 됩니다.

00:54:56.883 --> 00:55:01.454
그러면 18분의 45니까
x좌표는 2분의 5가 되겠죠?

00:55:01.554 --> 00:55:06.607
그다음에 y좌표는 18분의 -9가
되기 때문에 -2분의 1이 되네요.

00:55:06.707 --> 00:55:10.585
그래서 D의 좌표는 (2분의
5, -2분의 1)이 된다고

00:55:10.685 --> 00:55:12.800
비교적 간단하게 구할 수 있어요.

00:55:12.900 --> 00:55:15.152
삼각형에서 각의 이등분선이 나온다,

00:55:15.252 --> 00:55:18.081
도형의 방정식에 거의 이런
식으로 많이 사용돼요.

00:55:18.181 --> 00:55:19.786
그래서 잘 알아두시고요.

00:55:19.886 --> 00:55:22.009
이번에는 이런 상황의 문제.

00:55:22.109 --> 00:55:25.320
예제 5번을 개념 5 하기
전에 먼저 한번 풀어볼게요.

00:55:25.420 --> 00:55:29.899
 $\triangle ABC$ 의 세 꼭짓점에
대해서 삼각형이 있습니다.

00:55:29.999 --> 00:55:37.615
좌표 평면상에 A가 (2, -1),

B가 (3, 6), C가 (4, 1).

00:55:37.715 --> 00:55:40.678
이런 식으로 있어요.

00:55:40.778 --> 00:55:45.480
그럴 때 삼각형을
애네가 이루고 있죠?

00:55:45.580 --> 00:55:48.548
BC의 중점을 m이라고 했습니다.

00:55:48.648 --> 00:55:51.094
BC의 중점 m 우리
구할 수 있겠죠?

00:55:51.194 --> 00:55:52.731
어떻게 구하면 되죠?

00:55:52.831 --> 00:55:56.607
B가 3, 6이고
C가 4, 1이에요.

00:55:56.707 --> 00:55:59.332
그러면 애의 중점을 구한다면

00:55:59.432 --> 00:56:03.801
2분의 3+4, 2분의 6+1.

00:56:03.901 --> 00:56:09.373
이렇게 해서 (2분의 7, 2분의 7)이
된다고 구해줄 수 있는데

00:56:09.473 --> 00:56:10.903
뭘 찾으라고 했냐면,

00:56:11.003 --> 00:56:15.200
AM의 2:1 내분점을
구하라고 했어요.

00:56:15.300 --> 00:56:19.163
AM의 2:1 내분점을 구한다면

00:56:19.263 --> 00:56:26.198
A의 좌표가 (2, -1)이고 M의
좌표가 (2분의 7, 2분의 7)

00:56:26.298 --> 00:56:28.357
이렇게 나오게 되었으니까

00:56:28.457 --> 00:56:33.567
이거를 2:1로 내분한다면
2+1 일단 가죠?

00:56:33.667 --> 00:56:38.072
2+1분의 2 곱하기
이거 해줍니다.

00:56:38.172 --> 00:56:42.323
2*2분의 7 더하기 1*2.

00:56:42.423 --> 00:56:48.947
그다음에 2+1분의 2 곱하기 또
역시 2분의 7을 여기서 하게 되고

00:56:49.047 --> 00:56:54.810
그다음에 더하기 $1 \times (-1)$ 이니까
-1을 하게 되겠죠.

00:56:54.910 --> 00:56:58.713
그러면 애는 3분의 7+2해서 9.

00:56:58.813 --> 00:57:09.152
그리고 3분의 7-1
해서 6이 나오게 되죠?

00:57:09.252 --> 00:57:12.936
그래서 값을 구해본다면
(3, 2)로 나오게 돼요.

00:57:13.036 --> 00:57:15.427
그냥 시키는 대로 열심히
계산을 해봤는데

00:57:15.527 --> 00:57:17.951
혹시 여러분, 계산하는 과정에서

00:57:18.051 --> 00:57:22.437
이 점이 무슨 좌표일지
혹시 예상되셨나요?

00:57:22.537 --> 00:57:30.407
삼각형에서 밑변의 중점에 한
꼭짓점에서 선분을 그었습니다.

00:57:30.507 --> 00:57:33.131
그런데 그걸 2:1로 내보냈어요.

00:57:33.231 --> 00:57:35.274
여기가 2:1이 되었습니다.

00:57:35.374 --> 00:57:37.657
이거 무슨 점인가요?

00:57:37.757 --> 00:57:38.966
무게중심이죠.

00:57:39.066 --> 00:57:41.153
무게중심의 성질 제가
너무너무 중요해요,

00:57:41.253 --> 00:57:43.143
막 이러면서 14강에서
말씀드렸었죠?

00:57:43.243 --> 00:57:44.403
2:1입니다.

00:57:44.503 --> 00:57:46.306
그러면 무게중심이에요.

00:57:46.406 --> 00:57:50.524

이렇게 지금 여기에서 구하게 된
것은 무게중심의 좌표고요.

00:57:50.624 --> 00:57:52.862
지금 했던 이 방법 그대로 사용해서

00:57:52.962 --> 00:57:55.060
우리가 좌표평면상에 존재하는

00:57:55.160 --> 00:57:58.510
삼각형의 무게중심의 좌표를
그대로 찾아줄 수가 있어요.

00:57:58.610 --> 00:58:03.994
결론적으로 보자면 3분의 $x_1+x_2+x_3$,
3분의 $y_1+y_2+y_3$.

00:58:04.094 --> 00:58:07.248
굉장히 그럴듯하지 않나요,
무게중심의 좌표라고 하기에?

00:58:07.348 --> 00:58:11.404
아까 중점 같은 경우에 두 개의
점을 더해서 나누기 2 했었잖아요.

00:58:11.504 --> 00:58:15.793
무게중심 같은 경우 셋을 더한 다음에
3으로 나눠주면 된다는 것입니다.

00:58:15.893 --> 00:58:17.867
애를 어떻게 유도할 해주느냐,

00:58:17.967 --> 00:58:25.909
BC의 중점을 m이라고 했을 때 이
m의 좌표는 2분의 x_2+x_3 ,

00:58:26.009 --> 00:58:28.847
2분의 y_2+y_3 으로 나오게 되죠?

00:58:28.947 --> 00:58:38.758
그것과 이 BC의 중점 M에 대해서 G는
AM의 2:1 내분점이 된다는 거예요.

00:58:38.858 --> 00:58:43.096
그러면 A의 좌표가
(x_1, y_1)이고

00:58:43.196 --> 00:58:49.756
M의 좌표가 (2분의 x_2+y_3 , 2분의
 y_2+y_3)으로 나오게 되기 때문에

00:58:49.856 --> 00:58:52.500
여기에서 2:1 내분점의
좌표를 구한다면

00:58:52.600 --> 00:58:58.851
2+1 가고 크로스로 곱해서 2*2분의
 x_2 더하기 x_3 해주게 되고

00:58:58.951 --> 00:59:02.145
그다음에 $1*x_1$ 을 하게 되죠.

00:59:02.245 --> 00:59:12.834
마찬가지로 $2+1$ 분의 $2*2$ 분의 y_2+y_3
나오게 되고 $1*y_1$ 이니까 $+y_1$.

00:59:12.934 --> 00:59:16.605
이렇게 내분점 공식에 그대로
대입을 해준 거예요.

00:59:16.705 --> 00:59:22.790
정리해주면 $\frac{3}{4}$ 분의 $x_1+x_2+x_3$, $\frac{3}{4}$ 분의
 $y_1+y_2+y_3$ 으로 나오게 됩니다.

