

WEBVTT

00:00:10.302 --> 00:00:11.063

안녕하세요?

00:00:11.188 --> 00:00:14.109

수포자를 위한 수학 기초특강
저는 김미주입니다.

00:00:14.209 --> 00:00:15.712

이제 14강이네요.

00:00:15.812 --> 00:00:17.553

거의 절반 정도 왔는데요.

00:00:17.653 --> 00:00:21.095

우리 지난 시간까지는 무엇에
대해서 다루었었나요?

00:00:21.195 --> 00:00:25.998

크게 방정식과 부등식 단원에 대해서
우리가 좀 다루고 있었습니다.

00:00:26.098 --> 00:00:27.866

그래서 먼저 다항식을 배웠고요.

00:00:27.966 --> 00:00:31.125

그리고 그 다항식을 가지고
뭔가 요리를 하는 방법.

00:00:31.225 --> 00:00:33.580

곱셈 공식도 배웠고 인수분해도 했고

00:00:33.680 --> 00:00:38.125

그리고 등식 중에서 항등식에서
출발해서 방정식을 봤고요.

00:00:38.225 --> 00:00:41.834

그리고 보니까 방정식하고
함수하고의 관계가 있었어요.

00:00:41.934 --> 00:00:44.526

그래서 방정식을 함수로
어떻게 해석할 수 있을까.

00:00:44.626 --> 00:00:47.598

그리고 함수 문제를 또 방정식으로
어떻게 해결할 수 있을까.

00:00:47.698 --> 00:00:49.483

그런 것들을 한번 살펴보았고.

00:00:49.583 --> 00:00:51.706

그렇게 함수의 그래프를 활용하니까

00:00:51.806 --> 00:00:55.453

다양한 부등식도 좀 쉽게 풀
수 있는 경우가 생겼었죠?

00:00:55.553 --> 00:00:56.831

2차 부등식의 경우에.

00:00:56.931 --> 00:01:00.316

그래서 여러 가지 부등식도
풀고 방정식도 풀고 하면서

00:01:00.416 --> 00:01:02.540

여러 이론을 우리가 배워왔습니다.

00:01:02.640 --> 00:01:06.307

그런데 이렇게 배우고 보니까
뭔가 다항식에서 출발한 것이

00:01:06.407 --> 00:01:10.990

함수로 확장이 되고 중학교 때는
잘 보이지 않았었던 것 같은

00:01:11.090 --> 00:01:14.517

어떤 방정식과 함수의 관계,
부등식과 함수의 관계.

00:01:14.617 --> 00:01:17.758

이렇게 어떤 개념과 개념
사이에 관계 같은 것들이

00:01:17.858 --> 00:01:20.456

쭉 연결지어서 보여줬을 거예요.

00:01:20.556 --> 00:01:24.209

이번 강부터는 우리가
도형으로 들어가게 됩니다.

00:01:24.309 --> 00:01:27.273

그런데 이 단원이 교과서에 보면

00:01:27.373 --> 00:01:31.814

도형에 방정식이라고 또
이름이 붙여져 있어요.

00:01:31.914 --> 00:01:34.727

이번 강에서는 사실
중학교 도형 내용을 정리할 건데

00:01:34.827 --> 00:01:39.110

중학교 때는 도형이 방정식이란
큰 관련이 있었나요?

00:01:39.210 --> 00:01:42.991

방정식을 푼다고 한다면
한 변의 길이를 x 로 놓고

00:01:43.091 --> 00:01:44.549

각의 크기를 x 로 놓고

00:01:44.649 --> 00:01:49.990

그 변 길이들 사이에 성립하는
관계식 정도를 세우는 것.

00:01:50.090 --> 00:01:54.411

각 사이의 관계식 정도를 세우는 간단한
1차 방정식, 2차 방정식 정도.

00:01:54.511 --> 00:01:57.080
그 정도를 방정식으로 표현을 했다면

00:01:57.180 --> 00:02:02.426
이제 완전히 도형을 방정식의
세계로 초대를 하는 거예요.

00:02:02.526 --> 00:02:06.522
도형의 모양을 표현하는 것
자체를 방정식으로 해줍니다.

00:02:06.622 --> 00:02:11.230
그렇다면 앞에서 배웠던 방정식의
특성도 잘 알고 있어야 할 거고요.

00:02:11.330 --> 00:02:15.698
그리고 중학교 때 배웠던 도형의
성질도 알고 있으셔야 합니다.

00:02:15.798 --> 00:02:17.705
도형을 방정식으로 표현한다고 해서

00:02:17.805 --> 00:02:19.858
도형의 성질을 완전히
배제하는 게 아니라

00:02:19.958 --> 00:02:22.745
그 도형의 성질을 어떻게
방정식으로 나타내서

00:02:22.845 --> 00:02:26.630
더 효율적으로 다룰 것인가,
라는 걸 보는 거거든요.

00:02:26.730 --> 00:02:30.400
그렇기 때문에 중학교 때 배웠었던
도형을 잘 알고 있으셔야 돼요.

00:02:30.500 --> 00:02:33.872
아주 깊이 있게 알 필요는
없지만 그래도 어느 정도

00:02:33.972 --> 00:02:37.107
무슨 내용을 배웠었다, 라는
정도를 알 필요가 있거든요.

00:02:37.207 --> 00:02:41.090
그래서 이번 강에서는 중학교 도형
내용을 정리해보도록 하겠습니다.

00:02:41.190 --> 00:02:43.554
그래서 이렇게 중학교
내용을 정리하고 나면

00:02:43.654 --> 00:02:46.672
이걸 이용해서 도형에
방정식을 세우고

00:02:46.772 --> 00:02:48.672
그리고 도형의 방정식을 이용해서

00:02:48.772 --> 00:02:51.795

중학교 때 어렵게만
느껴졌던 도형 문제가

00:02:51.895 --> 00:02:54.129

오히려 쉽게 풀리는
경우가 있습니다.

00:02:54.229 --> 00:02:58.080

그래서 우리가 앞에서도 함수의
그래프를 이용해서 방정식을 해석하고

00:02:58.180 --> 00:03:01.226

방정식을 이용해서 그
방정식에서 배웠던 판별식이나

00:03:01.326 --> 00:03:04.658

근과 계수를 이용해서 함수의
문제를 풀었었던 것처럼

00:03:04.758 --> 00:03:07.732

여기서도 도형과 방정식, 함수.

00:03:07.832 --> 00:03:10.779

사이에 왔다 갔다 하는
그런 관계를 보고

00:03:10.879 --> 00:03:14.214

그걸 이용해서 문제를
해결하고자 하는 것입니다.

00:03:14.314 --> 00:03:19.276

그러면 이제부터 도형의 성질을
좀 복습하기 시작할 텐데요.

00:03:19.376 --> 00:03:20.667

중학교 때 도형.

00:03:20.767 --> 00:03:25.753

좀 어렵기도 하고 어떻게
보면 나는 도형이 어려워.

00:03:25.853 --> 00:03:27.736

정말 도형 때문에 너무 힘들었어.

00:03:27.836 --> 00:03:30.470

이런 말을 하는 친구들도
많이 있을 것 같아요.

00:03:30.570 --> 00:03:33.956

그런데 저의 개인적인
경험을 공유해드리자면

00:03:34.056 --> 00:03:38.877

저는 중학교 때 이 계산 실수를
사실 상당히 많이 하는 편이었어요.

00:03:38.977 --> 00:03:42.637

그래서 수학에 대한 고민도
있고 나름 그랬었는데

00:03:42.737 --> 00:03:47.759

어느 방학 때 시간을
집중적으로 투자를 해서

00:03:47.859 --> 00:03:51.183

정말 내가 수학 공부를 많이
해봐야겠다는 생각이 들었습니다.

00:03:51.283 --> 00:03:55.633

그래서 중학교 도형 문제들이
참 재미있는 문제들이 많고

00:03:55.733 --> 00:03:57.231

어려운 문제들이 많잖아요.

00:03:57.331 --> 00:04:01.855

그래서 어려운 도형 문제들을
굉장히 많이 구해서,

00:04:01.955 --> 00:04:05.315

서점에 있는 어려운 책을
산다든지 이렇게 해서

00:04:05.415 --> 00:04:10.350

그거를 집중적으로 방학
동안 하루 종일 풀었어요.

00:04:10.505 --> 00:04:14.668

그리고 그것과 병행해서 그런 어떤
방정식이나 함수 문제들 같은 거

00:04:14.768 --> 00:04:15.411

그런 것들.

00:04:15.511 --> 00:04:18.300

고등학교 교재도 사서 풀고

00:04:18.400 --> 00:04:21.271

그렇게 하루 종일 공부를 하는
그 방학을 지내고 났더니

00:04:21.371 --> 00:04:23.047

정말 그때는 어땠냐면,

00:04:23.147 --> 00:04:26.083

잠시 뭔가를 하다가 잠이 들었어요.

00:04:26.183 --> 00:04:27.593

문제를 풀다가 잠이 들었어요.

00:04:27.693 --> 00:04:30.790

그러면 머릿속에서 보조선이
확학 지나가고 이런 거 있죠?

00:04:30.890 --> 00:04:32.450

꿈에서도 문제 풀고 있고.

00:04:32.550 --> 00:04:34.021

그런 상태가 된 거예요.

00:04:34.121 --> 00:04:39.390

그런 방학을 보내고 그다음
해 중 3이 되었을 때

00:04:39.490 --> 00:04:42.146

학교 대표로 수학경시 대회로
시 대회에 나가게 되고

00:04:42.246 --> 00:04:46.383

그런 식으로 실력이 확 성장이
된 게 느껴졌었거든요.

00:04:46.483 --> 00:04:50.902

도형문제가 그런 효과가
있는 것 같습니다.

00:04:51.002 --> 00:04:52.987

처음에는 답이 안
보이는 것 같다가도

00:04:53.087 --> 00:04:55.287

계속 그 문제를 지켜보고 지켜보고

00:04:55.387 --> 00:04:57.821

20분 넘게 그렇게
지켜보고 하다 보면

00:04:57.921 --> 00:05:00.034

이거를 한번 x로 봐볼까?

00:05:00.134 --> 00:05:02.481

여기에 보존선을 하나 그어볼까?

00:05:02.581 --> 00:05:04.972

이런 생각을 하게 되고요.

00:05:05.072 --> 00:05:07.857

그런 것들이 문제 해결의
실마리로 다가오게 됩니다.

00:05:07.957 --> 00:05:11.799

그래서 여러분이 한 문제, 두 문제
풀어나가는 그런 경험을 하다 보면

00:05:11.899 --> 00:05:14.302

사고력이 확 확장되는
게 느껴질 거예요.

00:05:14.402 --> 00:05:17.582

이런 도형 문제 풀어서 뭐해,
나중에 이거 어디다 써먹어.

00:05:17.682 --> 00:05:19.149

이런 생각을 할 수도 있지만

00:05:19.249 --> 00:05:22.042

정말 나의 어떤 문제 해결의 단서를

00:05:22.142 --> 00:05:25.089

찾아가는 그런 과정이다, 라고
생각을 해도 좋을 것 같아요.

00:05:25.189 --> 00:05:28.681

그런 면에서 도형 문제는
여러분이 사고력을 확장시키는 데

00:05:28.781 --> 00:05:29.959

굉장히 좋은 수단이 돼요.

00:05:30.059 --> 00:05:34.207

지금 제가 서론이
너무 긴데 안타까운 게

00:05:34.307 --> 00:05:36.366

고등학교 수학을 준비한다고 하면서

00:05:36.466 --> 00:05:39.275

중학교 도형 문제를
제대로 풀지 않고

00:05:39.375 --> 00:05:42.853

고등학교 것만 막 수박 겉
핥기 식으로 선행하면서

00:05:42.953 --> 00:05:46.453

계산하고 그러면서 어렵다
그러고 뭔가 외우려고 하고

00:05:46.553 --> 00:05:48.056

그런 친구들이 많이 있어요.

00:05:48.156 --> 00:05:51.579

그러다 보면 수학이 점점
어려워지고 포기하게 됩니다.

00:05:51.679 --> 00:05:54.936

수학의 문제 푸는
즐거움을 느껴보셔야 되고

00:05:55.036 --> 00:05:58.427

여러분이 근본적인 어떤
사고력을 확장시키셔야 돼요.

00:05:58.527 --> 00:06:01.325

우리 예를 들어서 몸을
튼튼하게 하고 싶으면

00:06:01.425 --> 00:06:05.601

재미없고 실생활에서 그런
운동이 안 쓰인다고 하더라도

00:06:05.701 --> 00:06:07.289

헬스클럽 같은 데 가서.

00:06:07.389 --> 00:06:09.209

여러분은 아직 어려서
안 가보셨을 거예요.

00:06:09.309 --> 00:06:12.953

그런데 그런 데 가서 집중적으로
근력 운동을 하게 되면

00:06:13.053 --> 00:06:17.274
근육이 많이 성장하게 되면서 그게 좀
도움이 되는 경우가 많이 있거든요.

00:06:17.374 --> 00:06:20.329
실제로 우리가 무거운 거를 이렇게
들거나 이럴 리는 없잖아요.

00:06:20.429 --> 00:06:24.164
그렇다고 할지라도 거기에서 이것을
훈련하고 나면 튼튼해집니다.

00:06:24.264 --> 00:06:26.940
그런 것처럼 여러분이 이런
도형 문제 같은 거로

00:06:27.040 --> 00:06:30.110
사고훈련을 많이 하시면
일상생활에서 살아가는 데

00:06:30.210 --> 00:06:33.829
정말 여러 가지 생각을
하고 문제를 해결해나가고

00:06:33.929 --> 00:06:36.536
상황에 대처하고 그러는 데
도움이 되실 수 있어요.

00:06:36.636 --> 00:06:39.700
그러니까 저를 한번 믿어보시고
열심히 풀어보시고요.

00:06:39.800 --> 00:06:41.587
제가 중학 도형 정리.

00:06:41.687 --> 00:06:44.602
이 강에서는 정말 그야말로
브리핑을 해드릴 거예요.

00:06:44.702 --> 00:06:47.060
중학교 때 배웠던 도형
내용이 얼마나 많아요.

00:06:47.160 --> 00:06:47.806
굉장히 많죠?

00:06:47.906 --> 00:06:50.784
그래서 그거를 그냥 쭉
브리핑 정도로 할 거고

00:06:50.884 --> 00:06:53.418
증명 같은 거를 다
해드리지 못합니다.

00:06:53.518 --> 00:06:56.620
시간이 없어서 이게 중학교
3년 동안 배운 내용이잖아요.

00:06:56.720 --> 00:06:59.036
이번 한 시간 동안 다
증명을 해드리기는 어려워서

00:06:59.136 --> 00:07:02.138

일부 조금씩만 제가
필요하다고 생각되는

00:07:02.238 --> 00:07:04.039

아주 일부만 증명해드릴 거예요.

00:07:04.139 --> 00:07:06.357

그러면 그 증명 과정을 보고

00:07:06.457 --> 00:07:09.668

아, 증명이라는 게 저런
거였어, 라는 거 정도를

00:07:09.768 --> 00:07:11.476

생각해주시면 좋을 것 같고요.

00:07:11.576 --> 00:07:12.687

오늘 쪽 브리핑.

00:07:12.787 --> 00:07:13.858

그야말로 브리핑이에요.

00:07:13.958 --> 00:07:15.716

사실은 거의 읽어드릴 거예요.

00:07:15.816 --> 00:07:19.846

읽어드리는 그 내용을 보면서
아, 이거는 내가 기억이 나.

00:07:19.946 --> 00:07:23.003

그런데 이거는 잘 모르겠어,
라고 하는 내용이 있다면

00:07:23.103 --> 00:07:25.337

그 모르겠는 내용은
어떻게 해야 될까요?

00:07:25.437 --> 00:07:27.777

반드시 중학교 때의
교과서를 찾아보고

00:07:27.877 --> 00:07:29.875

다시 집중적으로 공부를 해봐야겠죠.

00:07:29.975 --> 00:07:31.516

그리고 관련된 문제를 풀어보세요.

00:07:31.616 --> 00:07:34.493

그리고 너무 선행학습 하는
데 급급하지 마시고요.

00:07:34.593 --> 00:07:36.096

중학교 도형 문제만큼은.

00:07:36.196 --> 00:07:38.764

다른 어떤 식이나
함수나 이런 것들은

00:07:38.864 --> 00:07:41.683

사실 고등학교 때 반복해서
나오지만 딱 이 중학교 도형.

00:07:41.783 --> 00:07:44.594
정말 도형만 놓고 푸는 이거는
중학교 때 나옵니다.

00:07:44.694 --> 00:07:49.320
그러니까 중학교 1학년,
2학년, 3학년의 도형 문제 중에서

00:07:49.420 --> 00:07:53.182
조금 어려운 거 골라서 풀어보는
것도 좋을 것 같아요.

00:07:53.282 --> 00:07:56.219
제가 하고 싶은 말이 더 많은데
지금 너무 길어지는 것 같아서

00:07:56.319 --> 00:07:58.747
중간중간 또 잔소리하도록
하겠습니다.

00:07:58.847 --> 00:08:02.708
그러면 처음 시작을 평행선부터
하도록 하겠습니다.

00:08:02.808 --> 00:08:07.124
우리 도형을 구성하는 요소
중에 점이 있고 선이 있어요.

00:08:07.224 --> 00:08:12.276
그 선 중에서 평행선이라는 것이
참 중요한 역할을 하게 돼요.

00:08:12.376 --> 00:08:15.652
여러분, 혹시 유클리드의
원론이라고 들어보셨어요?

00:08:15.752 --> 00:08:18.988
그 유클리드라는 사람은 거의 B.C.
사람이죠?

00:08:19.088 --> 00:08:21.992
굉장히 옛날에 점으로부터 시작해서

00:08:22.092 --> 00:08:24.696
점은 이렇게 정의하자,
선은 이렇게 정의하자.

00:08:24.796 --> 00:08:28.161
그런 거로부터 하고 5개의
공리라는 것이 있습니다.

00:08:28.261 --> 00:08:34.076
뭔가 우리가 이거는 그냥 묻고 따지지도
말고 사실로 받아들이자, 라고 하는

00:08:34.176 --> 00:08:35.687
5개의 사실이 있어요.

00:08:35.787 --> 00:08:37.908

그래서 1, 2, 3, 4, 5.

00:08:38.008 --> 00:08:42.521

그 다섯 번째에 해당하는 것이
평행선이 존재한다는 그런 것인데

00:08:42.621 --> 00:08:46.904

후대의 사람들에 의해서 아니야,
평행선은 존재하지 않을 수도 있어.

00:08:47.004 --> 00:08:47.881

우리 지구를 봐.

00:08:47.981 --> 00:08:51.568

실제로 이런 평행선, 만나지 않은
선이 어디 있어, 라고 하면서

00:08:51.668 --> 00:08:55.845

그것이 부정되고 다른 기하학으로
발전이 되기도 하였지만

00:08:55.945 --> 00:08:59.382

어쨌든 그렇게 부정이 되기까지는
이 평행선이라는 것이

00:08:59.482 --> 00:09:02.742

정말 많은 도형의 성질의
근간이 되었습니다.

00:09:02.842 --> 00:09:07.193

그래서 그 평행선의 성질에 어떤 것이
있느냐, 라는 걸 보기 위해서는

00:09:07.293 --> 00:09:10.211

일단 몇 개의 각을
살펴보고 넘어갈 거예요.

00:09:10.311 --> 00:09:13.121

l , m , n 이라는 직선이
이렇게 있습니다.

00:09:13.221 --> 00:09:16.127

이 직선을 봤을 때 그냥
여러분이 모양으로 봤을 때는

00:09:16.227 --> 00:09:18.636

서로 평행인 것이 잘 보이지 않죠?

00:09:18.736 --> 00:09:21.498

여기서 두 직선이 평행이다,
라는 게 보이지는 않는데

00:09:21.598 --> 00:09:24.551

여기에서 각들의 관계를
한번 살펴볼 거예요.

00:09:24.651 --> 00:09:28.103

b 하고 d 하고는 서로
무슨 각이라고 부르죠?

00:09:28.203 --> 00:09:33.130
직선 두 개로 만들어지는 어떤 점을
공유하고 있으면서 마주 보고 있습니다.

00:09:33.230 --> 00:09:36.898
그래서 애네 둘의 사이에 관계는
맞꼭지각이라고 불렀어요.

00:09:36.998 --> 00:09:39.903
맞꼭지각은 항상 그
크기가 어떤가요?

00:09:40.003 --> 00:09:42.861
b하고 d하고 크기가
똑같다고 할 수가 있죠?

00:09:42.961 --> 00:09:47.397
a하고 c, e하고 g, f하고
h 모두 다 맞꼭지각이 돼요.

00:09:47.497 --> 00:09:50.392
그러면 또 각의 관계
중에서 어떤 것이 있죠?

00:09:50.492 --> 00:09:58.521
b하고 f 사이의 관계를 본다면

00:09:58.621 --> 00:10:01.859
애네의 위치를 우리가
뭐라고 할 수 있을까요?

00:10:01.959 --> 00:10:04.897
이거는 우리가 동위각이라고 합니다.

00:10:04.997 --> 00:10:10.907
l하고 m하고 평행하지 않더라도
동위각이라는 것은 정의가 돼요.

00:10:11.007 --> 00:10:15.937
어떤 n과 l, m이 교차할
때 이 직선에 대해서

00:10:16.037 --> 00:10:20.811
상대적으로 l에서 n에서 같은 위치에
있다고 볼 수가 있잖아요?

00:10:20.911 --> 00:10:26.205
n에 대해서 l과 m
직선상에 만들어지는 각에

00:10:26.305 --> 00:10:27.923
상대적으로 같은 위치에 있는 것.

00:10:28.023 --> 00:10:29.968
이런 거를 동위각이라고 하고

00:10:30.068 --> 00:10:32.974
서로 엇갈린 위치에
있는 것이 있습니다.

00:10:33.074 --> 00:10:36.470

그런 엇갈린 위치에 있는 거
예를 들어서 c하고 e하고.

00:10:36.570 --> 00:10:39.239
이렇게 되는 것을 엇각이라고 하죠.

00:10:39.339 --> 00:10:42.696
동위각이랑 엇각은
서로 항상 같을까요?

00:10:42.796 --> 00:10:43.726
그렇지 않습니다.

00:10:43.826 --> 00:10:49.444
어떻게 직선이 l과 m이 위치하는지에
따라서 다를 수가 있는데

00:10:49.544 --> 00:10:54.399
이때 동위각에 해당하는 b하고
f하고 만약에 같으면

00:10:54.499 --> 00:10:56.546
무슨 일이 벌어지게 되느냐,

00:10:56.646 --> 00:11:01.472
그렇게 된다면 l하고 m하고
평행하게 된다는 것이죠.

00:11:01.572 --> 00:11:06.039
이게 두 직선이 평행이다, 라고 할
때 나타내는 기호인 거 아시죠?

00:11:06.139 --> 00:11:08.519
그리고 l과 m이
평행이다, 라고 한다면

00:11:08.619 --> 00:11:10.990
b하고 f하고 서로 같았습니다.

00:11:11.090 --> 00:11:12.077
서로 왔다갔다.

00:11:12.177 --> 00:11:16.226
즉 동위각이 서로 같냐,
안 같냐는 걸 통해서

00:11:16.326 --> 00:11:20.464
우리가 이 두 직선이 평행이나,
아니냐를 판단할 수가 있는 거예요.

00:11:20.564 --> 00:11:22.052
엇각도 마찬가지로입니다.

00:11:22.152 --> 00:11:24.744
만약에 이 두 엇각이 서로 똑같다.

00:11:24.844 --> 00:11:31.523
여기에서 c하고 e하고 같으면 그때
l과 m이 서로 평행하게 되는 것이고

00:11:31.623 --> 00:11:34.082

l과 m이 평행하다면 c하고 e.

00:11:34.182 --> 00:11:38.792
이 엿각 위치에 있는 것이 서로 같다,
라는 것이 평행선의 한 성질로 나와요.

00:11:38.892 --> 00:11:42.016
그래서 한 평면 위에서 서로
다른 두 직선이 한 직선과.

00:11:42.116 --> 00:11:46.078
아까 그림처럼 만날 때 두
직선이 평행하면 동위각이 같고

00:11:46.178 --> 00:11:48.747
동위각이 같으면 두 직선은
평행하다는 거예요.

00:11:48.847 --> 00:11:51.997
마찬가지로 평행하면
엇각의 크기가 같고

00:11:52.097 --> 00:11:55.514
엇각이 같으면 두 직선은 평행하다고
그렇게 우리가 배웠습니다.

00:11:55.614 --> 00:12:00.268
그렇기 때문에 평행선이 나왔다고
하는데 한 각이 나왔어요.

00:12:00.368 --> 00:12:03.711
평행선이 이렇게 나오고
이거의 각이 나왔다.

00:12:03.811 --> 00:12:09.310
만약에 이것이
60°였다, 라고 한다면

00:12:09.410 --> 00:12:12.608
우리가 자동으로 얻을 수
있는 것이 여기도 60°다.

00:12:12.708 --> 00:12:15.574
동위각이니까 두 개가 평행할 때.

00:12:15.674 --> 00:12:21.223
그다음에 맞꼭지각은 평행과 관계없이
항상 각이 똑같이 나오게 되죠?

00:12:21.323 --> 00:12:24.053
그래서 여기 60°가
된다고 하는 것.

00:12:24.153 --> 00:12:25.820
똑같은 것을 알 수가 있고

00:12:25.920 --> 00:12:29.713
그다음에 여기가 60°라고 한다면
여기는 120°가 나오죠?

00:12:29.813 --> 00:12:33.013

이것과 엿각의 크기에 있는
이것도 120° 가 된다.

00:12:33.113 --> 00:12:35.288
그리고 이거 두 개
서로 엿각인 거죠.

00:12:35.388 --> 00:12:38.749
이것과 맞꼭지각이고
이것과 동위각이니까

00:12:38.849 --> 00:12:42.726
서로 이렇게 똑같은 수밖에 없다,
라고 나오게 된 것이었습니다.

00:12:42.826 --> 00:12:47.963
그리고 평행선이라고 한다면
서로 만나지 않는 직선이에요.

00:12:48.063 --> 00:12:51.160
쭉 계속 우리 평행선을
달린다는 말도 있잖아요.

00:12:51.260 --> 00:12:52.992
너와 나는 평행선을 달리고 있어.

00:12:53.092 --> 00:12:55.147
절대 만날 수가 없어, 이러면서.

00:12:55.247 --> 00:12:56.330
만나지 않습니다.

00:12:56.430 --> 00:13:00.156
그렇기 때문에 둘 사이의
거리를 생각해볼게요.

00:13:00.256 --> 00:13:04.775
일단 평행선의 거리는 우리가
어떻게 정의를 해줄 수가 있냐면

00:13:04.875 --> 00:13:08.389
우리 다음 강에서도 배우겠지만
수학에서의 거리라고 한다면

00:13:08.489 --> 00:13:10.041
최단 거리를 의미해요.

00:13:10.141 --> 00:13:13.318
그러면 최단으로 갈 수 있는
것은 수직거리가 됩니다.

00:13:13.418 --> 00:13:17.989
그래서 l에도 수직이고 m에도
수직인 선분을 그어서

00:13:18.089 --> 00:13:22.875
이렇게 그은 것, 이게 평행선
사이의 거리로 나오게 돼요.

00:13:22.975 --> 00:13:25.791
수직, 수직으로 만나게

되고 이것이 일정하게.

00:13:25.891 --> 00:13:29.839

평행이라고 한다면 계속
일정하게 유지가 되는 것이죠,

00:13:29.939 --> 00:13:33.501

쭉 두 직선 사이의 거리가.

00:13:33.601 --> 00:13:39.976

그렇다면 어떤 AB라는 선분을 밑변으로
하는 삼각형을 생각해볼 거예요.

00:13:40.076 --> 00:13:45.052

이 삼각형의 꼭짓점이 C에
있든 C'에 있든 C"에 있든

00:13:45.152 --> 00:13:48.101

모두 다 높이는 얼마큼
나오게 되나요?

00:13:48.201 --> 00:13:53.663

바로 이 두 직선 사이의 거리인
h만큼으로 높이가 나오게 되겠죠?

00:13:53.763 --> 00:13:59.168

높이가 항상 일정하고 여기 밑변의
길이가 또 일정하게 나오게 됩니다.

00:13:59.268 --> 00:14:02.771

그렇기 때문에 이 세
삼각형의 넓이를 생각했을 때

00:14:02.871 --> 00:14:04.990

넓이가 똑같다는 거예요.

00:14:05.090 --> 00:14:07.662

그래서 뭔가 평행한 직선이 있다.

00:14:07.762 --> 00:14:11.708

여기에 어떤 밑변의 길이가
일정한 것이 있다고 한다면

00:14:11.808 --> 00:14:16.737

어떻게 삼각형을 그리더라도 모양은
다르지만, 높이가 일정하기 때문에

00:14:16.837 --> 00:14:22.219

넓이가 똑같다는 것을 이용해서 문제를
풀 수 있는 것이 또 있을 거예요.

00:14:22.319 --> 00:14:23.607

그래서 그 내용이고요.

00:14:23.707 --> 00:14:25.770

그러면 문제 한번 볼까요?

00:14:25.870 --> 00:14:29.207

예제 1번을 보니까 l,
m이 평행하지 않은 것.

00:14:29.307 --> 00:14:30.401
각이 나왔어요.

00:14:30.501 --> 00:14:33.315
평행이다, 아니다는 뭐로
따질 수 있다고요?

00:14:33.415 --> 00:14:37.081
엇각과 동위각이 서로 같냐,
아니냐, 라는 것으로

00:14:37.181 --> 00:14:39.278
우리가 생각해볼 수 있습니다.

00:14:39.378 --> 00:14:42.190
지금 보면 여기가 140° 예요.

00:14:42.290 --> 00:14:45.360
그렇다면 여기 각의
크기가 40° 가 되죠?

00:14:45.460 --> 00:14:48.649
둘의 각의 크기 보면
두 개가 똑같아요.

00:14:48.749 --> 00:14:50.505
이거 둘의 위치가 엇각이죠.

00:14:50.605 --> 00:14:53.711
엇각이 서로 같으니까 평행이라고
할 수가 있습니다.

00:14:53.811 --> 00:14:55.860
여기 바로 그냥 엇각이죠?

00:14:55.960 --> 00:14:56.972
두 개가 똑같네요.

00:14:57.072 --> 00:14:58.720
그러니까 평행이 되고요.

00:14:58.820 --> 00:15:00.475
이거 둘 사이의 관계는

00:15:00.575 --> 00:15:08.881
이 두 직선이 이루는 각이
상대적으로 동일한 위치에 있죠.

00:15:08.981 --> 00:15:11.026
그래서 동위각이 되고요.

00:15:11.126 --> 00:15:14.471
동위각이 서로 같은
 90° 로 나와 있습니다.

00:15:14.571 --> 00:15:18.143
그렇기 때문에 이것도 l과 m이
평행이라고 할 수가 있고요.

00:15:18.243 --> 00:15:21.294
이거는 여기가 130° 예요.

00:15:21.394 --> 00:15:24.934

그렇다면 여기 각의 크기는
 50° 라고 할 수가 있는데

00:15:25.034 --> 00:15:28.180

둘이 지금 이 직선에 의해서
엇갈린 각이잖아요.

00:15:28.280 --> 00:15:31.874

엇각의 크기가 서로 같지 않습니다.

00:15:31.974 --> 00:15:34.972

그렇다면 이것은 평행이라고
할 수가 없는 거죠.

00:15:35.072 --> 00:15:38.599

엇각이 같으면 평행이고
평행이면 엇각이 같으니까

00:15:38.699 --> 00:15:39.684

엇각이 같지 않다.

00:15:39.784 --> 00:15:42.930

그러면 평행이 아니다, 라고
판단을 할 수 있는 거예요.

00:15:43.030 --> 00:15:46.783

여기 50° 면 여기도 50° 가
되죠, 맞꼭지각이니까.

00:15:46.883 --> 00:15:50.275

둘의 크기는 서로
동위각인데 똑같습니다.

00:15:50.375 --> 00:15:53.163

그렇기 때문에 이거는 또
평행이 되는 거죠.

00:15:53.263 --> 00:15:54.783

이렇게 각의 크기에 의해서

00:15:54.883 --> 00:15:59.294

우리가 어떤 두 직선이 평행인지
아닌지를 판단을 해볼 수가 있어요.

00:15:59.394 --> 00:16:01.953

문제에서 아예 평행이다,
라고 줄 수도 있고

00:16:02.053 --> 00:16:05.266

아니면 이런 식으로 각의 크기로
판단을 해줄 수도 있고요.

00:16:05.366 --> 00:16:08.762

그렇기 때문에 이제 고등학교
수학 내용에서

00:16:08.862 --> 00:16:10.984

앞으로 어떻게 활용이 될 거냐면,

00:16:11.084 --> 00:16:14.004

좌표평면에 우리가
직선을 그릴 거예요.

00:16:14.104 --> 00:16:18.177

그러면 두 직선이
평행이다, 라고 한다면

00:16:18.277 --> 00:16:22.098

두 직선이 평행일 때
x축 한번 보세요.

00:16:22.198 --> 00:16:25.070

이 x축과 이루는 각.

00:16:25.170 --> 00:16:30.676

두 개의 위치를 생각했을 때 이제
서로 어떤 각에 위치하고 있나요?

00:16:30.776 --> 00:16:33.730

상대적인 위치를 보면
동위각이 되잖아요.

00:16:33.830 --> 00:16:37.788

동위각이라고 한다면 여기가
만약에 α° 라고 할 때

00:16:37.888 --> 00:16:40.434

여기 각의 크기가
얼마가 되어야 되죠?

00:16:40.534 --> 00:16:43.037

바로 α° 가 되어야 합니다.

00:16:43.137 --> 00:16:44.712

각의 크기가 똑같아요.

00:16:44.812 --> 00:16:49.039

이제 x축과 이루는 각의
크기가 같다는 것은

00:16:49.139 --> 00:16:52.342

둘이 기울어진 정도가
같다는 것을 의미해요.

00:16:52.442 --> 00:16:56.349

그리고 조금 이따가 보겠지만
우리 삼각비라는 거 배웠었어요.

00:16:56.449 --> 00:16:59.761

중학교 3학년 말미에
삼각비라는 걸 배웠는데

00:16:59.861 --> 00:17:03.628

만약 여기서 한 점을 잡아주고
이렇게 직각삼각형 만들고

00:17:03.728 --> 00:17:06.585

여기서 한 점 잡아서 이렇게
직각삼각형을 만들었을 때

00:17:06.685 --> 00:17:10.166

밀변 분의 높이에 해당하는
값이 $\tan$ (탄젠트)였죠?

00:17:10.266 --> 00:17:13.500

$\tan \alpha$, $\tan \alpha$ 가 되면서

00:17:13.600 --> 00:17:15.480

둘의 $\tan$ 값이 똑같은데

00:17:15.580 --> 00:17:20.701

이 밀변 분의 높이에 해당하는 것이
결국 두 직선의 기울기거든요.

00:17:20.801 --> 00:17:25.984

그래서 기울기가 서로 같다는
결론을 내려줄 수가 있어요.

00:17:26.084 --> 00:17:29.896

좌표평면상에서 l 과
 m 이 서로 평행이다.

00:17:29.996 --> 00:17:34.338

그러면 기울기가 같은 거고
거꾸로 기울기가 같다고 한다면

00:17:34.438 --> 00:17:38.331

l 과 m 이 평행이다, 라는
이야기를 해줄 수가 있다는 거죠.

00:17:38.431 --> 00:17:43.089

평행이면 동위각 서로 같고
이 같은 동위각에 대해서

00:17:43.189 --> 00:17:47.927

같은 삼각비 $\tan$ 의 값으로써
기울기가 정의되기 때문에

00:17:48.027 --> 00:17:51.888

기울기가 같다는 걸 이런 식으로
보여줄 수가 있게 되는 거예요.

00:17:51.988 --> 00:17:58.050

이게 16강에서 배우게 될 직선의
방정식에 활용이 될 내용입니다.

00:17:58.150 --> 00:18:01.721

그러면 삼각형의 합동조건.

00:18:01.821 --> 00:18:02.754

합동이다, 아니다.

00:18:02.854 --> 00:18:06.109

여러분이 이때부터 좀
힘들어지셨을 거예요.

00:18:06.209 --> 00:18:08.384

뭔가 증명하라고 계속
요구를 받으셨죠?

00:18:08.484 --> 00:18:11.353

증명이라는 말은 교육과정
중학교에서 빠졌고요.

00:18:11.453 --> 00:18:13.700
뭔가를 정당화하여라,
옳음을 보여라.

00:18:13.800 --> 00:18:16.339
이런 식으로 표현이
되어있었을 거예요.

00:18:16.439 --> 00:18:20.882
두 삼각형이 왜 합동이나,
아니냐, 라는 것을 밝혀줄 때

00:18:20.982 --> 00:18:24.427
그러면 합동이 무엇인지부터
알고 가야 되고

00:18:24.527 --> 00:18:29.131
어떻게 무엇을 만족해야 합동이라고 할
수 있는가, 라는 걸 보면 되는데

00:18:29.231 --> 00:18:34.432
그 합동이라는 걸 알게 된다면 정말
둘의 모양이 똑같다는 거잖아요.

00:18:34.532 --> 00:18:36.057
크기가 똑같다는 거죠?

00:18:36.157 --> 00:18:41.253
합동이라는 것은 모양과 크기가 같아서
서로 완전히 포갤 수 있을 때

00:18:41.353 --> 00:18:43.550
두 도형을 서로 합동이라고 합니다.

00:18:43.650 --> 00:18:46.361
그렇기 때문에 이 합동이라는
성질을 얻어내면

00:18:46.461 --> 00:18:49.130
하나의 어떤 길이나
각을 알고 있을 때

00:18:49.230 --> 00:18:51.020
나머지를 또 다 구해줄
수가 있잖아요.

00:18:51.120 --> 00:18:55.609
그래서 굉장히 도형 문제를 해결하는 데
있어서 좋은 수단이 될 수 있습니다.

00:18:55.709 --> 00:18:59.317
그래서 우리가 그렇게 기를 쓰고
합동이라는 걸 보여준 거예요.

00:18:59.417 --> 00:19:02.475
모양과 크기가 같다는
것이 무슨 뜻이냐,

00:19:02.575 --> 00:19:05.486

완전히 포갤 수 있다는
것이 무슨 뜻이냐,

00:19:05.586 --> 00:19:08.165

대응하는 변의 길이가
같다는 거고요.

00:19:08.265 --> 00:19:10.707

각의 크기가 서로 같다는 것입니다.

00:19:12.193 --> 00:19:14.913

삼각형의 모양을 구성하는 요소로써

00:19:15.013 --> 00:19:17.962

우리가 세 변이 있고
세 각이 있잖아요.

00:19:18.062 --> 00:19:20.676

그래서 우리가 보통 각을 ABC.

00:19:20.776 --> 00:19:25.348

이런 식으로 나타내주고 A에
마주 보는 변의 크기를 a로

00:19:25.448 --> 00:19:27.998

각 B랑 마주 보는
변의 크기를 b로

00:19:28.098 --> 00:19:29.913

C랑 마주는 변의 크기를 c.

00:19:30.013 --> 00:19:31.512

이런 식으로 나타내주는데

00:19:31.612 --> 00:19:34.123

두 삼각형이 만약에 똑같다.

00:19:34.223 --> 00:19:37.612

이런 식으로는 여기가
D, E, F였고

00:19:37.712 --> 00:19:43.027

그다음에 여기를 d, e, f
이런 식으로 또 쓸 수가 있겠죠?

00:19:43.127 --> 00:19:47.237

합동이라고 한다면 대응하는
변끼리, 각의 크기끼리

00:19:47.373 --> 00:19:50.738

모두 다 똑같아지게 된다는 거예요.

00:19:50.838 --> 00:19:54.941

그러면 각이 세 개가 있고
변이 세 개가 있어요.

00:19:55.041 --> 00:19:56.628

여기도 각 세 개가 있고요.

00:19:56.728 --> 00:19:58.230

변이 세 개가 있습니다.

00:19:58.330 --> 00:20:04.376

이 여섯 개가 완전히 다
똑같아야지만 합동이 될까.

00:20:04.476 --> 00:20:06.577

이 중에서 일부만 만족이 돼도

00:20:06.677 --> 00:20:09.897

나머지는 다 자동으로 보장이
되니 않을까, 라는 것이

00:20:09.997 --> 00:20:13.217

바로 삼각형의 합동조건입니다.

00:20:13.317 --> 00:20:15.372

합동조건이 어떻게 나오냐면,

00:20:15.472 --> 00:20:18.390

대응하는 세 변의
길이만 각각 같다면

00:20:18.490 --> 00:20:22.051

각 세 개가 같다는 건
보장이 된다는 거예요.

00:20:22.151 --> 00:20:26.028

그래서 이런 합동을 뭐라고
불렀었는지 기억하시죠?

00:20:26.128 --> 00:20:27.705

이거 기억 안 나는 학생들은

00:20:27.805 --> 00:20:32.919

반드시 중학교 도형 교과서 다시
한번 보시고 교과서만 볼뿐 아니라

00:20:33.019 --> 00:20:35.413

관련 문제도 좀 몇 개를 풀어보시는
것이 좋을 것 같아요,

00:20:35.513 --> 00:20:37.216

이 이름이 기억이 안 나는 학생은.

00:20:37.316 --> 00:20:39.938

대응하는 세 변의 길이가
각각 같다는 것을

00:20:40.038 --> 00:20:42.709

우리가 SSS 합동이다,
라고 불렀었어요.

00:20:42.809 --> 00:20:44.109

그래서 변의 길이.

00:20:44.209 --> 00:20:49.065

그러니까 대응하는 것끼리 c하고 f랑
같고 b랑 e랑 같고 a랑 d랑 같다.

00:20:49.165 --> 00:20:54.244

이것만 만족이 되면 자동으로
각도 모두 같다고 해서

00:20:54.344 --> 00:21:00.242
두 도형이 완전 포개질 수 있는
합동인 도형이 된다는 거죠.

00:21:00.342 --> 00:21:03.833
이번에는 대응하는
두 변의 길이가 같아요.

00:21:03.933 --> 00:21:06.869
예를 들어서 이거랑 이거랑 같고요.

00:21:06.969 --> 00:21:10.363
그다음에 여기에 있는 이
길이와 이 길이가 같습니다.

00:21:10.463 --> 00:21:15.561
그러면서 애네가 각의 크기가 만약에
딱 일정하게 정해져 있다,

00:21:15.661 --> 00:21:19.406
각의 크기가 똑같이
여기가 만약 α 였고

00:21:19.506 --> 00:21:21.870
여기도 α 였다, 라고 한다면

00:21:21.970 --> 00:21:27.916
같은 길이 가지고 일정하게 각의
크기가 이루어지도록 한다면

00:21:28.016 --> 00:21:32.630
나머지 마주 보는 이쪽 채워지는 변의
길이도 똑같을 수밖에 없는 거예요.

00:21:32.730 --> 00:21:35.278
그러면서 세 각의 크기가
마져 같아지게 되고

00:21:35.378 --> 00:21:37.398
그래서 대응하는 두
변의 길이가 같고

00:21:37.498 --> 00:21:40.270
그 끼인각이라고 표현을 했었죠?

00:21:40.370 --> 00:21:42.969
두 변 사이에 끼어 있는
각의 크기가 같을 때

00:21:43.069 --> 00:21:46.691
그걸 우리가 SAS라고
그렇게 불렀었고요.

00:21:46.791 --> 00:21:49.540
그다음에 대응하는
한 변의 길이가 같습니다.

00:21:49.640 --> 00:21:52.765

그러면서 그 한 변에
해당하는 양끝각.

00:21:52.865 --> 00:21:56.566
여기가 α 고 여기가
 β 만큼 기울어지도록 하고

00:21:56.666 --> 00:21:59.327
여기가 α 가 되도록
해라, 라고 한다면

00:21:59.427 --> 00:22:02.677
삼각형을 유일하게 작도할
수밖에 없었어요.

00:22:02.777 --> 00:22:06.821
그렇기 때문에 이런 식으로
어떤 변의 길이를 잡고

00:22:06.921 --> 00:22:09.815
일정하게 기울어지고
일정하게 기울어지도록 해서

00:22:09.915 --> 00:22:11.488
삼각형을 만들 수 있는 방법.

00:22:11.588 --> 00:22:13.214
하나의 방법밖에 없으니까

00:22:13.314 --> 00:22:14.573
그러면 애네만 같으면

00:22:14.673 --> 00:22:19.538
두 삼각형은 완전히 합동이라고 할 수
있겠구나, 라고 조건이 나왔었죠.

00:22:19.638 --> 00:22:21.204
ASA라고 부르던 조건.

00:22:21.304 --> 00:22:26.351
그래서 이렇게 세 가지 정도로
우리가 합동 조건을 잡고

00:22:26.451 --> 00:22:30.818
어떤 삼각형 두 개가 합동이다,
라는 것을 보여주었습니다.

00:22:30.918 --> 00:22:34.060
그러면 이등변삼각형의 경우에

00:22:34.160 --> 00:22:38.007
이 삼각형의 합동을 이용해서
재미있는 성질을 볼 수가 있는데

00:22:38.107 --> 00:22:43.304
이등변삼각형의 정의는 두 변의
길이 같은 삼각형이었어요.

00:22:43.404 --> 00:22:48.207
그러면 두 변의 길이가
서로 같아지게 되고요.

00:22:48.307 --> 00:22:51.766

그다음에 밑변이 이런
식으로 있습니다.

00:22:51.866 --> 00:22:56.126

그랬을 때 이등변 삼각형에서
두 변의 길이가 같으면

00:22:56.226 --> 00:22:59.805

두 밑각의 크기도 서로 같았었고요.

00:22:59.905 --> 00:23:06.071

이걸 이용해서 여기 있는 이
꼭지각을 이등분 했어요.

00:23:06.171 --> 00:23:08.965

만약에 꼭지각을 이등분
했다고 한다면

00:23:09.065 --> 00:23:11.846

여기가 β 일 때
이제 β 가 되도록

00:23:11.946 --> 00:23:14.449

각의 크기가 같아지게
된다는 거거든요?

00:23:14.549 --> 00:23:19.690

그러면 이 변의 길이가 같고
여기 밑각의 크기가 같고요.

00:23:19.790 --> 00:23:21.933

여기 크기도 같아지게 되잖아요?

00:23:22.033 --> 00:23:28.486

그러면 이 각의 이등분선에
의해서 나뉘게 된 두 삼각형은,

00:23:28.586 --> 00:23:31.670

이건 ABC라고 하고
이거를 H라고 했을 때

00:23:31.770 --> 00:23:38.622

$\triangle ABH$ 와 $\triangle ACH$ 는
서로 관계가 합동으로 나오게 되죠.

00:23:38.722 --> 00:23:40.462

그리고 우리가 합동이다,
라는 걸 나타낼 때

00:23:40.593 --> 00:23:44.229

이렇게 선분 세 개에
짧게 그어서 써줬었어요.

00:23:44.329 --> 00:23:45.721

이제 합동이 됩니다.

00:23:45.821 --> 00:23:46.662

무슨 합동이죠?

00:23:46.762 --> 00:23:48.527
ASA 합동이 되겠죠?

00:23:48.627 --> 00:23:50.894
각의 크기 똑같고 거기 밑에 있는

00:23:50.994 --> 00:23:54.751
양 끝 각으로 하는 변의 길이가
서로 같아지게 되는 거니까.

00:23:54.851 --> 00:23:59.584
이렇게 합동이 된다고 한다면 이제
자동으로 얻을 수 있는 것이 무엇이나,

00:23:59.684 --> 00:24:03.069
합동이라는 걸 보이는
과정에서는 두 개가 똑같고

00:24:03.169 --> 00:24:05.566
이 각의 크기가 같다는
걸 사용했는데

00:24:05.666 --> 00:24:08.356
합동이라는 게 이렇게 된 순간

00:24:08.456 --> 00:24:10.984
우리가 얻을 수 있게 되는 것은

00:24:11.084 --> 00:24:16.706
그렇다면 나머지 그 각의 크기와
변의 길이가 같아지게 됩니다.

00:24:16.806 --> 00:24:20.626
즉 BH하고 HC하고
같아지게 되고요.

00:24:20.726 --> 00:24:23.783
여기 BH, CH가
서로 같아지게 되고

00:24:23.883 --> 00:24:30.274
 $\angle AHB$ 와 $\angle AHC$ 가
같아지게 되는 거죠?