00:59:22.890 --> 00:59:25.342
그래서 무게중심의 좌표를
이렇게 찾았어요.

00:59:25.442 --> 00:59:28.817
그러면 $\triangle ABC$ 의 두 꼭짓점
A, B가 나와 있고

00:59:28.917 --> 00:59:30.633
무게중심의 좌표가 나와 있습니다.

00:59:30.733 --> 00:59:35.670
C의 좌표를 (a, b)라고 한다면 이
4라는 x좌표가 어떻게 나온 거죠?

00:59:35.770 --> 00:59:39.355
 $\frac{3}{4}$ 분의 $5+3+a$ 로 나오게 되고요.

00:59:39.455 --> 00:59:44.778
이 y좌표인 3은 $\frac{3}{4}$ 분의
 $1+6+b$ 가 되는 거예요.

00:59:44.878 --> 00:59:48.663
그래서 a를 찾아준다면 그냥
바로 4로 나오게 되겠죠?

00:59:48.763 --> 00:59:52.525
b를 찾아준다면 $\frac{3}{4}$ 분의
9가 3이 되는 것이니까

00:59:52.625 --> 00:59:54.173
b의 값이 2가 되겠죠?

00:59:54.273 --> 00:59:57.672
그래서 c의 좌표는 (4, 2)
였다는 것을 알 수가 있고요.

00:59:57.772 --> 00:59:59.193
이 삼각형의 무게중심은

00:59:59.293 --> 01:00:02.167
또 이 점과 점 사이의
거리 맥락이라든지

01:00:02.267 --> 01:00:03.764
이런 데서 재미있게 활용이 돼요.

01:00:03.864 --> 01:00:07.140

그거는 개념확인 문제를
같이 풀어보면서

01:00:07.240 --> 01:00:08.849
또 확인을 할 수 있거든요.

01:00:08.949 --> 01:00:10.930
개념 확인 문제 미리 풀어보시고요.

01:00:11.030 --> 01:00:14.738
그러면 이제 저와 함께
살펴보도록 하겠습니다.

01:00:16.049 --> 01:00:20.670
15-1번에서는 세 점을 꼭짓점으로
하는 삼각형을 생각하는데

01:00:20.770 --> 01:00:24.424
AC와 BC가 같은 이등변삼각형이
된다고 했습니다.

01:00:24.524 --> 01:00:27.374
그러면 우리 점과 점
사이의 거리를 이용해서

01:00:27.474 --> 01:00:31.067
AC하고 BC하고 같아지도록
해주면 되겠네요.

01:00:31.167 --> 01:00:33.928
두 개가 같다고 한다면
우리 계산하기 편하게

01:00:34.028 --> 01:00:37.241
각각을 제공한 것이
같다고 해도 상관없죠?

01:00:37.341 --> 01:00:39.844
그러면 AC^2 이 어떻게 나오는지

01:00:39.944 --> 01:00:44.259
그 두 점 사이의 거리 공식을
이용해서 적어보면 이렇게 되고요.

01:00:44.359 --> 01:00:50.774
그다음에 BC^2 은
 $(2-a)^2 + (4-0)^2$ 이 됩니다.

01:00:50.874 --> 01:00:54.376
그래서 둘이 같다는 방정식을
그냥 풀어주면 되는 거죠.

01:00:54.476 --> 01:00:56.503
그러면 이거는 전개했을 때

01:00:56.603 --> 01:01:01.147
 $a^2 - 2a$ 더하기 1과 여기
1을 더해서 2가 되고요.

01:01:01.247 --> 01:01:06.500
여기서는 $a^2 - 4a$ 그다음에 더하기

4와 여기서 16이 나오니까

01:01:06.600 --> 01:01:07.742
+20되죠?

01:01:07.842 --> 01:01:09.780
 a^2 , a^2 없어지고요.

01:01:09.880 --> 01:01:14.228
남기면 $2a$ 가 이거 넘어와서
18 나오게 되니까

01:01:14.328 --> 01:01:16.232
 a 의 값은 9로 나오게 됩니다.

01:01:16.332 --> 01:01:18.479
그래서 답은 4번이 되고요.

01:01:18.579 --> 01:01:23.932
이거는 수직선 위에 일정한
간격으로 7개의 점을 찍어놨어요.

01:01:24.032 --> 01:01:25.524
제가 참 좋아하는 문제인데.

01:01:25.624 --> 01:01:29.034
그래서 굉장히 예전 문제임에도
불구하고 들고 왔어요.

01:01:29.134 --> 01:01:32.087
이제 최근 문제들로 되도록이면
구성을 하려고 하지만.

01:01:32.187 --> 01:01:37.218
이 문제가 좋은 이유가 여러분이
자꾸 내분점, 외분점을 배우고 나면

01:01:37.318 --> 01:01:42.111
그 외분점, 내분점이라는
것을 구하라고 할 때

01:01:42.211 --> 01:01:44.158
계산을 해서 공식에 넣어서

01:01:44.258 --> 01:01:47.350
그냥 값만 탁탁 나오도록
하는 경우가 많아서

01:01:47.450 --> 01:01:51.038
내분점과 외분점이 무엇을
의미하는 거였었나,

01:01:51.138 --> 01:01:53.810
그 정의를 자꾸 잊어버리는
경우가 많아요.

01:01:53.910 --> 01:01:57.472
그런데 내분점과 외분점,
차이점도 그렇고요.

01:01:57.572 --> 01:02:00.691

그 정의가 어떤 것이었는지를
정확히 알고 있어야지만

01:02:00.791 --> 01:02:04.057
왜 그런 공식이 나오게 되었고
이걸 내가 왜 구하고 있는가,

01:02:04.157 --> 01:02:06.192
그런 생각을 하실 수가 있겠죠?

01:02:06.292 --> 01:02:11.627
그래서 각각 외분하는 점,
내분하는 점을 공식 없이

01:02:11.727 --> 01:02:14.771
그 정의를 이용해서 한번
찾아보도록 하겠습니다.

01:02:14.871 --> 01:02:15.661
AC.

01:02:15.761 --> 01:02:19.002
선분 AC를 3:1로
외분하는 점이라고 했어요.

01:02:19.102 --> 01:02:21.135
외분하는 점이라고 한다면

01:02:21.235 --> 01:02:25.718
이거는 선분 AC의 연장선에
위치하게 되는 거죠.

01:02:25.818 --> 01:02:27.932
연장선에 위치하게 되고요.

01:02:28.032 --> 01:02:32.054
그러면서 3:1이라고 했는데
A로부터의 거리가 3이고

01:02:32.154 --> 01:02:33.891
C로부터의 거리가 1인 거예요.

01:02:33.991 --> 01:02:36.040
A에서 더 멀리 떨어져 있습니다.

01:02:36.140 --> 01:02:39.733
여기 AC가 있는데
A에서부터의 거리가 3만큼,

01:02:39.833 --> 01:02:44.632
C에서는 1만큼이니까 C의
오른쪽에 위치하게 되겠죠?

01:02:44.732 --> 01:02:50.050
그러면 A에서 3 떨어져 있고 C에서는
1만큼 떨어져 있는 점을 잡는다면

01:02:50.150 --> 01:02:51.460
어디라고 할 수 있을까요?

01:02:51.560 --> 01:02:54.585

여기가 지금 7개의 점이 다
같은 간격이라고 했어요.

01:02:54.685 --> 01:02:58.750
D를 본다면 A에서부터
D까지의 거리가 3,

01:02:58.850 --> 01:03:02.679
D에서부터 C까지의 거리는
1만큼 나오게 되죠.