00:24:30.374 --> 00:24:38.205
그런데 AHB하고 AHC하고 같은데
두 개를 더한 것이 얼마였어요?

00:24:38.305 --> 00:24:46.408
두 개가 일직선상에 있으니까
 $\angle AHB$ 하고 $\angle AHC$ 하고를 더한 것은

00:24:46.508 --> 00:24:48.079
 180° 가 돼요.

00:24:48.179 --> 00:24:50.259
 180° 인데 서로 같아요.

00:24:50.359 --> 00:24:55.912
그렇다고 한다면 반드시 애네는
각각 몇 도가 되어야 되죠?

00:24:56.012 --> 00:24:59.002

더해서 180° 인데
두 개가 서로 같다고 한다면

00:24:59.102 --> 00:25:00.355

90° 가 되겠죠.

00:25:00.455 --> 00:25:01.574

그러면 보세요.

00:25:01.674 --> 00:25:06.163

여기가 90° 가 되었고 여기
변의 길이 두 개가 같습니다.

00:25:06.263 --> 00:25:09.585

BC에 수직이등분선이 되는 거예요.

00:25:09.685 --> 00:25:11.363

그냥 각을 이등분 했더니

00:25:11.463 --> 00:25:15.790

그것이 BC를 수직이등분 하는
선이 되었다, 라고 하는

00:25:15.890 --> 00:25:18.481

어마어마한 그런 내용이 나왔었어요.

00:25:18.581 --> 00:25:20.697

그래서 꼭지각의 이등분선은

00:25:20.797 --> 00:25:25.329

밑변을 수직이등분 한다, 라는
굉장히 좋은 성질이 생겼었고요.

00:25:25.429 --> 00:25:30.128

이게 삼각형의 합동으로 보여줄
수 있는 그런 내용인 거죠.

00:25:30.228 --> 00:25:32.051

제가 이 강의 진행하면서

00:25:32.151 --> 00:25:34.785

모든 것을 이런 식으로 다
증명을 해드리진 않을 거예요.

00:25:34.885 --> 00:25:38.499

그런데 여러분이
증명이라는 것이 무엇이었다.

00:25:38.599 --> 00:25:41.138

아, 증명이라는 용어 말고 정당화라는
건 이런 것이었다.

00:25:41.238 --> 00:25:44.003

증명이라는 건 우리 나중에
고등학교 명제 단원에서

00:25:44.103 --> 00:25:45.622

정식으로 용어가 나오고요.

00:25:45.722 --> 00:25:48.336

이제 이렇게 어떻게 보여줄
수 있느냐, 라는 거

00:25:48.436 --> 00:25:50.831

조금씩 필요한 부분만
보여드릴 테니까

00:25:50.931 --> 00:25:55.848

아, 이런 거였어, 왜 하는
거였어, 라는 거 정도 아시고

00:25:55.948 --> 00:25:58.554

그다음에 교과서 딱 펼쳐보면

00:25:58.654 --> 00:26:02.576

이런 류의 어떤 성질들이 굉장히
많아요, 문제들도 그렇고.

00:26:02.676 --> 00:26:05.279

그래서 제가 계속 강조하는 거.

00:26:05.379 --> 00:26:07.587

다시 한번 좀
살펴보시기를 바랍니다.

00:26:07.687 --> 00:26:10.160

잊어버린 부분이 많이
있다고 한다면요.

00:26:10.260 --> 00:26:12.452

그다음에 두 내각의
크기가 같은 삼각형은

00:26:12.552 --> 00:26:14.838

이등변삼각형이다, 라고
해줄 수가 있고요.

00:26:14.938 --> 00:26:19.800

그다음에 직각삼각형 같은 경우는
빗변과 한 예각의 크기만 같아도

00:26:19.900 --> 00:26:21.723

직각이라는 걸 이미
주어져 있잖아요.

00:26:21.823 --> 00:26:24.641

그러면 나머지 한 각의
크기도 자동으로 같아져서

00:26:24.741 --> 00:26:26.178

합동이 될 수 있었고요.

00:26:26.278 --> 00:26:27.848

그걸 RHA라고 했었고요.

00:26:27.948 --> 00:26:37.852

빗변과 다른 한 변의 길이가 각각
같다고 할지라도 직각이라고 한다면

00:26:37.952 --> 00:26:42.409

자동으로 이 비율과 삼각비에서 이
비율까지 일정하게 유지가 되면서

00:26:42.509 --> 00:26:47.143
반드시 합동이 되어서 RHS 합동이
된다고 할 수가 있었습니다.

00:26:47.243 --> 00:26:50.833
그래서 이 정도 삼각형에
합동의 내용이었고요.

00:26:50.933 --> 00:26:53.070
선분을 수직이등분선.

00:26:53.170 --> 00:26:58.599
방금 이등변삼각형에서
꼭지각의 이등분선이

00:26:58.699 --> 00:27:03.160
결국 밑변의 수직이등분선이
된다고 이야기를 했어요.

00:27:03.260 --> 00:27:05.930
그런데 수직이등분선이 무엇이냐,

00:27:06.030 --> 00:27:09.178
그러니까 뭔가 수직이고
이등분한다고 하는 것인데

00:27:09.278 --> 00:27:15.573
어떤 직선 l 이 선분 AB 의 중점.

00:27:15.673 --> 00:27:19.584
딱 가운데 위치하게 되는 점을
우리가 중점이라고 하죠?

00:27:19.684 --> 00:27:25.003
이제 다음 강에서 1:1 내분점이다,
라는 용어로 배우기도 할 거예요.

00:27:25.103 --> 00:27:30.691
이거를 지나면서 AB 에
수직이 되도록 했다고 한다면

00:27:30.791 --> 00:27:35.794
이 직선 l 을 AB 에
수직이등분선이다, 라고 합니다.

00:27:35.894 --> 00:27:37.242
이거 많이 나올 거예요.

00:27:37.342 --> 00:27:41.625
이제 우리 직선의 방정식 배우고
할 때 이거 많이 나올 테니까

00:27:41.725 --> 00:27:46.699
수직이등분선에 대해서 잘 기억을
해놓으세요, 정의가 무엇인지.

00:27:46.799 --> 00:27:48.823
그리고 성질이 어떤 것이 있는지.

00:27:48.923 --> 00:27:50.063
첫 번째 성질.

00:27:50.163 --> 00:27:54.896
점 P가 AB에
수직이등분선 위에 있습니다.

00:27:54.996 --> 00:27:59.216
여기 수직이등분선 위에
아무 점이나 잡아볼까요? P라고.

00:27:59.316 --> 00:28:04.575
그렇다면 PA하고 PB하고 서로
같다고 이야기를 하고 있어요.

00:28:04.675 --> 00:28:05.863
과연 그럴까요?

00:28:05.963 --> 00:28:11.534
PA랑 PB랑 같다는 것을 보이기 위해서는
우리가 무엇을 활용할 수 있을까요?

00:28:11.634 --> 00:28:16.859
보니까 이거하고 이거하고 삼각형을
이루고 있다는 거 보이세요?

00:28:16.959 --> 00:28:23.966
그러면 삼각형이 합동이라고 한다면
대응하는 변의 길이가 같으면서

00:28:24.066 --> 00:28:26.395
길이가 같아지게 된다고
해줄 수가 있겠죠.

00:28:26.495 --> 00:28:27.684
그러면 두 삼각형.

00:28:27.784 --> 00:28:35.219
 $\triangle AMP$ 와 $\triangle BMP$
얘네는 서로 합동이 되나요?

00:28:35.319 --> 00:28:37.542
그 근거를 한번 찾아볼까요?

00:28:37.642 --> 00:28:40.549
MP는 공통으로 가지고 있고요.

00:28:40.649 --> 00:28:46.364
그다음에 AM과 BM이 같도록
이등분 해놓은 거죠?

00:28:46.464 --> 00:28:53.429
그리고 $\angle AMP$ 와 $\angle BMP$ 가
서로 같습니다.

00:28:53.529 --> 00:28:55.405
수직이 되도록 그은 거잖아요.

00:28:55.505 --> 00:28:58.953
그렇기 때문에 모두 90° 로

똑같이 나오게 되죠?

00:28:59.053 --> 00:29:04.036
그렇다면 이거 공통으로 가지고
있고 이거랑 이거랑 길이가 같고

00:29:04.177 --> 00:29:08.303
여기 각을 같이 가지고 있으면서
끼인각의 크기가 같으니까

00:29:08.403 --> 00:29:10.782
당연히 ASA 합동이 된다.

00:29:10.882 --> 00:29:15.103
또는 이게 직각삼각형이니까
RHS 합동이 된다.

00:29:15.203 --> 00:29:16.473
여기 길이가 똑같으니까요.

00:29:16.573 --> 00:29:19.096
그렇게 이야기를 해줄
수도 있습니다.

00:29:25.286 --> 00:29:28.831
RHS라는 것은 빗변과 나머지
한 변의 길이가 같은 거고

00:29:28.931 --> 00:29:30.958
RHA는 다른 한 각의
크기가 같은 건데

00:29:31.058 --> 00:29:32.655
지금은 그거 만족하지 않으니까

00:29:32.755 --> 00:29:36.225
그냥 일반적인 이 ASA
합동으로 보여주면 되겠어요.

00:29:36.325 --> 00:29:40.340
그래서 이렇게 두 삼각형이
합동이다, 라고 할 수가 있고요.

00:29:40.440 --> 00:29:45.918
그다음에 이번에는 거꾸로 꼭
수직이등분선을 먼저 정의를 해놓지 않고

00:29:46.018 --> 00:29:48.301
AB가 이렇게 있고요.

00:29:48.401 --> 00:29:55.427
그다음에 선분 AB가 있을
때 점 P를 잡는 거예요.

00:29:55.527 --> 00:30:01.207
그래서 PA하고 PB하고 서로
같아지도록 한다, 라고 하는 것.

00:30:01.307 --> 00:30:09.993
그냥 선분 AB에 대해서 PA와 PB가
같도록 하는 점 P를 모으면.

00:30:11.439 --> 00:30:14.326

점 P를 모았다, 라는 게
무슨 뜻인지 아시겠어요?

00:30:14.426 --> 00:30:19.117

P가 이렇게 두 개가 같도록
AB의 위쪽에 있을 수 있고요.

00:30:19.217 --> 00:30:22.275

이거보다 조금 더 아래쪽에
위치할 수도 있습니다.

00:30:22.375 --> 00:30:24.824

이렇게 돼서 두 개가
똑같아질 수도 있죠?

00:30:24.924 --> 00:30:28.861

아니면 이런 식으로 나오면서
두 개가 똑같아질 수도 있겠죠?

00:30:28.961 --> 00:30:32.743

그런데 이렇게 어쨌든지
간에 A에서부터의 거리,

00:30:32.843 --> 00:30:35.958

B에서부터의 거리가
일정해지도록 하는 점 P를

00:30:36.058 --> 00:30:37.558

쫓 모은 거예요.

00:30:37.658 --> 00:30:44.084

애네를 쫓 모아서 어떻게 움직였는지
그 발자취를 조사하였다.

00:30:44.184 --> 00:30:48.993

뭔가 우리가 눈길을 걸어가면 나의
발걸음에 따라서 자취가 남게 되죠?

00:30:49.093 --> 00:30:55.512

그런 발자취, 즉 P에 자취가 어떻게
되는지 추적을 해보았다고 한다면

00:30:55.612 --> 00:30:57.987

이 P는 어떤 도형
위에 있게 되느냐,

00:30:58.087 --> 00:31:01.021

바로 선분 AB의.

00:31:01.121 --> 00:31:04.760

이렇게 바를 쓰는 건 선분의 길이를
나타낼 때는 쓰는 것이고요.

00:31:04.860 --> 00:31:10.143

선분이다, 라는 걸 나타내주려면
선분 AB라고 써주시면 됩니다.

00:31:10.243 --> 00:31:14.251

그래서 선분 AB의

수직이등분선이 된다고

00:31:14.351 --> 00:31:16.751
그렇게 자취를 찾을 수가 있어요.

00:31:16.851 --> 00:31:20.224
그래서 애네를 연결을
쭉 했다고 한다면

00:31:20.324 --> 00:31:23.191
자동으로 수직이등분선 위에
있게 된다는 거예요.

00:31:23.291 --> 00:31:25.763
마찬가지로 항상 이 삼각형이

00:31:25.863 --> 00:31:30.101
합동이 된다는 사실을 이용해서
찾아줄 수가 있습니다.

00:31:30.201 --> 00:31:34.852
그래서 이 내용, 이
내용 모두 다 뒤에

00:31:34.952 --> 00:31:37.983
직선의 방정식 해줄 때 많이
나오게 될 내용이에요.

00:31:38.083 --> 00:31:45.498
PA랑 PB랑 같도록 하는 P의 자취를
구하여라, 라는 문제가 나올 거거든요.

00:31:45.598 --> 00:31:48.003
그런 자취를 구하여라,
라고 하는 것은

00:31:48.103 --> 00:31:54.256
P가 이 조건을 만족하도록 하면서
굉장히 많은 점을 찍어가면서

00:31:54.356 --> 00:31:55.650
움직이게 될 수 있는데

00:31:55.750 --> 00:32:00.459
그 점들 찍힌 것을 쭉 모았을 때
어떤 발자국을 따라가느냐를 모아서

00:32:00.559 --> 00:32:04.342
어떤 도형을 이루었는가, 그
도형을 xy로 표현하는 걸

00:32:04.442 --> 00:32:06.506
도형의 방정식에서 할 거거든요.

00:32:06.606 --> 00:32:08.443
그렇게 도형의 방정식으로
나타냈을 때

00:32:08.543 --> 00:32:11.927
어떤 방정식으로 나타내줄 수
있느냐, 라는 걸 구해보는다면

00:32:12.027 --> 00:32:15.584
결국 궁극적으로 수직이등분선이
될 거다, 라는 것이죠.

00:32:15.684 --> 00:32:19.037
그러면 이제 한번 합동인 거
찾는 거 연습해볼까요?

00:32:19.137 --> 00:32:23.340
DAC와 ECB가
정삼각형이다, 라고 했는데

00:32:23.440 --> 00:32:27.193
DCB하고 합동인 것을
한번 찾아보겠습니다.

00:32:27.293 --> 00:32:29.502
그러면 여기서 삼각형이
나오는 것들.

00:32:29.602 --> 00:32:33.574
정삼각형 이외에
이런 삼각형도 있고

00:32:33.674 --> 00:32:37.305
이런 삼각형도 있고 이런
삼각형도 있고 많이 나오는데

00:32:37.405 --> 00:32:40.299
지금 보니까 DC.

00:32:40.399 --> 00:32:45.648
DC하고 그다음에 AC하고
서로 길이가 같아요.

00:32:45.748 --> 00:32:46.657
왜 같죠?

00:32:46.757 --> 00:32:52.054
정삼각형의 변의 길이이기 때문에
DC하고 AC하고 길이가 같죠.

00:32:52.154 --> 00:32:54.714
그다음에 BC를 볼까요?

00:32:54.814 --> 00:32:59.212
지금 이 삼각형 이루는
거에서 BC하고 CE하고

00:32:59.312 --> 00:33:01.917
또 길이가 같아지게 되죠.

00:33:02.017 --> 00:33:05.613
이것도 이 정삼각형의
일부니까 서로 같습니다.

00:33:05.713 --> 00:33:10.397
그러면 제가 지금 찾은 것이
DC하고 AC하고 같다.

00:33:10.497 --> 00:33:14.260

그다음에 BC하고
CE하고 같다고 했어요.

00:33:14.360 --> 00:33:17.849

그러면 AC와 CE로
구성되는 삼각형을 보면

00:33:17.949 --> 00:33:19.374

이런 삼각형 있잖아요.

00:33:19.474 --> 00:33:28.348

그러면 $\triangle ACE$ 하고 $\triangle DCB$ 하고
서로 합동이라고 할 수 있을까,

00:33:28.448 --> 00:33:30.335

그렇게 말을 하고 싶은데

00:33:30.435 --> 00:33:33.186

그렇게 말하려면 근거
하나가 더 필요하죠?

00:33:33.286 --> 00:33:35.624

지금 두 변이 같다는
것만 보였습니다.

00:33:35.724 --> 00:33:38.229

두 변 사이에 뭐도 같으면 될까요?

00:33:38.329 --> 00:33:41.027

바로 끼어있는 각도 같으면 좋겠죠?

00:33:41.127 --> 00:33:46.933

그래서 DC하고 BC 사이에
이루어졌던 이 각의 크기.

00:33:47.033 --> 00:33:48.645

이것은 얼마인가요?

00:33:48.745 --> 00:33:58.654

$\angle DCB$ 를 구한다면 $\angle DCE$ 하고
 $\angle ECB$ 를 더해준 거예요.

00:33:58.754 --> 00:34:02.875

이 각과 이 각을 더해서 이
각이 만들어지게 되는데

00:34:02.975 --> 00:34:08.395

이거는 $\angle DCE$ 하고
 60° 를 더한 것과 같죠?

00:34:08.495 --> 00:34:14.387

그런데 $\angle DCE$ 하고 뭐하고도
똑같냐, 라는 걸 찾아보면

00:34:14.487 --> 00:34:16.315

그야말로 $\angle DCE$ 고요.

00:34:16.415 --> 00:34:19.632

그다음에 60° 가 여기도
 60° 가 돼요.

00:34:19.732 --> 00:34:27.137

그렇기 때문에 $\angle DCA$, 여기
각의 크기도 60° 가 되는 거죠.

00:34:27.237 --> 00:34:30.463

삼각형, 정삼각형에서의
한 각의 크기니까.

00:34:30.563 --> 00:34:33.919

그런데 애하고 애를 더해주면

00:34:34.019 --> 00:34:37.362

결국에 $\angle ACE$ 가
만들어지게 되잖아요.

00:34:37.462 --> 00:34:43.109

그렇기 때문에 DCB하고 ACE하고

00:34:43.209 --> 00:34:46.413

각의 크기까지 똑같다는
걸 알 수가 있습니다.

00:34:46.513 --> 00:34:53.945

그렇기 때문에 $\triangle DCB$ 하고 $\triangle ACE$ 하고
서로 합동으로 나오게 되죠.

00:34:54.045 --> 00:34:56.547

DC랑 AC랑 같았고요.

00:34:56.647 --> 00:34:58.670

BC랑 CE랑 같았고요.

00:34:58.770 --> 00:35:03.144

애네 둘 사이에 있는 끼어있는
그 각의 크기도 똑같았어요.

00:35:03.244 --> 00:35:06.078

그렇기 때문에 두
삼각형은 합동이 된다고

00:35:06.178 --> 00:35:09.315

이런 식으로 찾아줄
수 있는 것이에요.

00:35:09.415 --> 00:35:12.705

그다음에 이제
다각형에서의 각의 크기.

00:35:12.805 --> 00:35:17.135

방금 제가 삼각형에서 한
각의 크기가 60° 가 된다.

00:35:17.235 --> 00:35:18.798

정삼각형의 경우예요.

00:35:18.898 --> 00:35:21.639

그런 이야기를 했는데
그럼 우리 일반적으로

00:35:21.739 --> 00:35:25.369

어떤 정다각형의 한 각의 크기를 찾을 수가 있을까요?

00:35:25.469 --> 00:35:28.970
각이라는 것은 어떤 식으로

00:35:29.070 --> 00:35:32.602
일반적인 다각형에서 만들어질까,
라는 걸 생각을 해보면

00:35:32.702 --> 00:35:36.446
지금 일반적인 다각형의 모양을
제가 파란색으로 그려봤고

00:35:36.546 --> 00:35:42.443
외각이라는 걸 보이기 위해서
선분의 연장선들을 그어봤습니다.

00:35:42.543 --> 00:35:46.962
이렇게 생긴 다각형에서
안쪽의 각들을 이루는 것을

00:35:47.062 --> 00:35:48.758
우리가 내각이라고 부르고요.

00:35:48.858 --> 00:35:52.051
바깥쪽 각을 이루는
것을 외각이라고 해요.

00:35:52.151 --> 00:35:54.198
선분을 쭉 연장했어요.

00:35:54.298 --> 00:35:59.121
연장해서 연장한 이 선과
원래 다각형을 이루고 있는

00:35:59.221 --> 00:36:00.788
한 변이 이루는 각.

00:36:00.888 --> 00:36:02.640
그것을 외각이라고 하는 거죠.

00:36:02.740 --> 00:36:05.506
이 내각과 외각을 합한
것은 얼마나 될까요?

00:36:05.606 --> 00:36:07.509
당연히 180° 가 되고.

00:36:07.609 --> 00:36:09.309
여기 두 개 합한 거
 180° 되고.

00:36:09.409 --> 00:36:11.109
여기 두 개 합한 거
 180° 가 되고.

00:36:11.209 --> 00:36:13.038
그런 식으로 나오게 되는 거.

00:36:13.138 --> 00:36:16.311

그것이 내각과 외각의 관계입니다.

00:36:16.411 --> 00:36:20.735
그러면 내각에는 어떤 특징이 있을지
외각에는 어떤 특징이 있을지를 보면

00:36:20.835 --> 00:36:24.717
내각을 보기 위해서 일단 대각선부터
생각을 해보도록 할게요.

00:36:24.817 --> 00:36:25.659
n각형.

00:36:25.759 --> 00:36:28.246
꼭 정다각형이 아니라고 할지라도

00:36:28.346 --> 00:36:33.865
n각형에서의 대각선의 개수를 세기
위해서 우리가 개수 세는 방법.

00:36:33.965 --> 00:36:35.274
이런 식으로 가볼게요.

00:36:35.374 --> 00:36:38.111
삼각형은 대각선이 있나요?

00:36:38.211 --> 00:36:45.053
대각선이라는 것은 다각형에서
두 점을 이은 선분 중에서

00:36:45.153 --> 00:36:48.318
그 다각형을 이루는 변이
아닌 것을 의미해요.

00:36:48.418 --> 00:36:53.447
여기는 두 점을 어떻게 꺼내더라도
서로 변으로 연결이 되어있죠?

00:36:53.547 --> 00:36:58.009
그렇기 때문에 삼각형에서는
대각선의 개수가 0개였어요.

00:36:58.109 --> 00:37:00.636
이제 사각형으로 가면 어떻게?

00:37:00.736 --> 00:37:04.905
두 점을 연결하는데
두 점을 연결해서

00:37:05.005 --> 00:37:17.042
애네가 서로 사각형을 이루는 변이
아니도록 다른 점을 연결해주는 방법.

00:37:17.142 --> 00:37:21.414
그러면 이 점을 기준으로
생각을 했을 때

00:37:21.514 --> 00:37:25.178
여기서 그을 수 있는 대각선이
몇 개인지를 세보는 거예요.

00:37:25.278 --> 00:37:28.504

그러면 여기서 그을 수 있는
대각선을 보려고 할 때

00:37:28.604 --> 00:37:32.656

대각선이라는 것이 정다각형을
이루는 점 두 개를 꺼내서

00:37:32.756 --> 00:37:34.855

선분으로 연결한 거라고 했어요.

00:37:34.955 --> 00:37:39.067

그러면 이것과 연결될 다른
점을 선택해야 되는데

00:37:39.167 --> 00:37:46.219

애하고 이미 두 개의 점은
선분으로 연결이 되어있습니다.

00:37:46.319 --> 00:37:50.589

그렇다고 한다면 남아있는
선은 몇 개가 나오게 되죠?

00:37:50.689 --> 00:37:51.873

점은 몇 개이죠?

00:37:51.973 --> 00:37:53.087

하나밖에 없죠?

00:37:53.187 --> 00:37:58.145

그래서 이을 수 있는 대각선의
개수는 한 개가 나오게 돼요.

00:37:58.245 --> 00:38:03.465

그러면 사각형이라고 한다면

00:38:03.565 --> 00:38:06.992

한 꼭짓점에서 그을 수 있는
대각선이 몇 개냐라고 한다면

00:38:07.092 --> 00:38:10.574

먼저 4개의 점 중에서,
원래 점이 4개가 있잖아요?

00:38:10.674 --> 00:38:13.207

그런데 그중에서 자기 자신은 빼요.

00:38:13.307 --> 00:38:16.609

그리고 양옆에 있는 점은 빼요.

00:38:16.709 --> 00:38:22.608

양옆에 있는 점이라고 한다면
선분을 이루게 되는.

00:38:22.708 --> 00:38:27.164

이 다각형을 이루는, 변을 이루게
되는 그런 점이 되기 때문에

00:38:27.264 --> 00:38:28.654

그거는 빼줘야 되는 거죠.

00:38:28.754 --> 00:38:30.608

여기서도 마찬가지로였습니다.

00:38:30.708 --> 00:38:33.764

여기 삼각형에서는 원래
3개의 점이 있어요.

00:38:33.864 --> 00:38:36.682

그런데 자기 자신은
제외하는 거예요.

00:38:36.782 --> 00:38:42.463

그리고 양옆에 두 개의
점은 이것과 연결했을 때

00:38:42.563 --> 00:38:44.677

이 삼각형의 변이 되어버리잖아요?

00:38:44.777 --> 00:38:47.156

그러니까 빼고 세야 하는 거였죠.

00:38:47.256 --> 00:38:49.835

오각형도 보면 여기 한 군데서

00:38:49.935 --> 00:38:54.493

그러면 그을 수 있는 대각선이 몇
개이나, 라는 것을 따질 때

00:38:54.593 --> 00:38:56.412

양옆은 제외해줘야 되고요.

00:38:56.512 --> 00:39:01.086

자기 자신 제외하고 남아있는
곳은 두 개가 만들어지게 돼요.

00:39:01.186 --> 00:39:05.285

그래서 다섯 개의 점 중에 자기
자신 빼고 양옆에 점 빼고.

00:39:05.385 --> 00:39:06.999

이런 식으로 나오게 되니까

00:39:07.099 --> 00:39:09.483

계속 이런 것들이 이어지게 된다면

00:39:09.583 --> 00:39:12.272

만약에 n 각형이 있어요.

00:39:12.372 --> 00:39:18.169

n 각형에서 생각을 했을
때 n 개의 점 중에서

00:39:18.269 --> 00:39:19.945

내가 이 한 점을 골라서

00:39:20.045 --> 00:39:24.294

여기서 그을 수 있는 대각선이 몇
개인가, 라는 것을 세려고 할 때

00:39:24.394 --> 00:39:29.467

빼야 되는 점이 자기 자신과 양옆의

점은 빼고 세줘야 하는 거죠.

00:39:29.567 --> 00:39:31.786
그래서 자기 자신 빼주고

00:39:31.886 --> 00:39:36.960
그다음에 양옆에 점
두 개를 빼주게 된다면

00:39:37.060 --> 00:39:40.711
결국 남는 것은 $n-3$ 개가
남게 되겠죠?

00:39:40.811 --> 00:39:45.840
그래서 이제 한 점에서 그을 수
있는 대각선의 개수입니다.

00:39:45.940 --> 00:39:51.973
그러면 이런 점이 n 각형이라고
한다면 몇 개가 있죠?

00:39:52.073 --> 00:39:53.605
총 n 개가 있어요.

00:39:53.705 --> 00:39:59.600
그렇기 때문에 $n(n-3)$ 해주면 총
대각선의 개수로 나오게 될까요?

00:39:59.700 --> 00:40:02.627
우리 예를 들어서 아까
오각형 다시 한번 볼게요.

00:40:02.727 --> 00:40:05.382
여기서 그을 수 있는
대각선이 두 개였고요.

00:40:05.482 --> 00:40:09.512
여기 점에서 그을 수 있는 대각선
마찬가지로 두 개가 나오게 되고요.

00:40:09.612 --> 00:40:12.385
여기 점에서 그을 수 있는
대각선이 두 개가 나오는데

00:40:12.485 --> 00:40:15.054
이미 하나는 여기서 그어놨네요?

00:40:15.154 --> 00:40:16.724
채울 수 있는 게 하나만 남았고.

00:40:16.824 --> 00:40:20.276
여기서 대각선을 그으려고 보니까
이미 두 개 그려놨어요.

00:40:20.376 --> 00:40:23.061
여기서 그으려고 보니까 이미
두 개를 그려놨습니다.

00:40:23.161 --> 00:40:25.311
그러면 모든 다섯 개의 점들.

00:40:25.411 --> 00:40:33.922
모든 n 개의 점에 대해서 각각
 $n-3$ 개씩 원래 존재를 해야 되는데

00:40:34.022 --> 00:40:36.867
선분 하나에 점이
두 개씩 들어가 있잖아요.

00:40:36.967 --> 00:40:39.020
양방향으로 우리가 긋게 되죠.

00:40:39.120 --> 00:40:46.214
그렇기 때문에 그냥 $n(n-3)$ 으로
총 대각선의 개수를 세게 된다면

00:40:46.314 --> 00:40:48.646
총 세게 되는 그
개수를 생각했을 때

00:40:48.746 --> 00:40:53.496
두 번째씩 세게 되는 거예요.

00:40:53.596 --> 00:40:55.507
내가 두 번 세는 거 구매받지 않고

00:40:55.607 --> 00:40:58.146
그냥 점당 두 번씩을 다 긋겠다.

00:40:58.246 --> 00:40:59.722
이렇게 두 번 그었고요.

00:40:59.822 --> 00:41:00.658
두 번 긋고.

00:41:00.758 --> 00:41:06.251
그다음에 또 긋게 될 때 여기서
긋고 그다음에 여기서 긋고.

00:41:06.351 --> 00:41:07.164
이거 좀 헷갈리시죠?

00:41:07.264 --> 00:41:09.113
제가 여러 번 색깔해놔서요.

00:41:09.213 --> 00:41:13.599
다시 한번 그려보게 되면
다섯 개가 이렇게 있을 때

00:41:13.699 --> 00:41:15.054
여기서 두 개 그었죠?

00:41:15.154 --> 00:41:17.200
그다음에 여기서 두 개 그었죠?

00:41:17.300 --> 00:41:21.205
그다음에 여기서 그을 때 이거는
한 번을 더 긋게 되고

00:41:21.305 --> 00:41:23.791
그다음에 여기 그어주게 되는 것이고

00:41:23.891 --> 00:41:28.130

그다음에 여기서 그을 때 이렇게 이미
그어진 거 또 한 번씩 긋게 되고

00:41:28.230 --> 00:41:31.067

그다음 여기서 또 그어줄
때 이렇게 한 번 하고

00:41:31.167 --> 00:41:36.066

또 이런 식으로 가게 되니까 모든
대각선을 다 두 번씩 세게 된 거잖아요.

00:41:36.166 --> 00:41:39.271

이루는 점이 두 개가 있는데
이쪽에서 한 번 그었고

00:41:39.371 --> 00:41:40.776

이쪽에서 한 번 그었기 때문에

00:41:40.876 --> 00:41:43.488

그래서 최종적으로 나누기 2를 해서

00:41:43.588 --> 00:41:45.932

우리가 대각선의 개수를
세줄 수가 있습니다.

00:41:46.032 --> 00:41:50.370

이 대각선의 개수를 세는 것은 제가
지금 이런 식으로 보여드렸는데

00:41:50.470 --> 00:41:55.611

우리 수학 마지막 단원에 가면 순열과
조합이라는 걸 배우게 돼요.

00:41:55.711 --> 00:42:00.328

그 조합을 배우고 나면 왜 이런
식으로 나오는지 또 한 번에.

00:42:00.428 --> 00:42:04.585

아, 그래서 이런 거였구나, 라고 훨씬
더 이해하기 좋게 배우시게 될 거예요.

00:42:04.685 --> 00:42:09.158

그래서 그때 조합을 배우면서 아, 맞아
우리 중학교 도형에서는 이렇게 했었는데

00:42:09.258 --> 00:42:11.868

대각선의 정의가 이거니까
그렇게 했었는데

00:42:11.968 --> 00:42:15.346

조합을 이용하니까 더 이렇게 편하게
구할 수 있겠구나, 라는 것을

00:42:15.446 --> 00:42:16.403

좀 알 수가 있겠죠?

00:42:16.503 --> 00:42:17.548

그래서 정리해보면

00:42:17.648 --> 00:42:21.029

n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는

00:42:21.129 --> 00:42:22.608
n-3개가 나오게 되고

00:42:22.708 --> 00:42:28.151
n각형의 대각선의 개수는 총 이렇게 n-3개씩 그을 수 있는 게

00:42:28.251 --> 00:42:31.023
n가지 점에서 가능한데 두 번씩 겹쳐서 세게 되니까

00:42:31.123 --> 00:42:33.379
나누기 2를 한다고 보시면 됩니다.

00:42:33.479 --> 00:42:39.143
그러면 삼각형에서는 세 내각의 크기의 합이 얼마였죠?

00:42:39.243 --> 00:42:40.767
바로 180° .

00:42:40.867 --> 00:42:45.308
이것이 평행선의 아주 큰 성질에서부터 나오게 된 거예요.

00:42:45.408 --> 00:42:49.202
삼각형에서 내각의 합을 구한다고 한다면

00:42:49.302 --> 00:42:52.942
여기 밑변과 평행한 선을 그었다.

00:42:53.042 --> 00:42:57.615
여기 위에 이렇게 밑변과 평행한 선을 그었다고 했을 때

00:42:57.715 --> 00:42:59.319
평행선이 존재한다면.

00:42:59.419 --> 00:43:04.014
그렇다고 한다면 이것과 이것이 서로 엿각으로 나오게 되고

00:43:04.114 --> 00:43:06.882
애랑 애가 엿각이 되면서 평행선이니까

00:43:06.982 --> 00:43:09.483
서로 크기가 똑같이 나오게 되잖아요?

00:43:09.583 --> 00:43:11.337
그러면 이것까지 생각했을 때

00:43:11.437 --> 00:43:14.130
3개를 더한 것은 반드시 각의 크기가 얼마?

00:43:14.230 --> 00:43:16.020
180°가 된다는 것이죠.

00:43:16.120 --> 00:43:19.406
그래서 삼각형의 내각의 크기의
합이 180°였어요.

00:43:19.506 --> 00:43:21.934
그런데 이것은 평행선 존재하는,

00:43:22.034 --> 00:43:24.786
우리가 다루고 있는 이 도형의
세계에서 그런 거고요.

00:43:24.886 --> 00:43:29.485
제가 아까 얼핏 언급했던 게 평행선이
존재하지 않아, 라고 말을 하는

00:43:29.585 --> 00:43:31.417
그런 기하학도 있다고 했어요.

00:43:31.517 --> 00:43:34.869
혹시 여러 가지 기하학에 재미있는
성질을 알고 싶은 학생은

00:43:34.969 --> 00:43:37.482
저한테 질문 게시판에
좋은 책 추천해주세요,

00:43:37.582 --> 00:43:40.030
읽어보고 싶어요, 라고
올리셔도 되고요.

00:43:40.130 --> 00:43:45.218
아니면 비유클리드 기하학 이렇게 해서
소재로 나온 책들이 많이 있으니까

00:43:45.318 --> 00:43:48.400
읽어보시면 재미있게
보실 수 있을 거예요.

00:43:48.500 --> 00:43:50.973
그다음에 삼각형의 한 외각의 크기는

00:43:51.073 --> 00:43:54.342
이와 이웃하지 않는 두
내각의 크기의 합과 같다.

00:43:54.442 --> 00:43:55.537
무슨 뜻이냐면요.

00:43:55.637 --> 00:43:57.396
이렇게 삼각형이 있어요.

00:43:57.496 --> 00:44:03.195
그랬을 때 여기서 한 외각의 크기.

00:44:03.295 --> 00:44:06.247
이 외각의 크기가 얼마일지를
생각을 해보는데

00:44:06.347 --> 00:44:10.478

이 각의 크기가 α 고 이제
 β 고 여기가 γ 라고 한다면

00:44:10.578 --> 00:44:13.097

α , β , γ 를
더한 것이 얼마가 되죠?

00:44:13.197 --> 00:44:14.734

180° 가 돼요.

00:44:14.834 --> 00:44:17.786

그러면 γ 의 크기는

00:44:17.886 --> 00:44:22.495

180° 에서 α 하고 β 를 더한
것을 뺀 거가 나오게 되잖아요.

00:44:22.595 --> 00:44:25.172

그런데 여기의 크기를
 x 라고 했을 때

00:44:25.272 --> 00:44:28.842

x 는 180° 에서
 γ 를 빼준 것입니다.

00:44:28.942 --> 00:44:31.582

그러면 180° 에서
 γ 를 빼게 된다면

00:44:31.682 --> 00:44:36.869

이렇게 빠지게 되면서
 $\alpha + \beta$ 랑 같게 되는 것이죠.

00:44:36.969 --> 00:44:40.104

그냥 쉽게 생각해서 3개
더한 게 180° 예요.

00:44:40.204 --> 00:44:42.122

이거랑 이거 더한
것도 180° 예요.

00:44:42.222 --> 00:44:46.813

그러면 이거의 크기는 두 개를 더한
것일 수밖에 없다고 나오는 거.

00:44:46.913 --> 00:44:49.134

삼각형의 외각의 성질이었어요.

00:44:49.234 --> 00:44:52.433

그러면 이제 n 각형에서
생각을 해보는데

00:44:52.533 --> 00:44:57.243

n 각형에 내각의 크기의 합이
얼마인지를 어떻게 구했었냐면,

00:44:57.343 --> 00:44:59.967

우리가 이걸 삼각형으로
쪼개서 구했습니다.

00:45:00.067 --> 00:45:02.004
오각형이 있다고 해볼게요.

00:45:02.104 --> 00:45:07.724
오각형이 있을 때 한 점에서 아까
대각선 몇 개 그을 수 있었어요?

00:45:07.824 --> 00:45:09.782
n-3개 그을 수 있었어요.

00:45:09.882 --> 00:45:14.895
n-3개의 대각선에 의해서
나누어진 이 평면의 개수.

00:45:14.995 --> 00:45:17.283
삼각형의 개수가 몇
개가 나오게 되냐면,

00:45:17.383 --> 00:45:22.080
n-2개의 삼각형이
만들어지게 되는 거예요.

00:45:22.795 --> 00:45:25.552
여기서 n-3개를 그었으니까.

00:45:25.652 --> 00:45:26.603
두 개를 그었죠?

00:45:26.703 --> 00:45:28.691
오각형에서는 두 개를 그었죠?

00:45:28.791 --> 00:45:31.168
그러면 삼각형이 3개가
나오게 되죠?

00:45:31.268 --> 00:45:35.045
선 두 개에 의해서 영역은
3개로 나누어지니까.

00:45:35.145 --> 00:45:39.971
n-3개의 대각선에 의해서
n-2개의 삼각형이 생깁니다.

00:45:40.071 --> 00:45:41.997
우리 사각형은 삼각형 2개고

00:45:42.097 --> 00:45:43.396
오각형은 삼각형 3개고

00:45:43.496 --> 00:45:44.515
육각형은 4개고.

00:45:44.615 --> 00:45:45.844
이런 식으로 가는 거예요.

00:45:45.944 --> 00:45:49.161
그러면 삼각형의 내각의
합이 180° 였으니까

00:45:49.261 --> 00:45:53.038
n-2개의 삼각형이 있다

그러면 내각의 크기의 합은

00:45:53.138 --> 00:45:55.902

180° 곱하기 $n-2$ 가 되고요.

00:45:56.002 --> 00:45:58.980

외각의 크기의 합이

참 재미있었어요.

00:45:59.080 --> 00:46:02.619

외각의 크기의 합 얼마가

되는지 혹시 기억하세요?

00:46:02.719 --> 00:46:03.894

외각의 크기 합.

00:46:03.994 --> 00:46:06.855

제가 일단은 식으로 보여드릴게요.

00:46:06.955 --> 00:46:09.968

그리고 나서 좀 더 재미있는

방법으로 보여드리겠습니다.

00:46:10.068 --> 00:46:13.622

만약 식으로 보여준다면

외각을 한번.

00:46:13.722 --> 00:46:15.289

지금 오각형이잖아요?

00:46:15.389 --> 00:46:18.824

오각형이니까 $a, b, c,$

d, e 라고 일단은 해볼게요.

00:46:18.924 --> 00:46:23.257

$a+b+c+d+e$ 가 얼마인지를

구하고자 하는 것인데

00:46:23.357 --> 00:46:27.260

여기 각각 내각의

크기가 얼마가 되죠?

00:46:27.360 --> 00:46:33.545

내각의 크기를 $a_1, b_1,$

c_1, d_1, e_1 .

00:46:33.645 --> 00:46:34.949

이렇게 한번 써볼까요?

00:46:35.049 --> 00:46:38.830

$a_1+b_1+c_1+d_1+e_1$.

00:46:38.930 --> 00:46:46.400

이렇게 했을 때 이것이 180°

곱하기 3으로 나오게 됐었죠, 5각형이니까.

00:46:46.500 --> 00:46:49.573

180 곱하기 3 이렇게 돼요.

00:46:49.673 --> 00:46:54.256

그러면 이 a 의 크기는

얼마가 되냐면,

00:46:54.356 --> 00:46:57.122

180에서 결국 a_1 을
빼 거잖아요?

00:46:57.222 --> 00:47:01.757

들을 합해서 180° 가
나오게 되니까.

00:47:01.886 --> 00:47:04.544

외각의 크기 중에서 b 의
크기는 어떻게 되냐면,

00:47:04.644 --> 00:47:07.087

180에서 b_1 을 빼준 거죠.

00:47:07.187 --> 00:47:13.136

이런 식으로 가서
 $180-e_1$ 까지 나오게 되는데

00:47:17.356 --> 00:47:20.282

이것이 얼마인지를 지금
구하고자 하는 거예요.

00:47:20.382 --> 00:47:25.758

그러면 애는 180° 곱하기, 지금
이거 더한 거 개수가 5개니까

00:47:25.858 --> 00:47:27.047

5가 나오게 되고

00:47:27.147 --> 00:47:31.540

거기에 a_1 부터 e_1 까지를
더한 걸 빼주면 되죠?

00:47:31.640 --> 00:47:36.659

그러면 180° 곱하기 5에서
 180° 곱하기 3을 해주니까

00:47:36.759 --> 00:47:40.784

결국 180° 곱하기 2가
되면서 360° 가 됩니다.

00:47:40.884 --> 00:47:42.932

이것이 오각형만 그러냐,

00:47:43.032 --> 00:47:45.637

n 각형 모두에 대해서
성립하는 거였어요.

00:47:45.737 --> 00:47:50.357

이제 만약에 쪽 가다가 n 개가 있는
상황이었다고 생각을 해볼게요.

00:47:50.457 --> 00:47:55.997

만약 내각의 크기를
봤을 때 내각의 크기가

00:47:56.097 --> 00:47:58.879

a_1 부터 a_n 까지 있었다.

00:47:59.014 --> 00:48:04.674
이거를 다 합해준 것이 180에 $n-2$ 를
곱한 것으로 나오게 된다고 했잖아요.

00:48:04.774 --> 00:48:06.005
내각의 크기의 합.

00:48:06.105 --> 00:48:12.123
그렇다고 한다면 각각의
외각의 크기의 합은

00:48:12.223 --> 00:48:14.620
180에서 a_1 을 빼준 것.

00:48:14.720 --> 00:48:17.015
또 180에서 a_2 를 빼준 것.

00:48:17.115 --> 00:48:21.519
이렇게 해서 180에서 a_n 을
빼준 것까지를 더하게 되는데

00:48:21.619 --> 00:48:23.810
그러면 이거는 180에서.

00:48:23.910 --> 00:48:25.939
 180° 를 지금 n 개를 더해봤죠?

00:48:26.039 --> 00:48:29.786
거기에서 빼기 $180(n-2)$ 만큼.

00:48:29.886 --> 00:48:32.378
내각의 크기의 합을 빼준
거를 구하게 되니까

00:48:32.478 --> 00:48:35.769
결국 계산해보면 360° 가
나오게 되는 거예요.

00:48:35.869 --> 00:48:39.930
열심히 이렇게 계산을 해서
 360° 라는 걸 볼 수가 있는데

00:48:40.030 --> 00:48:41.883
꼭 이렇게 계산을 하지 않더라도

00:48:41.983 --> 00:48:43.407
이 그림을 한번 볼게요.

00:48:43.507 --> 00:48:45.248
외각을 한번 모아보겠습니다.

00:48:45.348 --> 00:48:48.555
이렇게 외각 나와 있는
거를 애를 쪽 평행이동해서

00:48:48.655 --> 00:48:50.067
여기로 갖다 붙여볼게요.

00:48:50.167 --> 00:48:53.423
이 외각의 크기랑 평행이동

했으니까 이 선에 대해서

00:48:53.523 --> 00:48:57.621
이 외각의 크기, 이 값과 이
각이 서로 크기가 같아지게 되죠?

00:48:57.721 --> 00:48:59.258
애를 평행이동해볼게요.

00:48:59.358 --> 00:49:00.695
여기로 붙이겠습니다.

00:49:00.795 --> 00:49:04.616
그러면 이 각의 크기와 여기
각의 크기가 똑같아지게 되죠?

00:49:04.716 --> 00:49:10.777
마찬가지로 이 선분을, 직선을
평행이동 해서 여기로 가져가 볼게요.

00:49:10.877 --> 00:49:14.020
그러면 이것과 이거의
크기가 같아지게 되고요.

00:49:14.120 --> 00:49:16.591
애가 그러면 자동으로
평행이동이 되면서

00:49:16.691 --> 00:49:18.965
애하고 애하고의 크기가
똑같아지게 돼요.

00:49:19.065 --> 00:49:23.400
외각을 이렇게 해서 모아보게 된다면

00:49:23.500 --> 00:49:26.910
결국 360° 로 모인다는
것을 볼 수가 있어요.

00:49:27.010 --> 00:49:29.955
그래서 외각의 크기의
합은 얼마가 되느냐,

00:49:30.055 --> 00:49:32.786
항상 360° 다, 라는
걸 알 수가 있고요.

00:49:32.886 --> 00:49:34.881
그러면 이제 정다각형.

00:49:34.981 --> 00:49:38.562
정다각형은 변의 길이가 다 똑같고
각의 크기도 다 똑같죠?

00:49:38.662 --> 00:49:42.008
정 n 각형에서의 한 각의
크기는 얼마가 될 것이냐,

00:49:42.108 --> 00:49:47.146
한 내각의 크기는 내각 모든 것의
합이 180° 곱하기 $n-2$ 니까

00:49:47.246 --> 00:49:50.111

이것을 n 으로 똑같이
나눠주면 되는 거죠.

00:49:50.211 --> 00:49:54.227

그래서 삼각형에서는 180
나누기 3 해서 60° .

00:49:54.327 --> 00:49:57.599

사각형에서는 360°
나누기 3 해서 90° .

00:49:57.699 --> 00:50:04.648

오각형은 540° 나누기
5를 해서 108° .

00:50:04.796 --> 00:50:06.137

이런 식으로 나왔었죠?

00:50:06.237 --> 00:50:13.886

정 n 각형에서 한 외각의 크기는 외각의
크기를 다 더한 것이 360° 였으니까

00:50:13.986 --> 00:50:16.264

그거를 n 으로 나눠주면 됩니다.

00:50:16.364 --> 00:50:19.275

그러면 여기서 x 의
크기 한번 구해볼까요?

00:50:19.375 --> 00:50:20.993

외각의 크기네요?

00:50:21.093 --> 00:50:23.556

그러면 모든 외각의 크기가
다 나와 있나요?

00:50:23.656 --> 00:50:28.041

여기 보면 이거 연장선에
있는 외각, 외각, 외각.

00:50:28.141 --> 00:50:30.552

이거는 외각이 아니라 내각이죠?

00:50:30.652 --> 00:50:34.532

외각으로 표현을 해보면
각의 크기가 얼마가 되죠?

00:50:34.632 --> 00:50:38.365

180에서 85° 를
빼주니까 95° 가 되고요.

00:50:38.465 --> 00:50:42.206

지금 이 그리는 패턴대로 간다면
 x 가 원래 여기 위치해야 되는데

00:50:42.306 --> 00:50:46.541

어차피 맞꼭지각이니까 똑같이
여기에 그리더라도 상관은 없죠.

00:50:46.641 --> 00:50:56.956

그래서 $50+75+75+85$ 그리고 x 까지
더해준 것이 360° 가 된다는 거예요.

00:50:57.056 --> 00:51:02.019

그러면 이렇게 더한 것이 지금
200 나오고 285니까

00:51:02.119 --> 00:51:08.018

x 를 구한다면 360에서 285를
빼서 계산해줄 수가 있겠죠?

00:51:08.118 --> 00:51:10.399

그러니까 나오는 것은.