01:03:02.779 --> 01:03:04.869
애는 세 칸, 이거는 한 칸이니까.

01:03:04.969 --> 01:03:07.898
그래서 외분하는 점 D라고
할 수가 있어요.

01:03:07.998 --> 01:03:10.892
만약에 내분점이라면
어디에 위치하게 되죠?

01:03:10.992 --> 01:03:15.686
AC의 내에서, 이 내에서
A로부터의 거리가 3이고

01:03:15.786 --> 01:03:19.927
C로부터의 거리가 1이 되는 거니까

01:03:20.027 --> 01:03:23.600
만약에 내분점이었으면
이쯤에 위치했을 거예요.

01:03:23.700 --> 01:03:26.637
그런데 외분점은 AC의 연장선상에.

01:03:26.737 --> 01:03:30.569
선분이 아니라 그 바깥에 위치하는
것이 바로 외분점이었습니다.

01:03:30.669 --> 01:03:34.691
그래서 바깥에 있는 점 중에서
A로부터의 거리가 3,

01:03:34.791 --> 01:03:37.323
C로부터의 거리가 1이
되도록 하는 곳을 찾으니까

01:03:37.423 --> 01:03:39.012
이렇게 D가 나온 것이고요.

01:03:39.112 --> 01:03:42.613
이번에는 CD를
2:3으로 외분한대요.

01:03:42.713 --> 01:03:46.418
그러면 역시 이 CD를
기준으로 생각을 했을 때

01:03:46.518 --> 01:03:48.849
CD의 연장선상에 위치하죠?

01:03:48.949 --> 01:03:52.216

C에서부터의 거리가 2고
D에서부터의 거리가 3입니다.

01:03:52.316 --> 01:03:54.028

C에서 조금 더 가까워요.

01:03:54.128 --> 01:03:57.724

그렇게 된다면 C의 왼쪽에
위치하게 될 거예요.

01:03:57.845 --> 01:04:00.036

지금 보니까 A까지의 거리가 2고

01:04:00.136 --> 01:04:03.352

그다음에 A에서 D까지의
거리가 3이 나오게 되죠?

01:04:03.452 --> 01:04:07.195

여기가 2라고 하면 여기가
3이니까 2:3 외분점은

01:04:07.295 --> 01:04:10.256

F가 아니라 A가 되어야 합니다.

01:04:10.356 --> 01:04:12.716

F는 C에서부터의 거리가 3이고

01:04:12.816 --> 01:04:14.659

D에서부터의 거리가 2가 되죠?

01:04:14.759 --> 01:04:16.683

3:2 외분점이에요.

01:04:16.783 --> 01:04:18.294

그래서 틀렸고요.

01:04:18.394 --> 01:04:20.435

지금 옳은 것은 일단 ㄱ.

01:04:20.535 --> 01:04:24.191

그다음에 AG를 2:1로
내분한다고 했어요.

01:04:24.291 --> 01:04:29.798

내분이라고 한다면 이번에는
여기 안에 위치하게 되죠?

01:04:29.898 --> 01:04:34.687

AG 내에 위치하면서 A로부터의
거리가 2, G로부터의 거리가

01:04:34.787 --> 01:04:36.685

상대적으로 1이 되는 거예요.

01:04:36.785 --> 01:04:41.340

7개의 점을 찍어왔기 때문에 지금
선분이 6개가 안에 들어가 있습니다.

01:04:41.440 --> 01:04:44.913

간격을 보면 1, 2,
3, 4, 5, 6.

01:04:45.013 --> 01:04:49.453
6을 2:1로 나누려고
한다면 4칸, 2칸.

01:04:49.553 --> 01:04:50.855
이렇게 가면 되겠죠?

01:04:50.955 --> 01:04:54.572
A에서부터 4칸,
1, 2, 3, 4.

01:04:54.672 --> 01:04:58.438
그리고 여기를 보게 되면
G에서부터는 2칸.

01:04:58.538 --> 01:05:02.583
A에서 거리가 2, G에서의
거리가 1만큼 떨어진 곳을

01:05:02.683 --> 01:05:07.475
선분 AG 내에서 찾는 것이기 때문에
그 점이 어디 있는지를 보니까

01:05:07.575 --> 01:05:09.084
E가 되는 것이 맞죠?

01:05:09.184 --> 01:05:11.708
그래서 $\neg$ 과 $\cap$ 이 나오게 돼요.

01:05:11.808 --> 01:05:15.822
지금은 안이 딱 6등분이 되어있었고

01:05:15.922 --> 01:05:17.926
그다음에 3:1, 2:3, 4:2.

01:05:18.026 --> 01:05:22.938
이런 식으로 정확하게 몇 번째 칸.

01:05:23.038 --> 01:05:26.821
이런 식으로 내분점, 외분점을
찾을 수 있게 설계된 문제예요.

01:05:26.921 --> 01:05:30.343
그렇기 때문에 이렇게 정의를
이용해서도 쉽게 구할 수가 있고요.

01:05:30.443 --> 01:05:32.765
우리가 공식을 도출한 이유는

01:05:32.865 --> 01:05:35.103
매번 이렇게 이 그림을 적당히
어떤 선에서

01:05:35.203 --> 01:05:38.009
얼마큼을 잘라서 봐야
되는지 어렵기 때문에

01:05:38.109 --> 01:05:39.245

이런 아이디어.

01:05:39.345 --> 01:05:43.303
이 내분점과 외분점을 확장시켜서
공식화해놓은 것이라는 것.

01:05:43.403 --> 01:05:45.978
어떻게 그 공식이 나오게
된 건지를 잊지 말고

01:05:46.078 --> 01:05:50.092
내분점, 외분점의 정의와 맞춰서
기억을 해주시면 좋겠어요.

01:05:50.192 --> 01:05:55.762
이제 10-3번에서는 세 변 AB, BC,
CA의 중점이 저런 식으로 나왔다.

01:05:55.862 --> 01:05:59.086
우리가 꼭 좌표 평면에 그림을
그려볼 필요는 없어요.

01:05:59.186 --> 01:06:00.942
어차피 어디에 있든지 간에

01:06:01.042 --> 01:06:05.097
이런 식으로 좌표가
결정되어있다는 것이고

01:06:05.197 --> 01:06:07.495
삼각형이 그려진다는 거니까

01:06:07.595 --> 01:06:09.638
이렇게 그려놓고 한번
생각을 해볼게요.

01:06:09.738 --> 01:06:12.728
그런데 제가 이 표시를 잘못했죠?

01:06:12.828 --> 01:06:16.650
ABC의 중점의 좌표가
각각 나와 있는 거였어요.

01:06:16.750 --> 01:06:19.552
AB의 중점이 (1, 2)고요.

01:06:19.652 --> 01:06:22.584
BC의 중점이 (3, 5)고요.

01:06:22.684 --> 01:06:26.071
그다음에 여기가 (a,
b)가 된다고 했습니다.

01:06:26.171 --> 01:06:31.316
ABC의 무게중심의 좌표가
(3분의 8, 3분의 14)래요.

01:06:31.416 --> 01:06:34.067
이때 $a+b$ 의 값을 구하라고 했는데

01:06:34.167 --> 01:06:37.911

그러면 지금 나와 있는
것은 중점들이잖아요.

01:06:38.011 --> 01:06:42.237
애네를 가지고 혹시 무게중심을
쉽게 구할 수는 없을까,

01:06:42.337 --> 01:06:46.415
제가 결론부터 참고로
말씀을 드리도록 할게요.

01:06:46.515 --> 01:06:56.919
삼각형 ABC에서 선분, 변이죠?

01:06:57.019 --> 01:07:00.845
AB, BC, CA 이 순서대로.

01:07:00.945 --> 01:07:13.266
AB, BC, CA의 m:n 내분점을
각각 D, E, F라고 해보겠습니다.

01:07:16.793 --> 01:07:28.920
그때 $\triangle ABC$ 의 무게중심과 $\triangle DEF$ 의
무게중심이 어떨 거 같으세요?

01:07:29.020 --> 01:07:32.135
두 개가 똑같으니까 제가
이런 이야기를 적었겠죠?

01:07:32.235 --> 01:07:33.801
두 개가 같습니다.

01:07:33.901 --> 01:07:37.079
둘의 무게중심을 구해보면 같아요.

01:07:37.179 --> 01:07:42.775
중점뿐만 아니라 일반적으로 m:n
내분점에 대해서 성립하는 일이에요.

01:07:42.875 --> 01:07:47.845
ABC 이렇게 있을 때 여기
m:n 정도가 되게 해서 D,

01:07:47.945 --> 01:07:50.152
m:n E, F.

01:07:50.252 --> 01:07:54.074
C부터 시작해서 m:n
되도록 이렇게 했다면

01:07:54.174 --> 01:07:57.598
이 세 점을 가지고 우리가
삼각형을 만들어줄 수가 있잖아요?

01:07:57.698 --> 01:08:01.043
여기 DEF를 가지고
잡은 무게중심과

01:08:01.143 --> 01:08:05.963
ABC를 가지고 만들어준 무게중심의
그 좌표가 똑같이 나오게 돼요.

01:08:06.063 --> 01:08:09.623

내분점뿐만 아니라 사실
외분점도 가능합니다.

01:08:09.723 --> 01:08:13.806

이거 증명은 어떻게 해주냐면,
노가다로 해주시면 돼요.

01:08:13.906 --> 01:08:18.100

A를 x_1 , y_1 는 B를
 x_2 , y_2 ,

01:08:18.200 --> 01:08:23.203

C를 x_3 , y_3 으로 이렇게
좌표를 잡았다고 한다면

01:08:23.303 --> 01:08:26.374

이 무게중심의 좌표는
우리 어떻게 나왔었죠?

01:08:26.474 --> 01:08:29.824

셋을 더한 다음에 3으로
나눠주면 되죠?

01:08:29.924 --> 01:08:31.575

이렇게 나오게 되고

01:08:31.675 --> 01:08:36.288

그러면 각각의 $m:n$ 내분점을
기준으로 생각했을 때

01:08:36.388 --> 01:08:38.503

D는 좌표가 어떻게 됐었어요?

01:08:38.603 --> 01:08:48.207

$m+n$ 분의 mx_2+nx_1 ,
 $m+n$ 분의 my_2+ny_1 .

01:08:48.307 --> 01:08:49.772

이런 식으로 나오게 되잖아요?

01:08:49.872 --> 01:08:53.296

그다음에 이것도 마찬가지로 이
두 점을 가지고 쓸 수가 있고

01:08:53.396 --> 01:08:57.163

이렇게 세 좌표가 나와서 이
세 개를 다시 다 더해보는 거예요.

01:08:57.263 --> 01:09:00.417

다 더한 다음에 3으로 나눠보면
똑같이 나오게 됩니다.

01:09:00.517 --> 01:09:05.869

어차피 $m:n$ 곱해지는 것이 각
좌표에 똑같이 걸러지기 때문에

01:09:05.969 --> 01:09:08.692

세 개를 다 더했을 때
그냥 셋을 더한 것과

01:09:08.792 --> 01:09:14.448
m:n씩 가중치를 m:n, m:n, m:n
줘놓고 더하는 게 똑같다는 거죠.

01:09:14.548 --> 01:09:17.040
그래서 결국 같아지게 되거든요.

01:09:17.140 --> 01:09:19.556
그러면 이거는 1:1
내분점이잖아요.

01:09:19.656 --> 01:09:21.241
여기서도 마찬가지로입니다.

01:09:21.341 --> 01:09:24.348
ABC를 가지고 무게중심을 구하나

01:09:24.448 --> 01:09:27.760
이 세 개를 가지고 무게중심을
구하나 똑같은 거예요.

01:09:27.860 --> 01:09:31.924
그래서 이 문제는
그냥 ABC의 중점.

01:09:32.024 --> 01:09:36.415
그 무게중심이나 중점들의
무게중심이 똑같으니까

01:09:36.515 --> 01:09:39.867
이 세 좌표를 가지고
무게중심을 구한 것이

01:09:39.967 --> 01:09:44.165
3분의 8, 3분의 14랑 같다는
걸 알려주는 것과 같아요.

01:09:44.265 --> 01:09:46.172
그러면 세 개를 더해볼까요?

01:09:46.272 --> 01:09:50.383
x좌표가 3분의 $1+3+a$ 로
나오게 되고요.

01:09:50.483 --> 01:09:54.185
y좌표는 3분의
 $2+5+b$ 로 나오게 되죠?

01:09:54.285 --> 01:09:59.039
이것이 각각 3분의 8과 3분의
14가 된다는 것이니까

01:09:59.139 --> 01:10:03.423
a의 값은 4가 나오고 그다음에
b의 값은 7이 나오게 되겠죠.

01:10:03.523 --> 01:10:06.083
그래서 둘을 더했을 때
11로 나오게 됩니다.

01:10:06.183 --> 01:10:08.571
그래서 답은 4번 찾아주시면 돼요.

01:10:08.671 --> 01:10:11.851
약간 이 결과가 선생님이
안 보여줘서 모르겠어요.

01:10:11.951 --> 01:10:14.847
의심이 든다면 이거
가지고 해보셔도 돼요.

01:10:14.947 --> 01:10:18.375
A를 (x_1, y_1) .

01:10:18.475 --> 01:10:22.430
그다음에 B를 (x_2, y_2) ,
C를 (x_3, y_3) .

01:10:22.530 --> 01:10:26.829
이런 식으로 봤을 때 둘을
 x_1+x_2 를 해준 것이

01:10:26.929 --> 01:10:33.475
결국에 x_1+x_2 나누기 2를
해준 게 1이 된다는 거고

01:10:33.575 --> 01:10:38.947
그다음에 2분의 x_2+x_3 나누기
2를 한 게 3이 되는 거잖아요?

01:10:39.047 --> 01:10:43.990
그다음에 2분의 x_3+x_1 을
해준 것이 a가 되는 거죠?

01:10:44.090 --> 01:10:46.661
셋을 그냥 더했다고 생각해 보면

01:10:46.761 --> 01:10:51.212
2분의 $x_1+x_2+x_3$ 이
두 번씩 나오게 되니까

01:10:51.312 --> 01:10:54.054
이거의 두 배가 되면서
 $4+a$ 가 돼요.

01:10:54.154 --> 01:10:59.734
그러면 결국 $x_1+x_2+x_3$ 의
값이 $4+a$ 가 되게 되고

01:10:59.834 --> 01:11:01.670
이거를 3으로 나눠준 것이

01:11:01.770 --> 01:11:05.113
원래 삼각형 무게중심의 좌표
3분의 8이 되는 거니까

01:11:05.213 --> 01:11:06.894
a가 4가 된다는 뜻이죠.

01:11:06.994 --> 01:11:08.504
y좌표도 마찬가지로요.