00:51:26.533 --> 00:51:27.339

죄송합니다.

00:51:27.476 --> 00:51:29.844

제가 여기서 수를 잘못 적었죠?

00:51:29.944 --> 00:51:33.455

기껏 95도 구해놓고 여기다
85라고 썼습니다.

00:51:33.555 --> 00:51:35.678

여기 외각의 크기가 95도였어요.

00:51:35.778 --> 00:51:40.133

그러니까 50, 75, 75, 95,
 x 더한 것이 360이 되는 거죠.

00:51:40.233 --> 00:51:43.895

그래서 여기 더한 것이
200이 나왔고요.

00:51:43.995 --> 00:51:49.049

295랑 x 랑 더한 것이
 360° 가 되는 거니까

00:51:49.149 --> 00:51:54.809

x 를 구한다면 360에서 295를
빼서 계산을 해주면 되겠죠?

00:51:54.909 --> 00:51:59.097

그러면 65도가 된다고 이렇게
구해줄 수가 있습니다.

00:51:59.197 --> 00:52:01.100

이제 답입니다.

00:52:01.200 --> 00:52:04.675

합동도 굉장히 컸는데
이제 답으로 왔어요.

00:52:04.775 --> 00:52:07.524

삼각형의 답을 우리는
다루었습니다.

00:52:07.624 --> 00:52:11.401

삼각형은 다음 각 경우에 답은

도형이다, 라고 했어요.

00:52:11.501 --> 00:52:15.476

세 쌍의 대응변의 길이의
비가 같을 때,

00:52:15.576 --> 00:52:18.601

두 쌍의 대응변의 길이의 비가 같고

00:52:18.701 --> 00:52:20.107

그 끼인 각의 크기가 같을 때,

00:52:20.207 --> 00:52:23.448

그다음에 대응하는 각의
크기가 각각 같을 때.

00:52:23.548 --> 00:52:24.916

주로 각의 크기.

00:52:25.016 --> 00:52:27.212

대응각의 크기가 각각 같다.

00:52:27.312 --> 00:52:29.758

길이의 비까지는 가지 않았었고

00:52:29.858 --> 00:52:33.687

각의 크기가 같은 것으로 보이는
경우가 많이 있었어요.

00:52:33.787 --> 00:52:37.893

그래서 이거를 주로
보이게 되는 것이

00:52:37.993 --> 00:52:41.305

평행선이 나오게 되는
맥락에서 많이 봤습니다.

00:52:41.405 --> 00:52:44.411

어떤 삼각형 ABC가 있습니다.

00:52:44.511 --> 00:52:48.346

이렇게 되어있을 때 BC에
평행한 직선을 긋는다면

00:52:48.446 --> 00:52:51.152

BC에 평행한 직선을
그을 수 있는 버전은

00:52:51.252 --> 00:52:53.307

세 가지 정도 생각을
해줄 수가 있죠.

00:52:53.407 --> 00:52:55.461

이렇게 두 개가 평행하게 그어졌다.

00:52:55.561 --> 00:53:05.155

아니면 AB, AC에 연장선상에
위치하도록 이렇게 선이 나오게 되어서

00:53:05.255 --> 00:53:11.160

그다음에 이쯤에 이렇게 연장선에

두 개가 서로 평행하도록

00:53:11.260 --> 00:53:13.068

평행선을 그어줄 수가 있고요.

00:53:13.168 --> 00:53:18.043

아니면 삼각형이 이렇게 있을 때
애랑 연장선을 이쪽 방향으로 그어서

00:53:18.143 --> 00:53:22.331

여기서 서로 평행하도록 그은 것도
생각해줄 수가 있을 거예요.

00:53:22.431 --> 00:53:27.807

그러면 이렇게 평행선을 그었을
때 각각 만나게 되는

00:53:27.907 --> 00:53:31.974

두 변과 만나는 점을 DE, DE, DE.

00:53:32.074 --> 00:53:34.165

이런 식으로 표현을 해보겠습니다.

00:53:34.265 --> 00:53:36.627

그렇다면 평행선을 그었잖아요.

00:53:36.727 --> 00:53:39.479

그렇기 때문에 이거하고
이거하고 각의 크기가 같고

00:53:39.579 --> 00:53:42.977

애랑 애랑 같고 이거를
공유하고 있죠, 각의 크기를.

00:53:43.077 --> 00:53:48.236

그래서 이 삼각형과 이 삼각형은
닮음으로 나오게 되어서

00:53:48.336 --> 00:53:54.031

AD대 AB와 AE대 AC와
DE대 BC가 똑같다.

00:53:54.131 --> 00:53:56.750

그 비가 서로 같아지게
된다는 거였어요.

00:53:56.850 --> 00:53:59.975

마찬가지로 여기서도 이 각의
크기와 이 각의 크기,

00:54:00.075 --> 00:54:01.960

이 각의 크기, 이
각의 크기가 같죠?

00:54:02.060 --> 00:54:04.606

삼각형에서 사실
두 각끼리만 서로 같으면

00:54:04.706 --> 00:54:06.785

삼각형의 내각의 합이
 180° 이기 때문에

00:54:06.885 --> 00:54:09.537
나머지 한 각은 자동으로 똑같습니다.

00:54:09.637 --> 00:54:12.622
그래서 여기서도 서로
삼각형이 닮음이 되면서

00:54:12.722 --> 00:54:15.899
이렇게 길이 비가 일정하다는
걸 알 수가 있고

00:54:15.999 --> 00:54:18.783
마찬가지로 이것과 이거
엇각의 위치에 있고

00:54:18.883 --> 00:54:23.908
애랑 애랑 엇각의 위치에 있으니까
서로 각의 크기가 똑같죠?

00:54:24.008 --> 00:54:25.955
그래서 이거대 이거와.

00:54:26.055 --> 00:54:30.233
그다음에 이거대 이거와 그다음에
여기 위쪽에 있는 이 길이.

00:54:30.333 --> 00:54:34.400
이거대 이거가 서로 똑같아진다,
라고 하는 것을 보일 수가 있고요.

00:54:34.500 --> 00:54:36.221
이것을 그러면 확장시켜서

00:54:36.321 --> 00:54:40.491
평행선 사이에 있는 선분의 길이의
비도 볼 수가 있었어요.

00:54:40.591 --> 00:54:53.819
여기 만약에 직선이 l과 m과 n이
서로 평행인 직선이 있다고 했을 때

00:54:53.919 --> 00:54:58.459
여기 만약 이런 식으로
어떤 직선이 지나가면서

00:54:58.559 --> 00:55:00.879
애네랑 만나는 곳이 생기게 된다면

00:55:00.979 --> 00:55:06.539
이것이 a고 이것이 b, 그다음에 여기가
a'이고 여기를 b'이라고 했을 때

00:55:06.639 --> 00:55:10.326
a:b와 a':b'이
서로 같다는 거죠.

00:55:10.426 --> 00:55:12.499
왜냐하면 이거를 쭉 연장시켜본다면

00:55:12.599 --> 00:55:17.746

결국 아까 이런 그림과 마찬가지로의
삼각형의 상황이 만들어지게 되고

00:55:17.846 --> 00:55:20.477
애대 애와 애대 애가 같고.

00:55:20.577 --> 00:55:24.113
마찬가지로 이거대 이거와
애대 애가 같고.

00:55:24.213 --> 00:55:26.036
그런 것들을 확장시켜나가다 보면

00:55:26.136 --> 00:55:29.620
이거대 이거와 애대 애가 서로 같다고
이야기를 해줄 수가 있었습니다.

00:55:29.720 --> 00:55:33.911
아니면 이거를 이쪽으로 몰아서 옆으로
보내서 생각을 해줘도 돼요.

00:55:34.011 --> 00:55:37.351
이걸 옆으로 이렇게 그대로
이걸 평행이동 해준다면

00:55:37.451 --> 00:55:39.969
이거 자체에서 그냥 삼각형.

00:55:40.069 --> 00:55:42.397
서로 닮음인 것이
생기게 되는 거죠?

00:55:42.497 --> 00:55:47.578
이것과 이것이 평행선이니까 서로
각의 크기가 같아지게 되면서

00:55:47.678 --> 00:55:51.714
닮음이다, 라는 것을
보일 수가 있었어요.

00:55:51.814 --> 00:55:53.617
그러면 많이 쓰이는 거.

00:55:53.717 --> 00:55:58.279
닮은 두 평면도형의 넓이의
비와 부피의 비를 보는데

00:55:58.379 --> 00:56:02.863
두 평면도형의 닮음비가 $m:n$ 이라고
한번 생각을 해보겠습니다.

00:56:02.963 --> 00:56:06.545
예를 들어서 삼각형에서
이렇게 잘린 것에서

00:56:06.645 --> 00:56:09.290
여기에 길이가 mk 였다.

00:56:09.390 --> 00:56:14.587
어떤 비례상수 생각해서 mk 가
되고 여기가 nk 였다.

00:56:14.687 --> 00:56:17.619

그리고 이거랑 이거랑
같고 애랑 애랑 같아서

00:56:17.719 --> 00:56:19.939

서로 닮음인 상황이에요.

00:56:20.039 --> 00:56:22.167

닮음비가 $m:n$ 이죠.

00:56:22.267 --> 00:56:24.902

넓이 비는 얼마가 됐었나요?

00:56:25.002 --> 00:56:28.466

넓이는 변 두 개를 곱해서
이루어진 거예요.

00:56:28.566 --> 00:56:30.694

여기가 mk 고요.

00:56:30.794 --> 00:56:35.980

여기도 높이를 mh 라고
한번 해본다면

00:56:37.533 --> 00:56:40.410

지금 제가 이 옆의
길이를 mk 로 봤으니까

00:56:40.510 --> 00:56:42.735

이렇게 높이를 잡아볼게요.

00:56:42.835 --> 00:56:47.561

여기를 mh 라고 한다면 이렇게
여기에서 높이를 그은 것을

00:56:47.661 --> 00:56:50.142

우리가 nh 라고
할 수가 있게 되죠.

00:56:50.242 --> 00:56:51.698

높이 비도 일정한 거예요.

00:56:51.798 --> 00:56:56.212

삼각형의 비가 $m:n$ 이었으니까 높이도
 $m:n$ 으로 나오게 되잖아요?

00:56:56.312 --> 00:57:03.921

그러면 넓이라는 것은 mk 와 mh 를
곱하고 나누기 2를 해준 거고

00:57:04.021 --> 00:57:12.819

그다음에 nk 와 nh 를 곱하고
나누기 2를 해준 게 되기 때문에

00:57:12.919 --> 00:57:15.943

n^2 나누기 2에
 kh 가 나오게 되고

00:57:16.043 --> 00:57:19.355

n^2 나누기 2에

kh가 나오게 되니까

00:57:19.455 --> 00:57:22.906

둘의 비를 본다면
 $m^2:n^2$ 으로 나오게 되죠.

00:57:23.006 --> 00:57:25.576

그래서 넓이 비가
 $m^2:n^2$ 이었고요.

00:57:25.676 --> 00:57:28.282

부피의 비 마찬가지로 생각해준다면

00:57:28.382 --> 00:57:32.130

입체도형으로 짝 확장되었다
그런 맥락에서 생각했을 때

00:57:32.230 --> 00:57:33.632

이거는 평면도형이었구요.

00:57:33.732 --> 00:57:35.856

이 부피라는 것은 입체도형이에요.

00:57:35.956 --> 00:57:41.708

입체도형의 경우에 만약 닮음비가
 $m:n$ 이었다, 라고 한다면

00:57:41.808 --> 00:57:45.496

그 부피의 비는 $m^3:n^3$ 으로.

00:57:45.596 --> 00:57:49.688

왜냐하면 부피라는 것은 길이 3개를
곱해서 만들어지게 되는 것이니까

00:57:49.788 --> 00:57:52.545

이렇게 세 제공비로
만들어지게 되겠습니다.

00:57:52.645 --> 00:57:55.719

그리고 직각삼각형에서의
닮음이 있었는데

00:57:55.819 --> 00:57:58.090

제가 지금 이것도
증명해드리려고 했었는데

00:57:58.190 --> 00:58:00.895

하다 보니까 모든 걸 다
증명을 하고 있는 것 같아서

00:58:00.995 --> 00:58:04.248

시간이 부족할 것 같아서
애는 결과만 써드릴게요.

00:58:04.348 --> 00:58:08.797

AD^2 이
 $BD \cdot DC$ 와 같았었어요.

00:58:08.897 --> 00:58:11.582

이렇게 여기도 직각,
여기도 직각인 것에는

00:58:11.682 --> 00:58:15.015

삼각형 닮음인 것이
3세트가 나왔었거든요?

00:58:15.115 --> 00:58:21.180

$\triangle ABD$ 이거 하고 지금 이거랑
꼭짓점 하나를 공유하면서

00:58:21.280 --> 00:58:23.964

또 직각이 나오게 되는 삼각형.

00:58:24.064 --> 00:58:28.917

지금 제가 ABD 에서 A 를 이 각의 크기로
적었고, 여기에 나오게 되는 거.

00:58:29.052 --> 00:58:31.714

직각이 지금 D 의 위치에
오도록 적었죠?

00:58:31.814 --> 00:58:34.667

그러면 전체적인 삼각형의
입장에서 봤을 때

00:58:34.767 --> 00:58:38.545

A 가 직각이 되도록 직각삼각형을
만들 수가 있어요.

00:58:38.645 --> 00:58:43.870

그리고 B 를 같이 공유를 하고 나머지
한 각의 크기가 C 가 되도록.

00:58:43.970 --> 00:58:48.653

즉 여기 각의 크기와 지금 이
각의 크기가 서로 같은 거죠.

00:58:48.753 --> 00:58:50.601

제가 간단히 하려고
했는데 안 되겠네요.

00:58:50.701 --> 00:58:56.927

지금 보니까 이것도 중요한 것이 이거하고
이거하고 더한 것이 90° 예요.

00:58:57.027 --> 00:59:00.654

그러면 지금 애 더하기
애가 90° 인데

00:59:00.754 --> 00:59:03.189

이거랑 이거를 더한
것도 90° 잖아요?

00:59:03.289 --> 00:59:05.045

그러니까 애도 x 가 되어야 된다.

00:59:05.145 --> 00:59:08.282

그렇게 되면 이거랑 이것도
더한 게 90° 니까

00:59:08.382 --> 00:59:10.039

이거랑 이거랑 같아지게 된다.

00:59:10.139 --> 00:59:12.920

이런 식으로 우리가 동그라미,
x 더한 게 90° 가 돼서

00:59:13.020 --> 00:59:17.319

각의 크기들 서로 상대적으로 어떻게
되는지를 구하는 연습도 했었어요.

00:59:17.419 --> 00:59:18.761

애 더하기 애가 90° .

00:59:18.861 --> 00:59:22.540

그러면 나머지 90° 를 찾아
나갈 때 둘 더한 게 90° 였고

00:59:22.640 --> 00:59:26.694

둘 더한 게 90° 니까 자동으로
이것도 x, 애도 동그라미.

00:59:26.794 --> 00:59:28.945

그런 식으로 보여줄 수가 있습니다.

00:59:29.045 --> 00:59:36.084

그래서 $\triangle ABD$ 하고 $\triangle CBA$ 하고
그다음에 또 닮음 위치에 있는 것이

00:59:36.184 --> 00:59:41.602

지금 제가 CAD,
이렇게 되는 것까지.

00:59:41.702 --> 00:59:43.911

세 개가 서로 닮음이 나오는 거죠.

00:59:44.011 --> 00:59:47.182

그래서 여기에서 닮음비들을
적절하게 써주면

00:59:47.282 --> 00:59:53.062

도출되는 공식이 AD^2 이
BD 곱하기 DC가 된다는 것과

00:59:53.162 --> 00:59:58.764

AB에 제곱을 해주게 되면 그게
BD하고 BC를 곱한 것이다.

00:59:58.864 --> 01:00:01.628

그리고 이쪽 AC를 제공해주면

01:00:01.728 --> 01:00:08.605

그것이 CD하고 BC를 곱한 것이다,
라는 거 나오는 것이 있었습니다.

01:00:08.705 --> 01:00:12.766

이거는 이 닮음비를 이용해서
증명해줄 수 있고요.

01:00:12.866 --> 01:00:15.226

그다음에 직선의 방정식 배우고 나면

01:00:15.326 --> 01:00:17.320

우리 강의에서는 아마
다루지 않을 텐데

01:00:17.420 --> 01:00:21.196
직선의 방정식에 어떤 기울기
사이의 관계를 이용해서도

01:00:21.296 --> 01:00:22.747
보여줄 수도 있어요.

01:00:22.847 --> 01:00:25.485
나중에 여러분이 혹시
기하를 배우게 된다면

01:00:25.585 --> 01:00:28.433
거기에서 벡터를 이용해서도
증명을 해줄 수 있습니다.

01:00:28.533 --> 01:00:30.671
그래서 굉장히 재미있는
성질 중에 하나예요.

01:00:30.771 --> 01:00:34.158
그다음에 삼각형의 중점연결
정리 너무너무 중요하죠.

01:00:34.258 --> 01:00:37.815
삼각형이 있을 때 중점연결 정리
두 가지 버전이 있었어요.

01:00:37.915 --> 01:00:44.149
ABC에서 한 변 AB의
중점을 잡습니다.

01:00:44.249 --> 01:00:48.183
중점을 잡고 어떻게 연결을 해주냐,

01:00:48.283 --> 01:00:52.951
여기에서 밑에 BC에 평행이
되도록 연결을 했다는 거예요.

01:00:53.051 --> 01:00:55.150
여기까지가 전제 조건이에요.

01:00:55.250 --> 01:00:58.353
그러면 결론적으로
무슨 일이 생기느냐,

01:00:58.453 --> 01:01:03.796
이렇게 연결을 했더니 무슨 일이
생겼느냐 결과로 나오게 된 것은

01:01:03.896 --> 01:01:06.863
내가 전제한 것은 여기까지였는데

01:01:06.963 --> 01:01:11.804
그 결과로 나오게 된 것이
세상에, 여기도 중점이 됐다는 거예요.

01:01:11.904 --> 01:01:14.375
이렇게 연결을 하니까

여기도 중점이 되고

01:01:14.475 --> 01:01:18.821
그러면 여기의 길이가 a 일 때 이
길이는 $2a$ 로 나오게 되겠죠.

01:01:18.921 --> 01:01:23.467
두 삼각형이 닮음이 되면서
여기가 1:1이었잖아요.

01:01:23.567 --> 01:01:25.051
그러면 1:2가 되죠?

01:01:25.151 --> 01:01:28.597
그래서 여기 밑변의 길이도
1:2가 된다고 하는

01:01:28.697 --> 01:01:30.315
한 가지 버전이 있었어요.

01:01:30.415 --> 01:01:33.905
또 다른 버전은 ABC가
이런 식으로 되어있으면

01:01:34.005 --> 01:01:37.771
여기서 이번에는 중점과
중점을 연결해준 거예요.

01:01:37.871 --> 01:01:41.396
여기도 중점, 여기도 중점이
되도록 연결을 해주면

01:01:41.496 --> 01:01:45.351
애대 애와 이거대 이거가
일정해지잖아요.

01:01:45.451 --> 01:01:47.289
그러면서 여기 끼인각이 같잖아요?

01:01:47.389 --> 01:01:51.873
그러니까 이 삼각형과 전체
삼각형이 닮음으로 나오게 되면서

01:01:51.973 --> 01:01:56.617
닮음이라고 하니까 자동으로
성립하게 되는 것이

01:01:56.717 --> 01:02:02.110
그러면 닮음이기 때문에 이
각과 이 각의 크기가 같고

01:02:02.210 --> 01:02:04.960
이 각과 이 각의 크기가
같아지게 되면서

01:02:05.060 --> 01:02:08.687
서로 동위각 위치에 있는
각의 크기가 같아지게 되니까

01:02:08.787 --> 01:02:13.212
MN과 BC가 서로 평행이

된다고 결론이 나오는 거

01:02:13.312 --> 01:02:14.490
두 가지 버전이 있습니다.

01:02:14.590 --> 01:02:16.748
평행이게 그었더니 중점으로 왔다.

01:02:16.848 --> 01:02:21.449
중점을 연결했더니 평행이 되었다,
라고 하는 중점연결 정리입니다.

01:02:21.549 --> 01:02:23.743
그다음에 내각/외각의 이등분선.

01:02:23.843 --> 01:02:26.666
이것도 너무 중요하게
앞으로 나올 거예요.

01:02:26.766 --> 01:02:31.567
직선의 방정식 할 때
응용하는 문제로 많이 나오는데

01:02:31.667 --> 01:02:33.962
이걸 알고 있으면 참
쉽게 풀 수는 있는데

01:02:34.062 --> 01:02:38.360
모르고 있으면 고생하게 되기 때문에
제가 중요하다고 표현을 해봤습니다.

01:02:38.460 --> 01:02:41.158
어떻게 나오게 되냐면,

01:02:41.258 --> 01:02:44.898
외각의 이등분선은 제가 교재에
있으니까 그냥 그 내용으로

01:02:44.998 --> 01:02:46.488
참고해서 보시면 될 것 같아요.

01:02:46.588 --> 01:02:49.998
외각의 이등분선은 사실 그렇게
많이 나오지는 않거든요.

01:02:50.098 --> 01:02:51.898
그래서 교재로 그냥 보시고요.

01:02:51.998 --> 01:02:55.260
내각의 이등분선만 한번 같이
다뤄보도록 하겠습니다.

01:02:55.360 --> 01:02:58.724
내각 중에서 삼각형의 내각이 있죠?

01:02:58.824 --> 01:03:02.486
그 내각에서 한 각을
잡아서 이등분을 했어요.

01:03:02.586 --> 01:03:05.666
여기 크기가 똑같아지도록 했습니다.

01:03:05.766 --> 01:03:08.291

이렇게 이등분을 해서
선을 그은 다음에

01:03:08.391 --> 01:03:11.342

이것과 만나도록 하는
점, D를 잡았어요.

01:03:11.442 --> 01:03:15.293

이렇게 D를 잡았다고 한다면
어떤 것이 성립하느냐,

01:03:15.393 --> 01:03:18.894

AB:AC랑 뭐랑
같은지 기억하세요?

01:03:18.994 --> 01:03:23.537

바로 BD:DC가 서로
같아지게 됩니다.

01:03:23.637 --> 01:03:28.369

왜 그랬었냐면, 역시 또 닮음의
성질에 의해서 나오게 돼요.

01:03:28.469 --> 01:03:30.063

어떻게 선을 그을 거냐면,

01:03:30.163 --> 01:03:35.720

AD에 평행이면서 C를 지나도록
하는 평행선 하나를 그어볼게요.

01:03:35.820 --> 01:03:44.574

그것과 AB를 연장해서 이 선분과 이
연장선이 서로 만나도록 해보겠습니다.

01:03:44.674 --> 01:03:46.646

이렇게 선을 그었을 때

01:03:46.746 --> 01:03:50.844

지금 각의 관계를 본다면
평행선을 그었잖아요.

01:03:50.944 --> 01:03:56.180

이것과 이 직선이 서로 평행이죠?

01:03:56.280 --> 01:03:59.925

평행이 되었다면 이
각의 크기랑 자동으로

01:04:00.025 --> 01:04:02.889

이 각의 크기가 서로
똑같아지게 됩니다.

01:04:02.989 --> 01:04:03.634

왜 그렇죠?

01:04:03.734 --> 01:04:06.108

서로 동위각의 위치에 있으니까요.

01:04:06.208 --> 01:04:07.946

그다음에 엿각인 거 보이세요?

01:04:08.046 --> 01:04:13.659
이거 하고 여기하고 서로 엿각으로
그 크기가 같아지게 되겠죠?

01:04:13.759 --> 01:04:17.238
그러면 여기의 끝점을
E라고 적었을 때

01:04:17.338 --> 01:04:20.277
AC하고 AE랑
같아지는 거 보이세요?

01:04:20.377 --> 01:04:22.481
애하고 애하고 각의
크기가 똑같아요.

01:04:22.581 --> 01:04:27.976
그렇기 때문에 AC랑 AE가
서로 같아지게 됩니다.

01:04:28.076 --> 01:04:29.470
정리를 좀 해드릴게요.

01:04:29.570 --> 01:04:32.266
AD하고 CE하고 서로 평행이에요.