01:11:08.604 --> 01:11:11.808

이렇게 각각 더해지는 것이
똑같이 나오게 되기 때문에

01:11:11.908 --> 01:11:15.259

결과적으로 셋을 다 더하면
원래 것을 세 개 더한 것에

01:11:15.359 --> 01:11:17.408

두 배를 해준 거랑 같아지게 되면서

01:11:17.508 --> 01:11:21.646

아까 이야기했던 원래
삼각형의 무게중심과 중심끼리

01:11:21.746 --> 01:11:25.976

또는 $m:n$ 내분점끼리 무게중심을
구한 것이 동일하게 나오게 된다.

01:11:26.076 --> 01:11:28.605

알아두면 유용하게
쓰일 수가 있어요.

01:11:28.705 --> 01:11:31.427

이렇게 무게중심에 대한
성질이 몇 가지가 있는데

01:11:31.527 --> 01:11:37.104

이 연습 문제, 개념확인 문제를 풀면서
한두 개를 좀 더 보게 될 거예요.

01:11:37.204 --> 01:11:42.110

이제 15-4번에서는 A를 한
꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC.

01:11:42.210 --> 01:11:45.198

이렇게 삼각형이 그려져
있다고 생각해봅시다.

01:11:45.298 --> 01:11:46.857

A(1, 6)이 고요.

01:11:46.957 --> 01:11:54.715

B, C가 있을 때 AB의 중점을
각각 여기 $M(x_1, y_1)$.

01:11:54.815 --> 01:12:00.416

그리고 AC의 중점 $N(x_2,$
 $y_2)$ 라고 했어요.

01:12:00.516 --> 01:12:04.610

그런데 이거 두 개 더한 것과
애 두 개 더한 것을 알려주고

01:12:04.710 --> 01:12:09.734

ABC의 무게중심의 좌표를 구하여라,
라고 그렇게 이야기를 했네요.

01:12:09.834 --> 01:12:13.538

그러면 여기에서는 무게중심의

좌표를 구하려고 할 때

01:12:13.638 --> 01:12:15.648
이거의 점의 좌표를 알고 있으면

01:12:15.748 --> 01:12:18.770
아까 3번에서 했던 거 방법을
이용할 수가 있겠지만

01:12:18.870 --> 01:12:21.162
여기는 나와 있지 않으니까

01:12:21.262 --> 01:12:25.977
어쩔 수 없이 BC에 대한
식을 세워보도록 하겠습니다.

01:12:26.077 --> 01:12:38.860
B의 좌표를 (a_1, b_1) 이라고 하고
C의 좌표를 (a_2, b_2) 라고 해볼게요.

01:12:38.960 --> 01:12:47.186
그러면 알 수 있는 것이 a_1+1 나누기
2를 해준 것이 x_1 로 나오게 되죠.

01:12:47.286 --> 01:12:52.231
이거 더하기 이거 나누기 2를 해준
것이 중점의 x 좌표가 되니까.

01:12:52.331 --> 01:12:58.886
마찬가지로 여기서도 2분의
 a_2+1 나누기 2를 해준 게

01:12:58.986 --> 01:13:00.775
 x_2 로 나오게 되는데

01:13:00.875 --> 01:13:02.820
문제에는 뭐가 나와 있었냐면,

01:13:02.920 --> 01:13:05.738
 x_1+x_2 가 2라는 것이 있어요.

01:13:05.838 --> 01:13:09.198
그러면 애네 양변을
더한다고 생각했을 때

01:13:09.298 --> 01:13:15.740
2분의 a_1+a_2+2 가
 x_1+x_2 가 되는데

01:13:15.840 --> 01:13:18.019
이거의 값이 2라는 거거든요.

01:13:18.119 --> 01:13:22.435
그렇다면 a_1+a_2 는 값이
얼마가 되어야 될까요?

01:13:22.564 --> 01:13:24.514
바로 2가 나오게 되겠죠.

01:13:24.614 --> 01:13:27.315
BC에 x 좌표의 합이 나왔어요.

01:13:27.460 --> 01:13:30.385

그러면 무게중심의 좌표를
구하라고 했으니까

01:13:30.485 --> 01:13:32.676

무게중심의 좌표를 구하려고 한다면

01:13:32.776 --> 01:13:35.990

그 무게중심의 x 좌표가 이제
어떻게 나오게 되냐면,

01:13:36.090 --> 01:13:39.633

3분의 $1+a_1+a_2$ 죠.

01:13:39.733 --> 01:13:42.534

3분의 이거 더하기
이거 더하기 이건데

01:13:42.634 --> 01:13:46.545

여기서 a_1, a_2
각각은 뭘지 모르지만

01:13:46.645 --> 01:13:48.902

둘을 더한 게 2라는
것이 나왔기 때문에

01:13:49.002 --> 01:13:52.864

그거를 대입해준다면 값을
1이라고 구할 수가 있는 거죠.

01:13:52.964 --> 01:13:55.422

y 좌표도 마찬가지로
해볼 수 있겠죠?

01:13:55.522 --> 01:14:00.381

여러분이 이 문제를 못 풀었다고 한다면
한번 지금 스스로 해보시겠어요?

01:14:00.481 --> 01:14:02.767

똑같은 방법으로 하면 되니까.

01:14:02.867 --> 01:14:03.710

해보셨나요?

01:14:03.810 --> 01:14:05.727

그러면 같이 한번 해볼게요.

01:14:05.827 --> 01:14:13.278

마찬가지로 이번에는 2분의
 b_1+6 이 y_1 이 되는 거고요.

01:14:13.378 --> 01:14:16.227

2분의 b_2+6 .

01:14:16.327 --> 01:14:21.121

이거 더하기 이거 나누기 2 해준
것이 y_2 가 나오게 되겠죠?

01:14:21.221 --> 01:14:25.967

그런데 문제에서는 또

b_1+b_2 가 나와 있었으니까

01:14:26.067 --> 01:14:31.437

여기서 양변을 더해주게
되면 y_1+y_2 가 되는데

01:14:31.537 --> 01:14:33.499

그 값이 4로 주어져 있었어요.

01:14:33.599 --> 01:14:38.922

그렇기 때문에 b_1+b_2 의
값은 -4로 나오게 되겠죠?

01:14:39.022 --> 01:14:42.450

그래야 분자가 8이 되면서
결과적으로 4가 될 테니까.

01:14:42.550 --> 01:14:48.093

그러면 무게중심은 3분의
 $6+b_1+b_2$ 예요.

01:14:48.193 --> 01:14:52.793

그런데 여기서 -4라고 구해왔기
때문에 그거를 대입해보면

01:14:52.893 --> 01:14:54.807

3분의 2가 나오게 되겠죠?

01:14:54.907 --> 01:14:57.401

그래서 삼각형 ABC의
무게중심의 좌표는

01:14:57.501 --> 01:14:59.540

(1, 3분의 2)로
나오게 됩니다.

01:14:59.640 --> 01:15:01.703

답은 3번으로 나오게 되고요.

01:15:01.803 --> 01:15:09.941

5번에서는 세 점이 이렇게 있을 때
OAB의 내부에 점 P가 있다고 했습니다.

01:15:10.041 --> 01:15:13.636

O를 여기다 그려보고요.

01:15:13.736 --> 01:15:17.958

만약에 A가 여기 (3, 0)
있었고 B는 (0, 6)이다.

01:15:18.058 --> 01:15:22.386

이거는 너무 특수한 모양이니까 좌표
평면에 0이 너무 많이 나와 있으니까

01:15:22.486 --> 01:15:23.379

한번 그려볼까요?

01:15:23.479 --> 01:15:29.146

O(0, 0) 원점과
그다음에 (3, 0).

01:15:29.246 --> 01:15:30.543
그다음에 B는 (0, 6).