01:04:32.366 --> 01:04:42.830
그렇기 때문에 $\angle DAB$ 하고 $\angle CEB$ 하고
서로 동위각으로 같아지게 된 거고

01:04:42.930 --> 01:04:53.293
그다음에 $\angle DAC$ 하고 $\angle ACE$ 하고 서로
엿각으로 같아지게 되었다는 거죠.

01:04:53.393 --> 01:04:56.529
그런데 문제 전제 조건에서
어떤 것이 있었냐면,

01:04:56.629 --> 01:05:01.815
DAB하고 DAC하고 서로
같다는 것이 있었잖아요?

01:05:01.915 --> 01:05:06.263
그것이 우리 내각을
이등분한 거다, 라고

01:05:06.363 --> 01:05:09.111
전제조건으로 주었던 것이었기 때문에

01:05:09.211 --> 01:05:14.365
 $\angle CEB$ 하고 $\angle ACE$ 하고
같아지게 됩니다.

01:05:14.465 --> 01:05:20.716
그렇다면 $\triangle ACE$ 는
이등변삼각형이 된다는 거죠.

01:05:20.816 --> 01:05:27.402
이등변삼각형이 되니까 AC하고

AE하고 그 길이가 같아지게 됩니다.

01:05:27.502 --> 01:05:38.587
그런데 가만히 보니까 $\triangle ABD$ 하고 $\triangle EBC$ 하고 서로 닮음이에요.

01:05:38.687 --> 01:05:43.130
평행선으로 그었기 때문에 이 삼각형과 전체적으로 나오게 되는

01:05:43.230 --> 01:05:46.861
저 삼각형이 서로 닮음인 관계로 나오게 되거든요?

01:05:46.961 --> 01:05:50.594
그렇게 닮음이라고 한다면 우리가 무슨 이야기를 해줄 수가 있냐면,

01:05:50.694 --> 01:05:59.140
 $AB:AE$ 하고 $BD:DC$ 하고 똑같은 거예요.

01:05:59.240 --> 01:06:00.437
그림을 좀 볼게요.

01:06:00.537 --> 01:06:03.140
여기서 두 삼각형이 닮음이라고 했잖아요.

01:06:03.240 --> 01:06:11.094
그러면 $AB:AE$ 에 해당하는 이 길이와

01:06:11.194 --> 01:06:18.128
 $BD:DC$ 에 해당하는 이것이 똑같다고 나오게 된다는 거죠.

01:06:18.228 --> 01:06:20.607
그런데 방금 뭘 보여줬냐면,

01:06:20.707 --> 01:06:23.401
 AC 하고 AE 하고 같다고 했어요.

01:06:23.501 --> 01:06:26.990
그렇기 때문에 $AB:AC$ 와 $BD:DC$ 가 똑같고

01:06:27.090 --> 01:06:29.781
이것이 우리가 보이고자 하는 내용이었습니다.

01:06:29.881 --> 01:06:33.002
그래서 애대 애와 이거대 이거가 같은데

01:06:33.102 --> 01:06:35.009
이거랑 이거랑 같다면서요.

01:06:35.109 --> 01:06:39.886
그렇기 때문에 이거대 이거와 애대 애가 같다, 라는 걸 보여줄 수가 있어요.

01:06:39.986 --> 01:06:44.188

그래서 어떤 삼각형의 맥락에서
각을 이등분 했다는

01:06:44.288 --> 01:06:45.871

그런 문제가 나온다고 한다면

01:06:45.971 --> 01:06:49.895

앞으로 애대 애는 이거대
이거와 같다고 생각하고

01:06:49.995 --> 01:06:51.386

문제를 풀어줄 수가 있어요.

01:06:51.486 --> 01:06:55.614

직선의 맥락에서 각의 이등분선이
나올 수도 있습니다.

01:06:55.714 --> 01:06:58.692

직선의 맥락에서 이 한
각을 이등분했다.

01:06:58.792 --> 01:07:00.634

이등분선은 이게 될 수도 있고

01:07:00.734 --> 01:07:02.484

이쪽에서 이등분 할 수도 있어요.

01:07:02.584 --> 01:07:05.220

그런데 여기서 이등분 한
경우를 생각해볼게요.

01:07:05.320 --> 01:07:10.274

그러면 이렇게 이등분선 위에
한 점을 P라고 잡았을 때

01:07:10.374 --> 01:07:13.431

여기는 두 직선
l, m이라고 하고요.

01:07:13.531 --> 01:07:15.612

여기에 수선의 발 내림 A와

01:07:15.712 --> 01:07:18.684

여기 수선의 발 B를
내렸다고 생각을 해볼게요.

01:07:18.784 --> 01:07:22.383

그림은 그렇지 않지만, 이
교점을 O라고 했을 때

01:07:22.483 --> 01:07:24.720

PO가 공통으로 나오고 있고요.

01:07:24.820 --> 01:07:30.339

그다음에 $\angle POB$ 하고
 $\angle AOP$ 가 같고요.

01:07:30.439 --> 01:07:32.997

지금 제가 수직으로

내렸다고 했어요.

01:07:33.097 --> 01:07:41.389

그렇기 때문에 이
 $\triangle AOP$ 하고 $\triangle BOP$ 하고는

01:07:41.489 --> 01:07:43.611

서로 합동이 될 수밖에 없습니다.

01:07:43.711 --> 01:07:46.647

빗변을 공통으로 길이
같이 가지고 있으면서

01:07:46.747 --> 01:07:49.203

나머지 각 하나의 크기가 똑같고

01:07:49.303 --> 01:07:53.602

그다음에 여기 수직으로 내린
직각삼각형인 거잖아요.

01:07:53.702 --> 01:07:57.466

그렇기 때문에 직각삼각형의
합동조건 중에서 RHA.

01:07:57.566 --> 01:08:02.118

빗변이 같고 나머지 각 하나가 똑같다는
조건에 의해서 합동이 되고요.

01:08:02.218 --> 01:08:07.313

합동이 된다면 PA하고 PB하고
길이가 똑같아지게 되는 거예요.

01:08:07.413 --> 01:08:09.329

결론적으로 각의 이등분선.

01:08:09.429 --> 01:08:11.827

직선의 맥락에서 각의
이등분선이 있다.

01:08:11.927 --> 01:08:13.729

각의 이등분선 위의 점에서

01:08:13.829 --> 01:08:17.482

이렇게 각 직선에 수직으로
선을 긋게 된다면

01:08:17.582 --> 01:08:19.574

그 길이가 똑같아지게 되고요.

01:08:19.674 --> 01:08:22.835

이제 거꾸로 l과
m이라는 직선이 있는데

01:08:22.935 --> 01:08:28.533

어떤 점 p에서 여기에 그은
두 선분의 길이가 똑같다.

01:08:28.633 --> 01:08:32.145

수선의 발을 그어서 선분의
길이가 똑같다는 조건이 있다면

01:08:32.245 --> 01:08:34.667

그런 P들을 또 모을
수가 있잖아요.

01:08:34.767 --> 01:08:38.227

P가 여기에 있을 수도 있고
아니면 여기에 있을 수도 있고

01:08:38.327 --> 01:08:41.988

이런 P들을 쭉 모았다고
했을 때 애가 모인 자취.

01:08:42.088 --> 01:08:44.364

아까도 제가 자취라는
표현을 썼었죠.

01:08:44.464 --> 01:08:47.144

이게 쭉 모인 자취는
어디에 위치하게 되느냐,

01:08:47.244 --> 01:08:51.517

반드시 이 삼각형과 이
삼각형이 서로 합동이 되면서

01:08:51.617 --> 01:08:53.520

각의 이등분선에 위치하게 됩니다.

01:08:53.620 --> 01:08:55.726

아까 우리 선분의
수직이등분선 있었고요.

01:08:55.826 --> 01:08:57.199

그 선분의 수직이등분선.

01:08:57.299 --> 01:09:01.601

선분에서 수직이등분선까지의 거리가
일정하게 같아지게 된다.

01:09:01.701 --> 01:09:07.178

각의 이등분선은 두 직선이
있을 때 직선 위에 점으로부터

01:09:07.278 --> 01:09:10.850

서로 같은 거리에 있는
점들을 모아준 것이 바로

01:09:10.950 --> 01:09:12.495

각의 이등분선에 위치하게 되어서

01:09:12.595 --> 01:09:14.975

직선의 맥락에서 각의
이등분선 나오게 되면

01:09:15.075 --> 01:09:17.247

이 아이디어를 생각
해보시면 되고요.

01:09:17.347 --> 01:09:19.638

삼각형의 맥락에서 각의
이등분선이 나왔다.

01:09:19.738 --> 01:09:21.487

애대 애는 이거대 이거와 같다.

01:09:21.587 --> 01:09:23.310

제가 증명까지 해드렸어요.

01:09:23.410 --> 01:09:26.548

그만큼 중요하다는 것이니까
잘 보시면 되겠고요.

01:09:26.648 --> 01:09:34.625

예제 4번을 보면 $\triangle ABC$ 에서
중점을 D, E라고 했습니다.

01:09:34.725 --> 01:09:41.741

그리고 밑에 HFGI는
각각 삼등분점이에요.

01:09:41.841 --> 01:09:45.425

그러면 일단 중점과
중점을 연결했기 때문에

01:09:45.525 --> 01:09:50.414

이 D하고 BC를 생각했을 때 서로
관계가 평행으로 나오게 되겠죠?

01:09:50.514 --> 01:09:54.989

애랑 애랑은 평행이 되니까 삼각형이

01:09:55.089 --> 01:10:01.588

이 AHI랑 AFG를 생각했을 때
서로 닮음으로 나오게 될 거예요.

01:10:01.688 --> 01:10:05.331

둘이 평행이라고 한다면
당연히 애네도 평행이 되고

01:10:05.431 --> 01:10:08.814

그다음에 여기가 1:1이면 당연히
여기도 1:1이 되겠죠?

01:10:08.914 --> 01:10:13.884

닮음비가 1:2가 되도록
해서 나오게 될 텐데

01:10:13.984 --> 01:10:17.255

여기의 넓이가 3이라고 했어요.

01:10:17.355 --> 01:10:21.231

그런데 여기의 넓이를
한번 S라고 해볼게요.

01:10:21.331 --> 01:10:25.136

S:S+3의 비가 얼마가
되어야 될까요?

01:10:25.236 --> 01:10:29.891

이 S:S+3의 비를 본다고 한다면

01:10:29.991 --> 01:10:34.363

그거의 비는 1:4가

되는 거 알겠어요?

01:10:34.463 --> 01:10:38.528

답음비로 생각했을 때 애하고
애하고의 비가 1:2죠.

01:10:38.628 --> 01:10:42.916

그러면 넓이 비는
 1^2 과 2^2 을 계산해서

01:10:43.016 --> 01:10:44.652

1:4가 되는 거예요.

01:10:44.752 --> 01:10:47.161

S+3이 4S가 됩니다.

01:10:47.261 --> 01:10:50.209

그래서 S를 구해보면
되면 1이 나오게 돼요.

01:10:50.309 --> 01:10:55.672

1:4니까 여기가 1이어야지만
전체적으로 이게 1이고

01:10:55.772 --> 01:10:57.933

전체 넓이가 4가 나오게 되겠죠?

01:10:58.033 --> 01:11:00.247

그러면 여기의 넓이가 4인데

01:11:00.347 --> 01:11:02.836

애네는 삼등분점이라고 했잖아요.

01:11:02.936 --> 01:11:06.731

이 삼각형들의 관계는
서로 답음은 아니고

01:11:06.831 --> 01:11:09.535

꼭짓점을 공유하고 있는
세 삼각형이에요.

01:11:09.635 --> 01:11:12.866

꼭짓점을 공유하고 있으니까
높이가 모두 똑같죠.

01:11:12.966 --> 01:11:15.112

이 세 삼각형은 높이가 똑같고요.

01:11:15.212 --> 01:11:16.880

밑변의 길이도 똑같네요?

01:11:16.980 --> 01:11:18.664

삼등분점이라고 했으니까.

01:11:18.764 --> 01:11:22.478

그러니까 각각의 넓이가
4, 4, 4라고 나오게 되면서

01:11:22.578 --> 01:11:25.533

전체 넓이는 12가 된다고
할 수 있습니다.

01:11:25.633 --> 01:11:27.885

3월 모의고사에 이런
문제 잘 나와요.

01:11:27.985 --> 01:11:31.813

3월 모의고사가 중학교 거 다시
돌아보는 그런 시험이잖아요?

01:11:31.913 --> 01:11:34.822

우리 중학생들 처음
고등학교 딱 들어가서

01:11:34.922 --> 01:11:37.783

3월에 모의고사를
보게 될 거예요.

01:11:37.883 --> 01:11:40.602

그러면 선생님이랑 상담도
하고 그럴 텐데

01:11:40.702 --> 01:11:44.702

아무래도 첫 시험을 잘 봐놓는
게 좋을 수도 있겠죠?

01:11:44.802 --> 01:11:48.573

그러니까 겨울방학 때 너무 고등학교
거 연습만 열심히 하지 마시고

01:11:48.673 --> 01:11:52.790

제가 아까도 강조했던 중학교 도형 공부를
좀 해보시는 게 좋을 것 같아요.

01:11:52.890 --> 01:11:54.635

삼각형의 오심이 있었습시다.

01:11:54.735 --> 01:11:59.705

삼각형의 오심에는 무게중심, 내심,
외심, 수심, 방심이 있었는데

01:11:59.805 --> 01:12:01.091

수심, 방심은 안 나와요.

01:12:01.191 --> 01:12:02.452

그래서 제가 뺐고요.

01:12:02.552 --> 01:12:03.934

교재에는 넣었습니다.

01:12:04.034 --> 01:12:05.510

그러니까 참고로 읽어만 보시고요.

01:12:05.610 --> 01:12:09.740

무게중심, 내심,
외심에서 각각의 정의.

01:12:09.840 --> 01:12:12.636

무게중심은 세 중선의 교점.

01:12:12.736 --> 01:12:20.407

중선이라고 하는 것이 A에서

BC의 중점에 선분을 그었어요.

01:12:20.507 --> 01:12:25.131

그리고 B에서 이거의 중점에
또 선분을 그었습니다.

01:12:25.231 --> 01:12:30.914

그러면 나머지 한 꼭짓점에서 여기
교점을 통과하도록 긋게 되면

01:12:31.014 --> 01:12:34.879

여기 중점에 딱 만나게 된다고
하는 것으로 나왔었어요.

01:12:34.979 --> 01:12:38.344

그래서 이렇게 세 중선이
무게중심의 정의였고

01:12:38.444 --> 01:12:44.054

삼각형의 각 꼭짓점에서
대변의 이등분선을 연결한

01:12:44.154 --> 01:12:47.761

세 선분의 교점으로
구할 수가 있는데

01:12:47.861 --> 01:12:52.778

무게중심의 특징을 본다면
제일 중요한 특징이 어떤 것이었냐,

01:12:52.878 --> 01:12:53.442

보세요.

01:12:53.542 --> 01:12:59.924

여기 ABC 삼각형 있을 때 A에서
BC의 중점에 선을 그었어요.

01:13:00.024 --> 01:13:05.589

B에서도, C에서도 여기에 중점
N 잡아서 이렇게 선을 그었죠?

01:13:05.689 --> 01:13:08.885

그러면 자동으로 중점이
지나가게 된다는 건데

01:13:08.985 --> 01:13:12.324

보통 무게중심을 G라고
표시를 했을 때

01:13:12.424 --> 01:13:19.675

정말 제일 중요한 성질이 AG의 길이와
GM의 길이의 비를 보았을 때

01:13:19.775 --> 01:13:21.390

이것이 얼마나 되느냐,

01:13:21.490 --> 01:13:25.833

2:1이 된다고 하는 것이
정말 중요한 성질이었습니다.

01:13:25.933 --> 01:13:31.276

잘 보시고 혹시 증명이 기억 안
나는 학생들은 찾아서 보시면 돼요.

01:13:31.376 --> 01:13:33.056
이거 연장선 쪽 그어서

01:13:33.156 --> 01:13:36.387
삼각형이 어떤 닮음 성질을
사용을 해주면 되거든요.

01:13:36.487 --> 01:13:40.382
그래서 그렇게 보여주실 수가 있고

01:13:40.482 --> 01:13:45.462
그리고는 여기 중선, 중선,
중선의 교점에 의해서

01:13:45.562 --> 01:13:47.556
삼각형이 6개가 나오게 되죠?

01:13:47.656 --> 01:13:51.448
이 6개의 삼각형의 넓이가 다
똑같다는 거 있었습시다.

01:13:51.548 --> 01:13:55.896
그 무게중심에서는 기억해줄
거, 2:1이 된다는 것과

01:13:55.996 --> 01:13:57.691
그다음에 내심의 경우에는

01:13:57.791 --> 01:14:03.346
삼각형에 세 내각의 이등분선의
교점으로 작도를 해줄 수가 있었어요.

01:14:03.446 --> 01:14:05.613
기본적으로 내심이라는 것은

01:14:05.713 --> 01:14:11.266
삼각형의 내접하는 원을
유일하게 그려줄 수가 있고

01:14:11.366 --> 01:14:14.465
그거의 중심을 내심이라고 하죠?

01:14:14.565 --> 01:14:18.469
그러면 이 원의 중심인데 조금
이따가 원의 성질에서 보겠지만

01:14:18.569 --> 01:14:21.690
원의 중심에서부터 접점까지
선분을 그었을 때

01:14:21.790 --> 01:14:27.571
이거는 90° 로 만나게 되고 그다음에
이거의 길이가 반지름이에요.

01:14:27.671 --> 01:14:29.954
원의 반지름은 항상 똑같기 때문에

01:14:30.054 --> 01:14:35.248

이 내심으로부터 세 번에 이르는
거리가 각각 같아지게 됐었죠.

01:14:35.348 --> 01:14:37.938

그리고 애를 어떻게
작도할 수 있느냐,

01:14:38.038 --> 01:14:39.629

그 작도하는 과정을 본다면

01:14:39.729 --> 01:14:44.593

애네가 세 내각에 이등분선으로
나오게 된다는 걸 알 수가 있었고요.

01:14:44.693 --> 01:14:47.039

ABC가 이렇게 있을 때

01:14:47.139 --> 01:14:50.447

여기 마주 보는 변의 길이를
a, b, c라고 한다면

01:14:50.547 --> 01:14:56.364

삼각형의 넓이 S를 이 내심
이용해서 구할 수가 있었습니다.

01:14:56.464 --> 01:15:00.790

내접원의 반지름의 길이를 r이라고
할 때 S는 2분의 1에

01:15:00.890 --> 01:15:02.203

a 곱하기 r.

01:15:02.303 --> 01:15:06.929

왜냐하면 이렇게 나누었을 때
직각삼각형 만들어지게 되니까

01:15:07.029 --> 01:15:09.922

밑변의 길이가 a고 높이가
반지름 r이 되는

01:15:10.022 --> 01:15:11.843

그런 직각삼각형 생기죠?

01:15:11.943 --> 01:15:14.197

그리고 $br+cr$ 마찬가지로.

01:15:14.297 --> 01:15:16.703

이렇게 해서 넓이를
구할 수도 있었어요.

01:15:16.803 --> 01:15:19.311

그다음에 여기가 점점이고
여기가 점점이잖아요.

01:15:19.411 --> 01:15:23.136

여기서부터 여기까지의 거리랑 여기서부터
여기까지의 거리가 서로 같죠.

01:15:23.236 --> 01:15:26.040

마찬가지로 이 거리와
이 거리랑 같고요.

01:15:26.140 --> 01:15:31.179

남아있는 이 거리와 이 거리도
서로 같다는 것도 있었습니다.

01:15:31.279 --> 01:15:34.089

그다음에 외심은
외접원의 중심이에요.

01:15:34.189 --> 01:15:37.527

삼각형이 이렇게 있으면
외접원이 생기게 되는데

01:15:37.627 --> 01:15:43.440

외접원이 예각삼각형의 경우에는, 원을
먼저 그려놓고 생각을 해볼까요?

01:15:43.540 --> 01:15:47.362

원을 그려놓고 예각삼각형은

01:15:47.462 --> 01:15:53.042

딱 외접원에서의 중심이 삼각형의
내부에 위치하도록 그려지게 되고요.

01:15:53.142 --> 01:15:56.289

여기에서부터 세
꼭짓점에 이르는 거리가

01:15:56.389 --> 01:16:00.171

결국 원의 반지름이 되기 때문에
서로 같아지게 됩니다.

01:16:00.271 --> 01:16:03.756

그리고 외심을 작동하는
방법은 뭐였냐면,

01:16:03.856 --> 01:16:08.133

각 세 변을 수직이등분 했다고
생각을 해보는 거예요.

01:16:08.233 --> 01:16:09.994

여기 길이 서로 같게 수직으로.

01:16:10.094 --> 01:16:12.580

여기 길이 같게 수직으로 그어서

01:16:12.680 --> 01:16:15.655

두 개만 해봐도 한
점에서 만나게 되는데

01:16:15.755 --> 01:16:18.609

그것이 바로 외심이 된다는 거였고

01:16:18.709 --> 01:16:21.661

그러면 이쪽은 자동으로 그게
성립하게 되는 거고요.

01:16:21.761 --> 01:16:26.005

그런데 만약 직각삼각형이다,
라고 한다면

01:16:26.105 --> 01:16:29.455

외심이 어디에 위치했었냐면,

01:16:29.555 --> 01:16:32.866

제가 각 변에 수직이등분선의
교점이라고 했잖아요.

01:16:32.966 --> 01:16:38.166

그런데 여기서 이
빗변을 수직이등분하고

01:16:38.266 --> 01:16:42.393

이거랑 또 이등분선을 여기
수직이등분선을 긋게 되면

01:16:42.493 --> 01:16:45.491

이거랑 이거랑 지금
서로 평행이 돼버리죠.

01:16:45.591 --> 01:16:47.086

이거랑 이거랑 평행이고

01:16:47.186 --> 01:16:50.316

이거랑 이거랑 수직이등분
했다는 건 길이가 같은데

01:16:50.416 --> 01:16:53.069

여기랑 여기랑도
같아지게 되는 것이니까

01:16:53.169 --> 01:16:57.158

결국 그 외접원의 중심이
빗변의 중점에 위치했었어요.

01:16:57.258 --> 01:16:58.740

그거 너무 중요한 성질이었습니다.

01:16:58.840 --> 01:17:04.940

직각삼각형에서는 빗변의 중점에
외접원의 중심이 위치하게 되고

01:17:05.040 --> 01:17:07.336

그다음에 지름에 대한 원주각.

01:17:07.436 --> 01:17:08.858

이따가 또 원주각 보겠지만

01:17:08.958 --> 01:17:11.744

지름에 대한 원주각이
항상 90° 가 되거든요.

01:17:11.844 --> 01:17:15.967

그래서 직각삼각형의 외심은 이런
식으로 빗변의 중점에 위치했었고요.

01:17:16.067 --> 01:17:21.539

둔각삼각형의 경우 원주각의
입장에서 생각을 했을 때

01:17:21.639 --> 01:17:25.119

이 각에 대한 중심각이

둔각이 된다는 건

01:17:25.219 --> 01:17:27.617

180°보다 커지게
된다는 거잖아요.

01:17:27.717 --> 01:17:31.366

삼각형의 외부에 이렇게
외심이 위치했었어요.

01:17:31.466 --> 01:17:36.585

그리고 세 꼭짓점으로부터 여기 외심인
외접원의 중심까지 이르는 거리는

01:17:36.685 --> 01:17:38.211

여전히 똑같은 상황이죠.

01:17:38.311 --> 01:17:39.434

여기도 마찬가지.

01:17:39.534 --> 01:17:42.387

이렇게 세 개 길이는
똑같은 거고요.

01:17:42.487 --> 01:17:49.251

이런 것이 무게중심, 내심, 외심에
어떤 정의와 특징이 되었었습니다.

01:17:49.351 --> 01:17:54.938

그래서 정삼각형이라고 한다면 무게중심,
내심, 외심이 다 똑같아요.

01:17:55.038 --> 01:17:56.221

그런 것도 나왔었고요.

01:17:56.321 --> 01:17:58.801

이 중에 제일 많이 나오는
건 아무래도 무게중심.

01:17:58.901 --> 01:18:00.514

특히 저 2:1.