01:15:30.643 --> 01:15:33.337
딱 봐도 직각삼각형이죠?

01:15:33.437 --> 01:15:37.841
그렇게 됐을 때 이 OAB의
내부의 점 P가 있어요.

01:15:37.941 --> 01:15:46.092
그랬을 때 $OP^2 + AP^2 + BP^2$ 의
최솟값을 구하라고 했습니다.

01:15:46.192 --> 01:15:49.484
결국 길이를 제공해서 더한
것의 최솟값을 구해야 돼요.

01:15:49.584 --> 01:15:51.949
그러면 이렇게 최솟값을
구하는 문제에서는

01:15:52.049 --> 01:15:57.108
약간 처음 접근을 한다면 여러분이
이 문제가 어려울 수도 있는데

01:15:57.208 --> 01:15:58.049
최솟값.

01:15:58.149 --> 01:16:00.957
어떤 함수의 최솟값이 되는 거니까

01:16:01.057 --> 01:16:09.671
이 $OP^2 + AP^2 + BP^2$ 을 나타내는
어떤 식을 구하는 것이 좋습니다.

01:16:09.771 --> 01:16:12.344
기하적으로 먼저 한번
시도를 해보시고요.

01:16:12.444 --> 01:16:14.453
그림을 봤을 때 도형의
성질을 이용해서

01:16:14.553 --> 01:16:17.253
뭔가 길이의 제공의
최솟값을 구할 수 있을까.

01:16:17.353 --> 01:16:19.123
딱히 눈에 띄는 것이 없거든요?

01:16:19.223 --> 01:16:22.690
그렇기 때문에 일단 식을
한번 작성해보는 거예요.

01:16:22.790 --> 01:16:26.530
P의 좌표를 (a, b)라고
한번 해보겠습니다.

01:16:26.630 --> 01:16:30.668
그러면 OP^2 은 $a^2 + b^2$ 이 되죠.

01:16:30.768 --> 01:16:33.316
원점에서 (a, b)까지의 거리니까요.

01:16:33.416 --> 01:16:40.214
 AP^2 은 $(a-3)^2+b^2$ 이 되죠.

01:16:40.314 --> 01:16:44.231
 BP^2 은 $a^2+(b-6)^2$ 이 돼요.

01:16:44.331 --> 01:16:48.909
그러면 이것을 a, b 각각에 대해서
내림차순으로 정리를 하게 되면

01:16:49.009 --> 01:16:50.395
 a^2 세 개 있죠?

01:16:50.495 --> 01:16:55.937
그다음에 $-6a$, 상수 더하기
9가 나오게 되고요.

01:16:56.037 --> 01:16:56.977
이따가 더해볼게요.

01:16:57.077 --> 01:16:59.550
그다음에 b는 $3b^2$ 있죠?

01:16:59.650 --> 01:17:01.685
그리고 $-12b$.

01:17:01.785 --> 01:17:03.312
그다음에 $+36$.

01:17:03.412 --> 01:17:05.100
아까 9 합쳐져서 45.

01:17:05.200 --> 01:17:06.570
이렇게 정리가 되거든요?

01:17:06.670 --> 01:17:10.546
a하고 b 각각에 대한
2차식이 나왔어요.

01:17:10.646 --> 01:17:13.629
그런데 여기를 보면
이거는 3으로 묶어보면

01:17:13.729 --> 01:17:15.989
 a^2-2a 가 나와요.

01:17:16.089 --> 01:17:20.410
그러면 $+1$ 을 해주고 다시 -3
했을 때 완전제곱식 만들 수 있죠.

01:17:20.510 --> 01:17:32.503
여기서는 3으로 묶어보면 b^2-4b
나오고 $+4$ 가 되고 $-12+45$.

01:17:32.603 --> 01:17:41.959
이렇게 되면 애는 3배의
 $(a-1)^2+3(b-2)^2+30$ 이 나옵니다.

01:17:42.059 --> 01:17:46.244
그런데 이거 2차 함수로 봤을 때
항상 0보다 크거나 같죠?

01:17:46.344 --> 01:17:47.919
애도 0보다 크거나 같죠?

01:17:48.019 --> 01:17:51.721
그렇기 때문에 애는 늘
30보다 크거나 같아요.

01:17:51.821 --> 01:17:59.297
a가 1이고 b가 2일 때
최솟값 30을 가지게 됩니다.

01:17:59.397 --> 01:18:02.896
2차식으로 분석해서 그렇게
나오게 될 수가 있어요.

01:18:02.996 --> 01:18:08.325
P가 (1, 2)일 때
최소가 된다는 거거든요?

01:18:08.425 --> 01:18:11.568
여기까지 제가 그냥 훑
몰아쳐서 설명을 해드렸는데

01:18:11.668 --> 01:18:14.543
다시 한번 애를 되짚어볼게요.

01:18:14.643 --> 01:18:18.041
일단은 P를 (a, b)라고 놓은 거예요.

01:18:18.141 --> 01:18:22.468
그랬더니 구해야 되는 것을 a, b에
대한 식으로 나타내줄 수가 있었어요.

01:18:22.568 --> 01:18:26.253
제가 여기서 왜 자연스럽게
완전제곱식으로 바꿨냐면,

01:18:26.353 --> 01:18:31.304
식을 쓰고 보니까 a, b 각각에
대한 2차식으로 나온 거예요.

01:18:31.404 --> 01:18:32.598
2차 함수예요.

01:18:32.698 --> 01:18:34.901
a하고 b하고 서로
간의 관계없어요.

01:18:35.001 --> 01:18:37.914
그냥 삼각형 내에서만
움직이면 되거든요.

01:18:38.014 --> 01:18:41.465
그러면 애가 딱 2차식,
b에 대한 2차식.

01:18:41.565 --> 01:18:44.906

그런데 우리가 2차식에서는
최솟값을 구할 수가 있었어요.

01:18:45.006 --> 01:18:46.540

이거에서의 꼭짓점.

01:18:46.640 --> 01:18:49.539

애를 하나의 2차 함수로 보고 꼭짓점
x좌표 고려할 수 있고요.

01:18:49.639 --> 01:18:52.557

아니면 그게 완전제곱식으로
바꾸는 거였죠.

01:18:52.657 --> 01:18:54.474

애 완전제곱식으로 바꿔보고

01:18:54.574 --> 01:18:58.196

그렇게 해서 생각을 해보니까
a가 1이고 b가 2일 때

01:18:58.296 --> 01:19:00.584

최솟값 30이 나오게
된다는 거예요.

01:19:00.684 --> 01:19:03.253

이제 (1, 2)에서
최솟값이 나왔는데

01:19:03.353 --> 01:19:04.785

1, 2에 주목해볼까요?

01:19:04.885 --> 01:19:07.075

아주 센스가 있는
학생들이라고 한다면

01:19:07.175 --> 01:19:14.356

원래 O, A, B하고 이 P하고의
관계를 좀 볼 수 있을 것 같은데

01:19:14.456 --> 01:19:17.409

어떤 점일까요?

01:19:17.509 --> 01:19:19.731

무게중심입니다.

01:19:19.831 --> 01:19:21.385

항상 그럴까요?

01:19:21.485 --> 01:19:23.582

항상 그렇습니다.

01:19:23.682 --> 01:19:25.824

일반적으로 한번 보여드려 볼게요.

01:19:25.924 --> 01:19:33.746

A가 (x1, y1), B가 (x2,
y2), C가 (x3, y3).

01:19:33.846 --> 01:19:36.705

이렇게 나와 있을 때 어떤
내부에 있어도 되고요.

01:19:36.805 --> 01:19:38.977
그냥 평면에 있어도 마찬가지로요.

01:19:39.077 --> 01:19:42.136
P라는 점이 (a, b)라고 하고요.

01:19:42.236 --> 01:19:50.766
P라는 점이 있어서
 $AP^2 + BP^2 + CP^2$ 이

01:19:50.866 --> 01:20:00.746
최소가 되도록 하는, 최솟값 가질
때의 P의 좌표는 어떻게 되느냐,

01:20:00.846 --> 01:20:06.685
바로 $\triangle ABC$ 의 무게중심의
좌표로 나오게 돼요.

01:20:06.785 --> 01:20:12.795
무게중심이라는 것은 즉 3분의
 $x_1 + x_2 + x_3$ 한 거,

01:20:12.895 --> 01:20:17.488
3분의 $y_1 + y_2 + y_3$ 한
것으로 나오게 되죠?

01:20:17.588 --> 01:20:20.833
이게 하나의 팩트로써
성립하는 거고요.

01:20:20.933 --> 01:20:24.016
여러분이 한번 스스로
증명을 해보시겠어요?

01:20:24.116 --> 01:20:26.434
너무 어렵나요?
같이 해볼까요?

01:20:26.534 --> 01:20:29.819
 $AP^2 + BP^2 + CP^2$.

01:20:29.919 --> 01:20:33.084
해를 적어본다면 P를
(a, b)라고 댄잖아요.

01:20:33.184 --> 01:20:38.255
 AP^2 은
 $(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2$ 이 되죠?

01:20:38.355 --> 01:20:44.508
 BP^2 도 마찬가지로 이렇게
식을 적을 수가 있고요.

01:20:44.608 --> 01:20:50.343
 CP^2 나옵니다.

01:20:50.443 --> 01:20:55.521
그러면 아까 했던 것과

동일하게 내림차순으로.

01:20:55.621 --> 01:20:59.795
이렇게 이게 최소가 될 때의
AB를 구하는 게 포인트잖아요.

01:20:59.895 --> 01:21:03.017
각각 AB에 대한 내림차순으로
정리를 해보는 거예요.

01:21:03.117 --> 01:21:05.717
 a^2 , a^2 , a^2 나오죠?

01:21:05.817 --> 01:21:07.139
 $3a^2$ 나오고요.

01:21:07.239 --> 01:21:12.999
 $-2ax_1$, $-2ax_2$,
 $-2ax_3$ 나오죠?

01:21:13.099 --> 01:21:19.401
 $-2(x_1+x_2+x_3)a$
나오게 되고요.

01:21:19.501 --> 01:21:24.672
그다음에 더하기 y쪽 보면
여기서 b가 또 마찬가지로

01:21:24.772 --> 01:21:26.876
세 개 제공해서 나오게 되죠?

01:21:26.976 --> 01:21:31.575
마찬가지 두 배의 $y_1+y_2+y_3$
나오게 되고 b입니다.

01:21:31.675 --> 01:21:37.082
그다음에 상수 쪽은
 $x_1^2+y_1^2+x_2^2+y_2^2$.

01:21:37.182 --> 01:21:39.841
이런 것들이 쭉 나오게 되죠.

01:21:40.812 --> 01:21:45.190
그러면 이 부분을 보면
a에 대한 2차식이 되고

01:21:45.290 --> 01:21:47.414
b에 대한 2차식이 되는 거예요.

01:21:47.514 --> 01:21:50.190
그러면 애를 3으로
묶어내고 봤을 때

01:21:50.290 --> 01:21:58.370
a-3분의 $x_1+x_2+x_3$ 의 제공으로
우리가 완전제곱식으로 바꿔줄 수가 있죠.

01:21:58.470 --> 01:22:02.433
3으로 묶어내면 a^2-3 분의
2에 이거 나오게 되잖아요?

01:22:02.533 --> 01:22:05.702
그러면 완전제곱식으로 바꾼다면
3분의 이거에 제곱.

01:22:05.802 --> 01:22:08.789
이렇게 나오게 되고 이것도
3으로 끌어내게 되면

01:22:08.889 --> 01:22:14.365
 $b^2 - 3$ 분의 2에
($y_1 + y_2 + y_3$) b 잖아요?

01:22:14.465 --> 01:22:21.420
그러면 이거를 우리가 완전제곱식으로
고치는 단계에서는 2로 나눠주고

01:22:21.520 --> 01:22:27.130
3분의 $y_1 + y_2 + y_3$
이거에 제곱해준다는 거죠.

01:22:27.230 --> 01:22:31.423
이거 이렇게 바꾸는 것이 복잡하면
그때 쓸 수 있었던 방법이

01:22:31.523 --> 01:22:36.585
이걸 a 에 대한 2차식으로 보고 대칭축이
어디 있느냐, 라는 걸 봤을 때

01:22:36.685 --> 01:22:43.374
-2 곱하기 최고차항의 계수분의
1차항의 계수였잖아요?

01:22:43.474 --> 01:22:47.606
지금 해당하는 것이 2 곱하기,
최고차항의 계수가 3,

01:22:47.706 --> 01:22:53.110
그다음에 1차항의 계수가
 $-2(x_1 + x_2 + x_3)$ 이렇게 나오니까

01:22:53.210 --> 01:22:56.935
대칭축이 3분의 $x_1 + x_2 + x_3$.

01:22:57.035 --> 01:22:59.896
즉 무게중심의 x 좌표가
되는 거예요.

01:22:59.996 --> 01:23:06.113
얘는 a 의 값이 3분의 $x_1 + x_2 + x_3$
더한 거일 때 최소가 되고

01:23:06.213 --> 01:23:11.859
이거는 b 가 3분의 $y_1 + y_2 + y_3$ 일
때 최소가 되는 거죠.

01:23:11.959 --> 01:23:14.433
그래서 무게중심에서
최소가 된다는 걸

01:23:14.533 --> 01:23:16.591
일반적으로 보여줄 수도 있습니다.

01:23:16.691 --> 01:23:19.892

그래서 이렇게 최솟값
가하도록 하는 문제가 나오고

01:23:20.044 --> 01:23:24.098

빨리 풀고 싶다면 이거 무게중심이었는데,
라고 생각하고 보면 되고요.

01:23:24.198 --> 01:23:28.035

직접 이렇게 계산하는 것도
그리 오래 걸리지는 않죠.

01:23:28.135 --> 01:23:29.369

15-6번.

01:23:29.469 --> 01:23:36.239

좌표 평면 위에 한 점 A
(2, 1)을 꼭짓점으로 하고

01:23:36.339 --> 01:23:40.531

그다음에 ABC의 외심은
변 BC 위에 있다.

01:23:40.631 --> 01:23:42.059

어마어마한 말입니다.

01:23:42.159 --> 01:23:46.985

이런 거 바로바로 알아보려고 제가
14강에서 그렇게 긴 시간을 들여서

01:23:47.085 --> 01:23:49.303

중학교 도형을 정리했어요.

01:23:49.403 --> 01:23:53.482

14강에서 우리 외심 이야기를
할 때 어떤 이야기를 했었나요?

01:23:53.582 --> 01:23:55.807

외심이라는 건 외접원의 중심이다.

01:23:55.907 --> 01:23:59.410

그런데 외심에 상대적인
위치를 생각해보면

01:23:59.510 --> 01:24:02.781

삼각형의 모양에 따라서
세 가지로 나오게 될 수 있다.

01:24:02.881 --> 01:24:05.216

예각삼각형은 삼각형의 내부에,

01:24:05.316 --> 01:24:09.143

직각삼각형은 지름에 대한
원주각이 90도였죠?