01:18:00.614 --> 01:18:05.837

바로 우리가 다음 강에서 좌표평면에서
세 점의 좌표가 주어질 때

01:18:05.937 --> 01:18:10.190

무게중심의 좌표는 어떻게 구할
것인가, 라는 것을 살펴보게 될 거고

01:18:10.290 --> 01:18:13.951

그 과정에서 저 2:1
성질을 사용하게 됩니다.

01:18:14.051 --> 01:18:16.480

그리고 내심과 외심 같은 경우는

01:18:16.580 --> 01:18:20.549

도형의 방정식 부분에서
내기에는 너무 복잡해서

01:18:20.649 --> 01:18:24.441
아주 어려운 문제나 정말 걱정하고
복잡하게 내면 많이 나오게 되고요.

01:18:24.541 --> 01:18:28.112
그렇지 않은 상황에서는 이
도형의 성질 자체로 보아서

01:18:28.212 --> 01:18:34.148
나중에 미적분에서
급수 문제라는 걸 배우게 될 텐데

01:18:34.248 --> 01:18:37.266
여러 가지 도형의 성질을
추론해서 문제를 풀게 된다는지

01:18:37.366 --> 01:18:39.267
그럴 때 종종 나오기도 해요.

01:18:39.367 --> 01:18:43.725
그러면 이 $\triangle ABC$ 에서 내접원과
세 변의 접점이 각각 P, Q, R일 때

01:18:43.825 --> 01:18:45.909
AP의 길이를 구해보자고 했습니다.

01:18:46.009 --> 01:18:50.377
AP의 길이를 구하는 거니까 이
길이를 x 라고 한번 표현해볼까요?

01:18:50.477 --> 01:18:53.345
그러면 자동으로 이걸
 $9-x$ 가 되는데

01:18:53.445 --> 01:19:00.997
한 점에서 접하게 된 그 두 접선을
그은 것은 길이가 똑같았죠.

01:19:01.097 --> 01:19:02.188
이따가 또 보겠지만.

01:19:02.288 --> 01:19:03.917
그래서 이게 $9-x$ 가 되고요.

01:19:04.017 --> 01:19:08.366
그러면 여기의 길이는 10에서
 $9-x$ 를 빼주면 되죠.

01:19:08.466 --> 01:19:13.246
10에서 $9-x$ 를 빼주게 된다면
 $1+x$ 로 나오게 되겠죠?

01:19:13.346 --> 01:19:14.768
그래서 여기가 $1+x$.

01:19:14.868 --> 01:19:19.664
그러면 자동으로 여기도 $1+x$ 가
되고 아까 여기가 x 였어요.

01:19:19.764 --> 01:19:23.262
그러면 여기도 똑같이

마찬가지로 x 가 될 텐데

01:19:23.362 --> 01:19:26.291

이 둘을 더해준 것이
 $2x+1$ 이잖아요?

01:19:26.391 --> 01:19:29.241

더해보니까 7로 나오게 되겠네요.

01:19:29.341 --> 01:19:33.503

그러면 x 는 3이다, 라고
바로 찾을 수가 있죠?

01:19:33.603 --> 01:19:36.464

이 접선의 성질을 이용해서
보여줄 수가 있고요.

01:19:36.564 --> 01:19:41.198

이제 또 갈수록 점점 중요한 게
나오는 것 같은 느낌이 드시죠?

01:19:41.298 --> 01:19:42.812

피타고라스의 정리입니다.

01:19:42.912 --> 01:19:46.835

벌써 이미 제가 이거
고등학교 수학 강좌 하면서

01:19:46.935 --> 01:19:50.214

피타고라스의 정리를 이용해서,
라는 말을 되게 많이 했어요.

01:19:50.314 --> 01:19:53.046

직각삼각형에서 빗변의 길이 제곱은

01:19:53.146 --> 01:19:55.654

직각을 낀 두 변의 길이의
제곱의 합과 같다.

01:19:55.754 --> 01:19:57.489

a^2+b^2 은 c^2 이다.

01:19:57.589 --> 01:20:00.227

피타고라스의 정리만으로
책 한 권이 나오죠.

01:20:00.327 --> 01:20:02.611

굉장히 많은 이야기를
담고 있습니다.

01:20:02.711 --> 01:20:06.235

예전에 어떤 피타고라스 학파의
이야기에서부터 시작해서

01:20:06.335 --> 01:20:09.775

이거를 증명할 수 있는 방법이
계속 쏟아져 나오고 있어요.

01:20:09.875 --> 01:20:12.847

나 이런 방법으로도 할 수 있어,
이런 방법으로도 할 수 있어.

01:20:12.947 --> 01:20:16.713
너무 많은 방법이 있고 수학 체험전
같은 거 혹시 가보셨나요?

01:20:16.813 --> 01:20:22.374
그런데 가보면 종이의 넓이를
이용해서 물을 돌려서 어떤 모양에

01:20:22.474 --> 01:20:24.782
그런 거로도 증명하는
거를 많이 보여주고 있어요.

01:20:24.882 --> 01:20:26.574
여러분, 중학교에서 아마 수업할 때

01:20:26.674 --> 01:20:30.071
색종이 오려서 이거 증명하는 거
많이 해보셨을 것 같아요.

01:20:30.171 --> 01:20:33.255
그래서 그런 식으로 증명
방법이 굉장히 많으니까

01:20:33.355 --> 01:20:36.184
두 개 이상은 한번 찾아보시고요.

01:20:36.284 --> 01:20:39.991
저는 여러분이 충분히 수업
시간에 다양한 방법으로

01:20:40.091 --> 01:20:43.214
이것만큼은 많이 배웠을 거라고
생각하고 생략하겠습니다.

01:20:43.314 --> 01:20:47.423
그러면 삼각형 ABC에서
이 성질을 사용해준다면

01:20:47.523 --> 01:20:49.685
삼각형의 모양을 판별해줄 수 있는데

01:20:49.785 --> 01:20:53.665
당연히 a^2 이
 b^2+c^2 과 같다고 한다면

01:20:53.765 --> 01:20:56.158
직각삼각형이 되고요.

01:20:56.258 --> 01:21:00.477
그런데 만약 a^2 이
더 작았다고 한다면

01:21:00.577 --> 01:21:01.799
예각삼각형이 돼요.

01:21:01.899 --> 01:21:03.589
이거의 증명은 좀 어려워요,

01:21:03.689 --> 01:21:05.451
여러분이 지금 단계에서 하기에.

01:21:05.551 --> 01:21:08.059

그래서 예를 들어서
알아놓으시면 되는데

01:21:08.159 --> 01:21:10.420

증명을 안 하면 사실
외우기가 어렵잖아요.

01:21:10.520 --> 01:21:12.059

그래서 저는 중학교
때 이걸 외울 때

01:21:12.159 --> 01:21:14.077

예를 들어서 생각을 했었어요.

01:21:14.177 --> 01:21:24.625

그러니까 방향에 따라서 예각, 둔각을
결정할 수 있다, 라는 걸 알고

01:21:24.725 --> 01:21:29.451

예각삼각형의 가장 대표적인 예로
우리가 정삼각형 생각할 수 있죠?

01:21:29.551 --> 01:21:31.696

그러면 정삼각형에서는 1의 제곱.

01:21:31.796 --> 01:21:34.057

어떤 한 변의 길이, 가장 긴 변.

01:21:34.157 --> 01:21:37.820

어차피 세 개가 다 똑같으니까 가장
긴 변을 아무거나 잡아도 되죠?

01:21:37.920 --> 01:21:40.660

1의 제곱이
 1^2+1^2 보다 작아요.

01:21:40.760 --> 01:21:43.788

그렇기 때문에 예각삼각형에서는
이게 작은 거였다.

01:21:43.888 --> 01:21:47.724

둔각삼각형에서는 큰 거다, 라고
이 정도 기억을 해두시면 되고

01:21:47.824 --> 01:21:49.997

증명은 그냥 안 하는 것으로.

01:21:50.097 --> 01:21:53.238

저건 어려우니까 너무
찾아보려고 하지 마시고요.

01:21:53.338 --> 01:21:56.638

그러면 이 평면도형에서
피타고라스의 정리를

01:21:56.738 --> 01:21:59.009

너무 다양하게 활용을
할 수가 있었고

01:21:59.109 --> 01:22:02.974

도형의 방정식에서도 엄청
많이 활용할 거예요.

01:22:03.074 --> 01:22:05.147

두 직선의 수직 조건을
구하는 데 있어서,

01:22:05.247 --> 01:22:07.569

그리고 점과 점 사이의
거리를 구하는 데 있어서

01:22:07.669 --> 01:22:09.339

굉장히 많이 활용하게 됩니다.

01:22:09.439 --> 01:22:20.154

먼저 가로 길이가 a 고 세로
길이가 b 인 직사각형이 있죠?

01:22:20.254 --> 01:22:24.601

직사각형의 대각선을 잘라서 보면
직각삼각형이 만들어지기 때문에

01:22:24.701 --> 01:22:28.074

이거 길이의 제곱이
 $a^2 + b^2$ 과 같죠?

01:22:28.174 --> 01:22:33.369

그래서 대각선의 길이는 여기다 루트를
씩워주면 된다고 나오게 됐었고

01:22:33.469 --> 01:22:40.296

그러면 정사각형에서는 여기서
똑같은 a 가 들어가게 되니까

01:22:40.396 --> 01:22:43.772

$\sqrt{2}a$ 로 대각선의
길이가 나왔었죠?

01:22:43.872 --> 01:22:46.732

정삼각형의 높이를 구하게 된다면

01:22:46.832 --> 01:22:52.324

여기 한 변의 길이가 a 일 때
그러면 여기의 반 토막 해준 것은

01:22:52.424 --> 01:22:57.758

2분의 a 가 되고 그러면 이렇게
잘라서 여기 높이를 구한다고 할 때

01:22:57.858 --> 01:23:01.765

$\sqrt{a^2}$ 에서 4분의
 a^2 을 빼주면 되잖아요?

01:23:01.865 --> 01:23:04.755

애 제곱 빼기 이거의 제곱이
높이 제곱이 되니까.

01:23:04.855 --> 01:23:09.063

그러면 애를 정리해보면
2분의 $\sqrt{3}a$ 가 나왔었죠.

01:23:09.163 --> 01:23:13.795

그래서 정삼각형에서 반
잘려나간 특수한 삼각형인

01:23:13.895 --> 01:23:17.303

90, 30, 60짜리
이 삼각형은 길이 비가

01:23:17.433 --> 01:23:20.843

1:2: $\sqrt{3}$ 이다,
라는 것도 기억했어요.

01:23:20.943 --> 01:23:24.102

그리고 넓이는 4분의 $\sqrt{3}$
 a^2 이 된다.

01:23:24.202 --> 01:23:25.363

은근히 유용합니다.

01:23:25.463 --> 01:23:28.215

정삼각형의 넓이 구할 일이 많고

01:23:28.315 --> 01:23:31.462

그때그때 피타고라스의
정리를 써도 되지만

01:23:31.562 --> 01:23:34.883

외워놓으면 유용하게 계산
빨리해줄 수가 있어요.

01:23:34.983 --> 01:23:37.851

입체도형에서도 활용해줄 수가 있는데

01:23:37.951 --> 01:23:45.711

만약에 이렇게 각 변의 길이가
 abc 인 직육면체가 있다고 한다면

01:23:45.811 --> 01:23:51.611

밑변에서의 대각선의 길이가
 $\sqrt{a^2+c^2}$ 으로 나오게 되죠.

01:23:51.711 --> 01:23:55.451

그러면 전체적으로 대각선을
그은 상황을 생각해본다면

01:23:55.551 --> 01:23:59.005

이렇게 이 속에서
대각선을 그은 것은

01:23:59.105 --> 01:24:01.880

이 밑변의 길이가
 $\sqrt{a^2+b^2}$.

01:24:01.980 --> 01:24:04.375

그다음에 이제 수직이
되고 여기가 c 니까

01:24:04.475 --> 01:24:08.894

여기는 제공해준 게 이거의
제공인 a^2+b^2 과

01:24:08.994 --> 01:24:11.649

애를 제공한 c^2 까지
더해준 것이

01:24:11.749 --> 01:24:14.423

이 대각선의 길이의
제공이 되기 때문에

01:24:14.523 --> 01:24:17.673

이 대각선의 길이는 여기다
루트를 씌워주면 되죠.

01:24:17.773 --> 01:24:22.261

그래서 대각선의 길이는
 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 이 나왔었고요.

01:24:22.361 --> 01:24:25.599

그러면 정육면체라고 한다면
이 세 개가 다 똑같으니까

01:24:25.699 --> 01:24:28.727

$\sqrt{3}a$ 로 나왔습니다.

01:24:28.827 --> 01:24:31.046

그러면 예를 들어서
이 문제를 본다면

01:24:31.146 --> 01:24:35.321

한 변의 길이가 2인
정육각형을 밑면으로 하고

01:24:35.421 --> 01:24:39.813

모두 합동인 삼각형으로
옆면이 이루어져 있어요.

01:24:39.913 --> 01:24:41.422

이 높이가 $2\sqrt{3}$ 일 때

01:24:41.522 --> 01:24:45.336

옆면을 이루는 한 삼각형의
넓이를 구해보자고 했는데

01:24:45.436 --> 01:24:48.612

밑이 정육각형이잖아요?

01:24:48.712 --> 01:24:52.680

정육각형이라고 한다면
여기의 길이가 2일 때

01:24:52.780 --> 01:24:58.816

이거를 이렇게 나누었을 때
정육각형 6개, 360° .

01:24:58.916 --> 01:25:01.096

그러면 이거 하나의
크기가 60° 가 되죠.

01:25:01.196 --> 01:25:02.842

여기도 60° , 여기 60° .

01:25:02.942 --> 01:25:06.560

정삼각형 6개를 붙인
것이 정육각형이에요.

01:25:06.660 --> 01:25:10.597

그렇게 되니까 여기가 2면
여기의 길이도 2가 되죠.

01:25:10.697 --> 01:25:14.553

그래서 이 꼭대기에서 여기에
수선의 발을 내렸다.

01:25:14.653 --> 01:25:16.453

이거를 위에서 봤다고 생각해 보면

01:25:16.553 --> 01:25:18.102

그 꼭대기에서 내린 수선의 발은

01:25:18.202 --> 01:25:20.523

결국 여기 중심으로
떨어지게 될 거예요.

01:25:20.623 --> 01:25:23.844

그렇다면 이 하나의
꼭짓점에서 여기까지 그은

01:25:23.944 --> 01:25:26.570

이 길이는 2로 나오게 되겠죠?

01:25:26.670 --> 01:25:29.405

어차피 정삼각형 이루는 그
요소가 되는 거니까.

01:25:29.505 --> 01:25:32.003

그리고 이 높이가
 $2\sqrt{3}$ 이라고 한다면

01:25:32.103 --> 01:25:34.148

여기 한 변의 길이는
얼마가 되나요?

01:25:34.248 --> 01:25:38.078

애가 피타고라스의 정리를
적용할 수 있는

01:25:38.178 --> 01:25:40.942

직각삼각형의 모양으로
나오고 있어요.

01:25:41.042 --> 01:25:46.961

그렇기 때문에 $\sqrt{4}$ 더하기
 $2\sqrt{3}$ 을 제공한 12 해주게 되면

01:25:47.061 --> 01:25:48.321

4가 되는 것이죠?

01:25:48.421 --> 01:25:52.445

그러면 옆면에 한 변의
길이가 4라는 거예요.

01:25:52.545 --> 01:25:55.537

그런데 그게 이등변삼각형이 되거든요?

01:25:55.637 --> 01:25:58.589
옆면이 모두 합동이라고 했으니까

01:25:58.689 --> 01:26:03.115
다 합동이 되려면 옆에 있는 변들의 길이가 모두 다 똑같은 수밖에 없죠?

01:26:03.215 --> 01:26:05.687
그래서 여기가 4가 되고
여기가 4가 되고요.

01:26:05.787 --> 01:26:08.499
그다음에 여기의 길이는
아까 2였었고요,

01:26:08.599 --> 01:26:11.131
정육각형에서의 한
변의 길이가 되니까.

01:26:11.231 --> 01:26:14.427
그러면 수선의 발 그었을
때 이등변삼각형이니까

01:26:14.527 --> 01:26:19.157
이등변삼각형 내리게 되면, 수선의 발
내리게 되면 이등분 해주게 되죠?

01:26:19.257 --> 01:26:23.418
그래서 여기가 1이 되고 그러면
피타고라스 정리에 의해서

01:26:23.518 --> 01:26:25.022
이거를 또 구할 수가 있게 되죠?

01:26:25.122 --> 01:26:28.251
 $\sqrt{16-1}$ 해주면
15가 됩니다.

01:26:28.351 --> 01:26:31.686
그래서 높이가 15고 밑변의 길이가

01:26:31.786 --> 01:26:35.532
2가 되는 삼각형의 넓이를
구하면 되기 때문에

01:26:35.632 --> 01:26:38.113
이 삼각형의 넓이는
 $\sqrt{15}$ 로 나오죠.

01:26:38.213 --> 01:26:40.604
그래서 답은 1번
찾아주시면 되고요.

01:26:40.704 --> 01:26:42.042
이제 삼각비예요.

01:26:42.142 --> 01:26:47.732
삼각비는 수학 1에서 삼각

함수라는 걸 배우면서

01:26:47.832 --> 01:26:49.249
일반화가 될 거예요.

01:26:49.349 --> 01:26:52.841
그렇기 때문에 굉장히
중요하게 잘 알아두셔야 되고

01:26:52.941 --> 01:26:56.922
아까 제가 삼각비 잠깐
직선의 기울기 이야기하면서

01:26:57.022 --> 01:26:58.760
언급을 했었습니다.

01:26:58.860 --> 01:27:02.477
C가 90° 인 직각삼각형 ABC에서

01:27:02.577 --> 01:27:04.983
만약에 직각삼각형이라고 한다면

01:27:05.083 --> 01:27:07.972
애가 더 길어졌다고 해볼게요.

01:27:08.072 --> 01:27:12.012
A의 각을 유지하면서 삼각형의
모양이 달라질 수 있어요.

01:27:12.112 --> 01:27:13.575
이렇게 달라질 수 있고요.

01:27:13.675 --> 01:27:15.237
이렇게 달라질 수 있고요.

01:27:15.337 --> 01:27:17.285
이런 식으로 그려질 수 있고요.

01:27:17.385 --> 01:27:20.522
애네는 일직선상에 그려야 되겠죠?

01:27:20.622 --> 01:27:23.224
이렇게 쪽 연장하고 쪽 연장했을 때

01:27:23.324 --> 01:27:25.352
높이를 어떻게 긋는지에 따라서

01:27:25.452 --> 01:27:27.978
서로 다른 직각삼각형을
만들 수가 있는데

01:27:28.078 --> 01:27:31.930
어쨌든 어떤 직각삼각형을
선택하든지 간에

01:27:32.030 --> 01:27:37.919
항상 C분의 A, C분의
B, B분의 A에 해당하는

01:27:38.019 --> 01:27:41.879
변과 변 사이의 길이의

비는 일정하다는 거예요.

01:27:41.979 --> 01:27:44.670

그 일정한 것을 삼각비로
정의하게 됩니다.

01:27:44.770 --> 01:27:46.576

그래서 어떤 식으로 정의했느냐,

01:27:46.676 --> 01:27:50.197

대표적인 삼각형 아무거나 하나
이렇게 그려놓고 봤을 때

01:27:50.297 --> 01:27:51.869

sin.

01:27:51.969 --> 01:27:54.207

여러분, 영어 필기체
혹시 외우셨나요?

01:27:54.307 --> 01:27:58.775

s를 필기체로 이런 식으로
썼었는데 그래서 sin이라고 하면

01:27:58.875 --> 01:28:01.061

c분의 a.

01:28:01.161 --> 01:28:03.896

빗변분의 높이로 나왔었고요.

01:28:03.996 --> 01:28:04.616

cos.

01:28:04.716 --> 01:28:06.001

c는 이렇게 쓰죠?

01:28:06.101 --> 01:28:07.140

그래서 c분의 b.

01:28:07.240 --> 01:28:08.271

tan.

01:28:08.371 --> 01:28:11.534

이렇게 영어 필기체로
t를 씁니다.

01:28:11.634 --> 01:28:13.339

그래서 tan A는 b분의 a.

01:28:13.439 --> 01:28:15.049

이거는 외우셔야 돼요.

01:28:15.149 --> 01:28:15.971

방법이 없습니다.

01:28:16.071 --> 01:28:17.296

정의하는 거거든요.

01:28:17.396 --> 01:28:18.483

이렇게 정의하자예요.

01:28:18.583 --> 01:28:21.130

왜 정의하느냐, 라는
것만 알아두시면

01:28:21.230 --> 01:28:24.989

직각삼각형이라고 하면 직각삼각형에서

01:28:25.089 --> 01:28:27.337

이 한 각의 크기가 똑같은,

01:28:27.437 --> 01:28:30.885

직각과 이 A 를 공유하는
모든 직각삼각형.

01:28:30.985 --> 01:28:32.788

제가 아까 처음에 그려드린 것.

01:28:32.888 --> 01:28:34.598

모두 다 닮음이라는 거예요.

01:28:34.698 --> 01:28:39.103

다 닮음이기 때문에 이 길이의
비들이 항상 c 분의 a .

01:28:39.203 --> 01:28:43.603

어떤 직각삼각형을 가지고 이
 A 만 일정하게 유지를 하면서

01:28:43.703 --> 01:28:46.494

어떻게 생긴 걸 가지고
 c 분의 a 를 구하든지

01:28:46.594 --> 01:28:49.625

이것과 이것은 애만
같다면 닮음이니까

01:28:49.725 --> 01:28:53.019

그 크기의 비가
일정하게 나오게 된다.

01:28:53.119 --> 01:28:55.426

길이의 비가 일정하게 나오게 되어서

01:28:55.526 --> 01:28:57.915

그거를 일정한 비로
정의를 해놓은 거예요.

01:28:58.015 --> 01:29:01.409

지금은 굳이 이걸 왜
정의하나, 라는 생각이 들 수도 있겠지만

01:29:01.509 --> 01:29:04.179

이거를 정의하고 삼각함수로
확장을 한순간

01:29:04.279 --> 01:29:06.197

엄청난 일들이 벌어지게 되었습니다.

01:29:06.297 --> 01:29:08.690

수학이 폭발적으로
발전하게 되었어요.

01:29:08.790 --> 01:29:11.589

물리 말할 것도 없고요.

01:29:11.689 --> 01:29:14.571

이 세상의 주기를
가지고 움직이는 것들이라든지

01:29:14.671 --> 01:29:18.293

또 이 삼각함수를 통해서
복소수도 확 발전하게 되고

01:29:18.393 --> 01:29:20.270

너무 많은 것들이 발전되어서

01:29:20.370 --> 01:29:23.509

지금은 굉장히 미미해 보이지만

01:29:23.609 --> 01:29:25.952

아주 큰 내용의 토대가 되는 거죠.

01:29:26.052 --> 01:29:28.843

처음에 다항식 배울 때 이거
식 왜 전개하고 있어,

01:29:28.943 --> 01:29:32.868

이런 생각 들었었지만,
그것이 방정식, 함수, 부등식.

01:29:32.968 --> 01:29:35.030

이렇게 쭉 확장되어가는 거 보셨죠?

01:29:35.130 --> 01:29:36.600

그런 식으로 이 삼각비.

01:29:36.700 --> 01:29:39.028

지금은 아주 미미한
비율처럼 보이지만

01:29:39.128 --> 01:29:42.838

이게 함수로 확장되는 순간 대단한
일이 많이 벌어지게 돼요.

01:29:42.938 --> 01:29:45.620

0은 일단은 외우세요, 미안해요.

01:29:45.720 --> 01:29:47.370

0은 $\sin A$.

01:29:48.851 --> 01:29:51.395

$\cos A$ 는 1이 나오고요.

01:29:51.495 --> 01:29:54.619

$\tan A$ 는 0이 나오게 됩니다.

01:29:54.719 --> 01:30:00.283

수학 1에서 삼각함수를 배우면 왜
이렇게 되는지 확실히 아실 거예요.

01:30:00.383 --> 01:30:02.402

그다음에 여기서는 반대가 됩니다.

01:30:02.502 --> 01:30:04.659

$\sin$ 이 1이고
 $\cos$ 이 0이 돼요.

01:30:04.759 --> 01:30:06.086

이게 대칭적이에요.

01:30:06.186 --> 01:30:08.118

0, 90° 이런 식으로.