01:24:09.243 --> 01:24:12.629

바로 빗변의 중점에
외심이 있었어요.

01:24:12.729 --> 01:24:17.344

둔각삼각형은 여기에 대한
중심각이 180도 이상이 되니까

01:24:17.444 --> 01:24:20.013
원 밖에 있다고 했어요.

01:24:20.113 --> 01:24:25.209
변 BC 위에 있고, 라는 걸
보는 순간 직각삼각형이에요.

01:24:25.309 --> 01:24:29.049
빗변이 BC입니다.

01:24:29.149 --> 01:24:35.255
그리고 외심은 바로
BC의 중점이에요.

01:24:35.355 --> 01:24:38.988
그냥 이걸 보자마자 바로
끌어내실 수 있어야 돼요.

01:24:39.088 --> 01:24:43.364
그래서 BC에 있고 그 좌표가
(-1, 1)이래요.

01:24:43.464 --> 01:24:45.364
그림을 그리기가 오히려 복잡해지니까

01:24:45.464 --> 01:24:47.232
그냥 이렇게 놓고 볼까요?

01:24:47.332 --> 01:24:50.208
A가 (2, 1)이고요.

01:24:50.308 --> 01:24:54.456
이게 꼭짓점인데 BC가 빗변이
될 수밖에 없다는 거예요.

01:24:54.556 --> 01:24:57.556
여기에 외심에 좌표가 있으니까.

01:24:57.656 --> 01:24:59.569
그게 (-1, 1)입니다.

01:24:59.669 --> 01:25:02.997
그때 $AB^2 + AC^2$ 또 구하래요.

01:25:03.097 --> 01:25:05.158
 $AB^2 + AC^2$.

01:25:05.258 --> 01:25:07.781
그런데 이게 무슨 삼각형일
수밖에 없다고요?

01:25:07.881 --> 01:25:11.121
이렇게 외심이 변 위에 있다.

01:25:11.221 --> 01:25:14.956
그게 중점에 있을 수밖에 없고 그렇다는
건 직각삼각형이라고 했으니까

01:25:15.056 --> 01:25:17.072

애가 직각삼각형이에요.

01:25:17.172 --> 01:25:21.255

그렇다면 피타고라스 정리에
의해서 어떻게 되나요?

01:25:21.355 --> 01:25:23.908

애는 BC^2 으로 나오게 되죠?

01:25:24.008 --> 01:25:26.624

그런데 이 BC는 뭐냐면,

01:25:26.724 --> 01:25:33.746

그 원의 입장에서 생각을 했을 때
여기에 원의 중심이 있었던 거잖아요.

01:25:33.884 --> 01:25:35.443

외심의 좌표가 있잖아요?

01:25:35.543 --> 01:25:38.115

바로 지름으로 나오게 됩니다.

01:25:38.215 --> 01:25:42.346

그러면 이 외심은 B에서부터의
거리, C까지의 거리.

01:25:42.446 --> 01:25:47.275

그다음에 A까지의 거리가 모두
동일하게 나오게 되잖아요?

01:25:47.375 --> 01:25:50.695

그래서 우리가 이 길이를
쉽게 구할 수가 있죠.

01:25:50.795 --> 01:25:59.790

$\sqrt{2}(-1)$ 해서
 3^2+0^2 해서...

01:25:59.890 --> 01:26:00.947

제가 여기 잘못 썼네요.

01:26:01.094 --> 01:26:03.226

여기 $(-1, -1)$ 입니다.

01:26:03.326 --> 01:26:08.719

그러면 여기는 $2(-1)$, 3의
제곱, $1(-1)$, 2의 제곱.

01:26:08.819 --> 01:26:12.842

이렇게 되니까 $9+4$ 해서
 $\sqrt{13}$ 이 되는 거죠.

01:26:12.942 --> 01:26:16.643

반지름이 A하고 외심까지의 좌표.

01:26:16.743 --> 01:26:21.166

당연히 한 점에서 외심까지의
거리가 반지름이에요.

01:26:21.266 --> 01:26:27.714

반지름이 $\sqrt{13}$ 이 됐고 빗변의 중점이 바로 외심이라고 했었거든요.

01:26:27.814 --> 01:26:31.431

여기도 $\sqrt{13}$ 이고
여기도 $\sqrt{13}$ 이에요.

01:26:31.531 --> 01:26:36.127

그런데 $AB^2 + AC^2$ 은 BC^2 이고

01:26:36.227 --> 01:26:41.127

BC가 $2\sqrt{13}$ 이 되었으니까
이거를 제곱해서 52가 됩니다.

01:26:41.227 --> 01:26:44.631

알고 보면 굉장히 쉽게
풀 수 있는 문제인데

01:26:44.731 --> 01:26:49.699

여기서 빗변의 중점에 외심이 있다.

01:26:49.799 --> 01:26:53.155

그래서 직각삼각형이다, 라는 걸
모르면 너무 어려운 문제예요.

01:26:53.255 --> 01:26:55.892

그래서 체가 외심할 때
이런 거를 좀 강조해서

01:26:55.992 --> 01:26:59.777

14장에서 말씀을 드렸었는데
기억이 확 나셨다고 한다면

01:26:59.877 --> 01:27:01.565

너무 기쁘네요.

01:27:01.665 --> 01:27:05.772

그래서 너무너무 중요하고 이런 게
도형 문제 푸는 것의 묘미예요.

01:27:05.872 --> 01:27:09.212

뭔가 어려워 보였는데 딱
외심이 변 BC에 있다.

01:27:09.312 --> 01:27:10.633

저게 알려주는 것이 뭘까?

01:27:10.733 --> 01:27:13.633

외심이 변 위에 있다는
것은 직각삼각형.

01:27:13.733 --> 01:27:16.499

그러면 BC에 중심일 수밖에 없고

01:27:16.639 --> 01:27:18.366

그런데 또 여기 직각삼각형인데

01:27:18.466 --> 01:27:20.023

너무 아름답게 문제에서

01:27:20.123 --> 01:27:22.914

피타고라스 정리까지 사용할
수 있도록 문제를 내줬죠.

01:27:23.014 --> 01:27:24.952
이것도 제가 참
좋아하는 문제입니다.

01:27:25.052 --> 01:27:29.099
 $AB^2 + AC^2$ 이 빗변의
제곱이 되니까.

01:27:29.199 --> 01:27:31.542
그러면 이 빗변의
길이만 구하면 되는데

01:27:31.642 --> 01:27:33.775
마침 빗변이 지름이었던 거예요.

01:27:33.875 --> 01:27:39.277
그래서 반지름이 나오니까 바로 외심과
점 하나 거리가 바로 반지름이죠?

01:27:39.377 --> 01:27:43.399
그래서 그거 두 배 한 것을 제공해서
쉽게 답을 구할 수가 있었어요.

01:27:43.499 --> 01:27:48.331
이번 강에서는 이렇게 우리가
점과 점을 살펴봤습니다.

01:27:48.431 --> 01:27:50.308
점을 좌표 평면 위에 찍었고

01:27:50.408 --> 01:27:52.756
그걸 이용해서 점과 점
사이의 거리를 구해서

01:27:52.856 --> 01:27:54.042
여러 가지 다양한 성질들,

01:27:54.142 --> 01:27:55.814
그리고 무게 중심 너무
중요하게 봤고요.

01:27:55.914 --> 01:27:58.416
다음 강부터는 직선으로
들어가게 됩니다.

01:27:58.516 --> 01:28:01.009
열심히 공부하시고 다음
강에서 만나겠습니다.