01:30:08.218 --> 01:30:11.351

$\sin A$ 30° 를 구하게 된다면

01:30:11.451 --> 01:30:13.925

여기 30° 가 있을 때 이게 90° 면

01:30:14.025 --> 01:30:16.221

자동으로 여기는 60° 가 되죠?

01:30:16.321 --> 01:30:18.262

그래서 여기의 길이를 a 라고 한다면

01:30:18.362 --> 01:30:21.515

이게 정삼각형을 반 자른
그런 삼각형이 되기 때문에

01:30:21.615 --> 01:30:24.140

$2a$ 가 되고 $\sqrt{3}a$ 가
됐었어요.

01:30:24.240 --> 01:30:27.941

그래서 $\sin A$ 는 2분의 1이고
얘는 2분의 $\sqrt{3}$ 이고

01:30:28.041 --> 01:30:31.628

$\tan$ 는 $\sqrt{3}$ 분의 1이니까
 3 분의 $\sqrt{3}$ 이 되죠.

01:30:31.728 --> 01:30:34.167

저 이거 외우는데 한
2년 걸린 것 같아요.

01:30:34.267 --> 01:30:37.856

그냥 굳이 외우지 않고 그때그때
삼각형을 그려서 생각을 했거든요.

01:30:37.956 --> 01:30:41.067

여러분도 그렇게 그때그때
삼각형 그리셔도 되고요.

01:30:41.167 --> 01:30:44.336

45° 의 경우에는 여기가 45° .

01:30:44.436 --> 01:30:47.867

45° 면 직각이등변삼각형으로
만들어지게 되죠?

01:30:47.967 --> 01:30:53.679

여기 45° 일 때 여기도 45° 니까
이 길이가 a 라고 하면 여기도 a 고

01:30:53.779 --> 01:30:56.381

여기는 $\sqrt{2}a$ 가
되고 그렇기 때문에

01:30:56.481 --> 01:30:59.443

$\sin A$ 는 $\sqrt{2}$ 분의
1, 2분의 $\sqrt{2}$.

01:30:59.543 --> 01:31:02.179

$\cos$ 도 똑같이 2분의 $\sqrt{2}$.

01:31:02.279 --> 01:31:04.632

$\tan$ 은 a 분의 a 니까 1.

01:31:04.732 --> 01:31:07.398

60° 는 이거랑 대칭적입니다.

01:31:07.498 --> 01:31:09.486

여기가 2분의 1,
2분의 $\sqrt{3}$,

01:31:09.586 --> 01:31:13.279

애는 역수가 되면서
 $\sqrt{3}$ 으로 나오게 돼요.

01:31:13.379 --> 01:31:15.866

60° 에서 생각해 보면
 $\sin$ 이 이렇게 되겠죠?

01:31:15.966 --> 01:31:20.781

2분의 $\sqrt{3}$, $\cos$ 2분의 1,
 $\tan$ 1분의 $\sqrt{3}$ 이 되면서

01:31:20.881 --> 01:31:23.814

이런 표로 나오게 되고
삼각비를 좀 알아두세요.

01:31:23.914 --> 01:31:31.343

그러면 그걸 이용해서
이런 바위섬에서

01:31:31.443 --> 01:31:34.208

여기 도로까지 이르는 거리를
구해보자는 거예요.

01:31:34.308 --> 01:31:38.332

삼각비를 활용해 준다면 여기의
길이를 한번 x 라고 해볼까요?

01:31:38.432 --> 01:31:42.129

이거를 x 라고 했을 때 여기가
 $\sqrt{3}x$ 로 나오게 되죠.

01:31:42.229 --> 01:31:43.497

$1:\sqrt{3}$ 이니까.

01:31:43.597 --> 01:31:45.305

그러면 이것도 $\sqrt{3}x$ 가 되죠?

01:31:45.405 --> 01:31:53.726

그러면 $(\sqrt{3}+1)x$ 해줘서
바로 200이 나오게 되죠.

01:31:53.826 --> 01:31:57.197
그래서 x 는 $\sqrt{3}+1$ 분의
200이 됩니다.

01:31:57.297 --> 01:32:03.543
그러면 유리화를 해주게 되면
100의 $\sqrt{3}-1$ 이 된다고

01:32:03.643 --> 01:32:06.137
이렇게 계산을 해주게
될 수가 있겠죠?

01:32:06.237 --> 01:32:09.541
그래서 선분 AH의 길이를
구할 수가 있는데

01:32:09.641 --> 01:32:12.023
제가 계산이 뭔가 틀린 것 같네요.

01:32:12.123 --> 01:32:14.087
다시 한번 볼까요?

01:32:17.432 --> 01:32:19.592
죄송해요.

01:32:19.692 --> 01:32:26.328
100에 $\sqrt{3}-1$ 이라고
나오는데 이거는 x 의 값이죠?

01:32:26.428 --> 01:32:30.164
제가 지금 구했어야 하는
것은 AH의 길이죠?

01:32:30.264 --> 01:32:33.060
AH는 $\sqrt{3}x$ 였어요.

01:32:33.160 --> 01:32:36.505
그렇기 때문에 $100\sqrt{3}$ 의
 $\sqrt{3}-1$.

01:32:36.634 --> 01:32:39.075
이렇게 한 번 더
계산을 해주면 되죠.

01:32:39.175 --> 01:32:43.136
그러면 $\sqrt{3}$ 을 안으로 넣어서
100의 $3-\sqrt{3}$.

01:32:43.236 --> 01:32:46.389
이렇게 답 4번으로 찾아줄
수가 있게 되고요.

01:32:46.489 --> 01:32:49.115
이제 마지막 원입니다.

01:32:49.215 --> 01:32:51.772
마지막이라고 표현했지만,
굉장히 많아요.

01:32:51.872 --> 01:32:53.108
원의 성질.

01:32:53.208 --> 01:32:58.259
원이라는 것은 정말 완벽한
존재라고 칭송을 받을 정도로

01:32:58.359 --> 01:33:02.051
중심에서부터 원 위에 있는 각
점까지의 거리가 일정해요.

01:33:02.151 --> 01:33:03.465
그런 것이 원이었어요.

01:33:03.565 --> 01:33:06.263
그러면 이제 현에서부터
시작을 해보도록 할게요.

01:33:06.363 --> 01:33:09.162
현이라는 것은 지름 말고 원.

01:33:09.262 --> 01:33:11.674
지름도 일중에 현이라고
할 수 있는데

01:33:11.774 --> 01:33:14.152
원 위에 선분 하나를 그은 거죠.

01:33:14.252 --> 01:33:19.183
이렇게 현 하나를 그었다면 원의
중심에서부터 현에 내린 수선.

01:33:19.283 --> 01:33:21.979
여기서 현에 수선을
하나 내렸습니다.

01:33:22.079 --> 01:33:25.232
그러면 원이라는 것.

01:33:25.332 --> 01:33:29.056
원 위에 점까지의 거리가 모두 다
일정하게 반지름으로 똑같잖아요.

01:33:29.156 --> 01:33:33.270
여기 여기를 그었을 때
이게 이등변삼각형이 돼요.

01:33:33.370 --> 01:33:35.417
그런데 여기가 90° 예요.

01:33:35.517 --> 01:33:41.715
빗변이 같고 90° 직각삼각형이
되는데 이걸 공통으로 가져요.

01:33:41.815 --> 01:33:43.958
그러면 두 삼각형의 합동이 되겠죠.

01:33:44.058 --> 01:33:48.236
합동이 되기 때문에 이 길이와 이
길이가 같아진다는 것이 결론입니다.

01:33:48.336 --> 01:33:52.483

그래서 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

01:33:52.583 --> 01:33:57.139

여기서부터 AB 이런 식으로 있을 때 수선을 내렸다, 이등분한다.

01:33:57.239 --> 01:34:01.420

삼각형의 합동을 이용해서 보여줄 수 있고 많이 나올 거예요.

01:34:01.520 --> 01:34:03.087

우리 원의 방정식 할 거죠?

01:34:03.187 --> 01:34:06.542

그 원의 방정식에서 현의 길이 구하는 문제가 나오거든요.

01:34:06.642 --> 01:34:10.480

현의 길이를 구하려고 할 때 이 BH 하나만 길이를 구할 거예요.

01:34:10.580 --> 01:34:14.642

그러면 그걸 구하는 것은 반지름의 제곱에서 점과

01:34:14.742 --> 01:34:18.542

이 현을 이루는 직선 사이의 거리를 구할 수가 있게 되거든요?

01:34:18.642 --> 01:34:21.186

그래서 애의 제곱에서 이거의 제곱을 빼서

01:34:21.286 --> 01:34:24.344

또 피타고라스 정리까지 이용해서 배우게 되는 거죠.

01:34:24.444 --> 01:34:26.967

도형이 이렇게 재미있고 누적적입니다.

01:34:27.067 --> 01:34:30.189

지금 제가 이걸 하나 설명을 드리는데 어떤 걸 썼느냐,

01:34:30.289 --> 01:34:32.156

원의 정의를 사용했구요.

01:34:32.256 --> 01:34:35.628

직각삼각형에 합동조건 들어갔구요.

01:34:35.728 --> 01:34:38.653

길이를 구할 때 피타고라스의 정리 들어가구요.

01:34:38.753 --> 01:34:41.581

이렇게 굉장히 많은 것들이 복합적으로 나와서

01:34:41.681 --> 01:34:45.970
그래서 여러분 사고력을 키우는데
굉장히 좋은 수단이 된다는 거예요.

01:34:46.070 --> 01:34:51.607
그리고 두 번째 버전, 원의
한 현에 수직이등분선.

01:34:51.707 --> 01:34:55.779
현을 하나 그어서 이거의
수직이등분선을 그었다.

01:34:55.879 --> 01:34:59.311
애를 수직이고 이등분
되도록 했다고 한다면

01:34:59.411 --> 01:35:03.550
선분에서 수직이등분선까지의 거리가
항상 일정하게 되잖아요.

01:35:03.650 --> 01:35:06.302
그렇기 때문에 그 일정하게
되도록 하는 것 중에서

01:35:06.402 --> 01:35:09.846
원의 중심을 찾을 수가 있겠죠.

01:35:09.946 --> 01:35:12.643
그래서 이 수직이등분선은
쭉 연장을 해보면

01:35:12.743 --> 01:35:14.310
중심을 지나가게 된다.

01:35:14.410 --> 01:35:18.420
중심을 지나서 애가 그러면 원과
만나서 생기게 되는 그 선분이

01:35:18.520 --> 01:35:20.937
원의 지름이 된다고
할 수가 있겠죠.

01:35:21.037 --> 01:35:26.062
이번에는 한 원의 중심으로부터
같은 거리에 있는 두 현이 있다.

01:35:26.162 --> 01:35:31.154
중심에서부터 어떤 한 현까지의
거리가 이렇게 나오게 되는데

01:35:31.254 --> 01:35:34.435
이것과 같은 거리에 있는
현이 하나가 있어요.

01:35:34.535 --> 01:35:36.932
만약에 이렇게 똑같은
만큼 떨어져 있다.

01:35:37.032 --> 01:35:39.868
그걸 가지고 또 선을

그었다고 한다면

01:35:39.968 --> 01:35:42.027
이렇게 생기는 두 현 있죠?

01:35:42.127 --> 01:35:45.035
여기서부터 여기까지
나오게 되는 현.

01:35:45.135 --> 01:35:49.642
여기서부터 여기까지 나오게 되는
현은 서로 같다는 거예요.

01:35:49.742 --> 01:35:51.875
삼각형 합동인 것처럼 보이시죠?

01:35:51.975 --> 01:35:53.560
이렇게 삼각형 잡았을 때

01:35:53.660 --> 01:35:57.131
당연히 이 삼각형과 이
삼각형이랑 합동이 됩니다.

01:35:57.231 --> 01:36:00.403
그리고 나머지 부분도 당연히
길이가 같아지게 되고요.

01:36:00.503 --> 01:36:02.740
그리고 길이가 같은 두 현이 있다.

01:36:02.840 --> 01:36:04.933
만약에 애네가 길이가 똑같아요.

01:36:05.033 --> 01:36:09.574
그러면 중심에서 또 마찬가지로 다
합동으로 만들어지게 되는 거예요.

01:36:09.674 --> 01:36:11.520
합동이 정말 중요하다고 했죠?

01:36:11.620 --> 01:36:17.812
이렇게 여기서부터 여기까지
그은 거 반지름이고

01:36:17.912 --> 01:36:20.623
여기서 이렇게 그은 거
반지름이 되는 것이니까

01:36:20.723 --> 01:36:24.566
이거랑 이거랑 길이가 같고 애랑
애랑 길이가 같아지게 되고

01:36:24.666 --> 01:36:28.551
마찬가지로 애랑 애랑 길이도
똑같이 반지름으로 같기 때문에

01:36:28.651 --> 01:36:32.995
두 삼각형이 합동이 되면서 높이
당연히 똑같이 나오게 되는 거죠.

01:36:33.095 --> 01:36:37.076

그래서 중심에서 같은 거리에 있다고
이야기를 해줄 수가 있습니다.

01:36:37.176 --> 01:36:40.124

여기 알파벳 들어가 있는
이 표시되어있는 길이는

01:36:40.224 --> 01:36:43.966

제가 교재에는 그림을 다
알파벳까지 붙여서 그려놨어요.

01:36:44.066 --> 01:36:46.601

그거와 같이 비교하면서
보시면 되고요.

01:36:46.701 --> 01:36:47.534

접선.

01:36:47.634 --> 01:36:49.330

갈수록 중요해지네요.

01:36:49.430 --> 01:36:53.382

접선은 너무너무 중요합니다.

01:36:53.482 --> 01:36:56.654

어느 접선은 그 접점을
지나는 반지름에 수직이다.

01:36:56.754 --> 01:36:58.211

기본 중의 기본이죠.

01:36:58.311 --> 01:37:02.941

이게 원의 방정식 문제 풀고
할 때 백만 번 사용될 거예요.

01:37:03.041 --> 01:37:07.342

원의 접선은 접점을 지나는.

01:37:07.442 --> 01:37:08.954

그러니까 접선이 이렇게 그어졌다.

01:37:09.054 --> 01:37:12.849

한 점에서 만나게 되는데 접점을
지나는 반지름이 있어요.

01:37:12.949 --> 01:37:14.679

여기에 수직이 된다는 거예요.

01:37:14.779 --> 01:37:16.348

왜 수직일까요?

01:37:16.448 --> 01:37:18.194

수직이 아니라고 한다면

01:37:18.294 --> 01:37:22.288

우리 점에서 어떤 직선에 수직이
되도록 선분 그을 수 있잖아요.

01:37:22.388 --> 01:37:25.664

만약에 이렇게 그은 게 수직이
되었다고 가정을 해볼까요?

01:37:25.764 --> 01:37:28.262

그런데 수직이라는 건
가장 짧은 거리거든요.

01:37:28.362 --> 01:37:30.853

그러면 이거의 길이를 a 라고 하고

01:37:30.953 --> 01:37:32.811

이거의 길이를 b 라고 할 때

01:37:32.911 --> 01:37:37.784

a 의 길이가 b 의
길이보다 짧아야 하는데

01:37:37.884 --> 01:37:42.164

그런데 사실은 b 가 반지름이 짧아요.

01:37:42.264 --> 01:37:43.927

이거는 원 밖의 점 값이고.

01:37:44.027 --> 01:37:46.317

여기에 이미 b 가 포함되어있어요.

01:37:46.417 --> 01:37:48.532

그렇기 때문에 a 가 b 보다 커요.

01:37:48.632 --> 01:37:51.993

그러니까 이렇게 되는 두 개
사이에 모순이 생기게 되어서

01:37:52.093 --> 01:37:54.940

여기가 반드시 90° 여야
된다는 거거든요.

01:37:55.040 --> 01:38:00.083

그래서 반드시 원의 중심에서부터
여기 접선까지 그은 선분은

01:38:00.183 --> 01:38:02.835

접선과 수직으로 만나게 된다.

01:38:02.935 --> 01:38:06.316

한 점에서 만나고 수직이고
이게 반지름이다, 라는 거

01:38:06.416 --> 01:38:07.696

몇 번 사용될 거라고요?

01:38:07.796 --> 01:38:09.631

한 백만 번 정도 사용이 됩니다.

01:38:09.731 --> 01:38:11.443

그래서 꼭 잘 알아두시고

01:38:11.543 --> 01:38:14.517

이거는 제가 알아뒀라,
라고 강조를 하지 않더라도

01:38:14.617 --> 01:38:16.121

여러분이 이미 직관적으로.

01:38:16.221 --> 01:38:19.243

그리고 여러 경로를 통해서 잘
알고 계실 거라고 믿어요.

01:38:19.343 --> 01:38:20.995

그다음에 아까도 봤던 건데

01:38:21.095 --> 01:38:26.198

원 밖의 한 점에서
원에 접선을 긋습니다.

01:38:26.298 --> 01:38:27.977

오늘 제가 계속 잘
못 그리고 있네요.

01:38:28.077 --> 01:38:29.218

이 그림에서 볼까요?

01:38:29.318 --> 01:38:33.204

여기 밖에 점이 있는데 접선
두 개를 이렇게 그었어요.

01:38:33.304 --> 01:38:35.876

그렇게 되면 아까 뭐라고 그랬죠?

01:38:35.976 --> 01:38:38.376

백만 번 사용되는 거에서
첫 번째 사용됩니다.

01:38:38.476 --> 01:38:41.872

여기서부터 여기까지 수직,
여기서부터 여기까지 수직이 되면서

01:38:41.972 --> 01:38:43.229

길이가 똑같아요.

01:38:43.329 --> 01:38:45.002

이거 공통으로 가지고 있어요.

01:38:45.102 --> 01:38:49.158

그러면 이거 두 개 서로 같고
수직이니까 직각삼각형이고

01:38:49.258 --> 01:38:50.519

빗변이 서로 같고.

01:38:50.619 --> 01:38:52.548

두 삼각형이 합동이 되죠?

01:38:52.648 --> 01:38:55.270

합동이기 때문에 애랑
애랑 같은 거예요.

01:38:55.370 --> 01:38:57.943

우리 모든 것에는 다 이렇게
이유가 있었습니다.

01:38:58.043 --> 01:39:00.515

우리 왜 아까도 그냥 당연한 것처럼

01:39:00.615 --> 01:39:03.184

밖에 점점에서 점선
두 개 그었을 때

01:39:03.284 --> 01:39:06.211

길이가 똑같다는 걸
그냥 사용했잖아요.

01:39:06.311 --> 01:39:09.021

사실 알고 보면 이렇게 다
합동으로부터 밝혀지고

01:39:09.121 --> 01:39:11.595

또 뭘 이용해서 밝혀지는
이유가 있어요.

01:39:11.695 --> 01:39:16.595

이런 거 하나하나 내가 그냥 무심하게
스치고 지나갔던 것들에 대해서

01:39:16.695 --> 01:39:19.375

이유를 잘 찾아 나가다 보면

01:39:19.475 --> 01:39:21.778

수학이 정말 많이
재미있어질 수 있어요.

01:39:21.878 --> 01:39:25.796

그러니까 그렇게 꼼꼼하게
한번 시간을 들여서 공부를 해보세요.

01:39:25.896 --> 01:39:29.931

도형 공부를 깊이 있게 한 일주일
동안 아무것도 하지 않고

01:39:30.031 --> 01:39:31.262

도형 문제만 푸는 거예요.

01:39:31.362 --> 01:39:32.307

강추합니다.

01:39:32.407 --> 01:39:34.723

그러면 정말 내가 어느 순간

01:39:34.823 --> 01:39:38.035

수학적 사고력이 확 늘어난
것이 느껴지게 될 거예요.

01:39:38.135 --> 01:39:40.216

어떤 호 AB가 있어요.

01:39:40.316 --> 01:39:45.832

여기 어떻게 호를 잡든지 간에 이
호에 대한 원주각이라는 것은

01:39:45.932 --> 01:39:51.755

이거를 한 끝점으로 하면서 원
위에 아무 점이나 잡죠.

01:39:51.855 --> 01:39:55.207

그래서 P라는 건 아무거나

잡아서 만들어지게 되는 각.

01:39:55.307 --> 01:39:59.693

이 각은 AB에 대한
중심각이 있어요.

01:39:59.793 --> 01:40:03.997

원의 중심이 여기 있다고 했을 때
이렇게 중심각과 어떤 관계가 있죠?

01:40:04.097 --> 01:40:08.315

여기 크기가 $2a$ 가
된다는 것이 있었어요.

01:40:08.415 --> 01:40:13.347

그래서 원주각의 크기는 중심각의
크기의 2분의 1이다.

01:40:13.447 --> 01:40:15.394

중학교 때 증명했었어요.

01:40:15.494 --> 01:40:20.545

이거는 중3 때 바로 직전에 했던 거니까
제가 증명은 생략하도록 할게요.

01:40:20.645 --> 01:40:23.886

정말 중요한 거, 반 원.

01:40:23.986 --> 01:40:27.185

이렇게 원의 지름이 같이
나오게 될 수도 있고요.

01:40:27.285 --> 01:40:30.201

문제가 반 원의 맥락으로
나중에 미적분 가게 되면

01:40:30.301 --> 01:40:32.626

그냥 이렇게 많이
나오게 될 거예요.

01:40:32.726 --> 01:40:36.925

이 반 원에 대해서 지름에 대한
원주각은 항상 뭐가 된다고요?

01:40:37.025 --> 01:40:37.655

90° .

01:40:37.755 --> 01:40:43.932

반 원에서 어디에 점을 찍든지
간에 이렇게 만들어지게 되는

01:40:44.032 --> 01:40:49.635

각은 항상 90° 가 된다는
것도 너무너무 중요해요.

01:40:49.735 --> 01:40:52.271

알아본다면 문제가 확
쉬워질 수 있는데

01:40:52.371 --> 01:40:55.029

몰라보면 정말 어렵게

폴리게 되거든요.

01:40:55.129 --> 01:40:55.962
지름이 나왔다.

01:40:56.062 --> 01:40:57.552
그냥 원 안에 뭔가 삼각형이 있다.

01:40:57.652 --> 01:40:58.798
그런데 한 변이 지름이다.

01:40:58.898 --> 01:41:00.880
90° 찍어놓고 시작을 하세요.

01:41:00.980 --> 01:41:03.450
특히 반 원이 나왔다,
삼각형을 만들었다.

01:41:03.550 --> 01:41:05.042
문제에서 거의 안 주거든요?

01:41:05.142 --> 01:41:06.594
직각이라고 표시 안 해주거든요?

01:41:06.694 --> 01:41:11.021
여러분이 스스로 보자마자 표시를
해놓고 시작을 하시기 바랍니다.

01:41:11.121 --> 01:41:12.783
원과 사각형은 많이 나오지 않아요.

01:41:12.883 --> 01:41:14.961
그래서 그냥 빠르게 보고
넘어가도록 할게요.

01:41:15.061 --> 01:41:19.300
원에 내접하는 사각형의 대각의
크기의 합은 180°가 된다.

01:41:19.400 --> 01:41:22.292
여기에서 만약에 사각형이
그려졌다고 한다면

01:41:22.392 --> 01:41:26.148
이 각의 크기와 이 각의 크기가
더해서 180°라는 거예요.

01:41:26.248 --> 01:41:27.706
왜냐하면 중심각의 합이

01:41:27.806 --> 01:41:30.672
여기가 2α 가 되고
여기가 2β 가 되는데

01:41:30.772 --> 01:41:33.179
둘 합한 것이 서로
360°가 되죠?

01:41:33.279 --> 01:41:35.340
그러니까 둘을 더한 것은 180°.

01:41:35.440 --> 01:41:43.998

그다음에 원에 내접하는
사각형의 한 외각의 크기는,

01:41:44.098 --> 01:41:48.099

한 외각이라는 것은 여기에서
보면 이 외각을 의미하죠?

01:41:48.199 --> 01:41:49.440

그 내대각.

01:41:49.540 --> 01:41:50.334

말이 어렵죠?

01:41:50.434 --> 01:41:55.684

내대각은 내각에 대한 대각,
이거랑 같아지게 된다.

01:41:55.784 --> 01:41:56.598

왜 그럴까요?

01:41:56.698 --> 01:41:58.167

두 개 더해서 180° 죠?

01:41:58.267 --> 01:42:00.095

이거 두 개 더한 것도 180° 죠?

01:42:00.195 --> 01:42:02.975

그러니까 두 개가 같을
수밖에 없습니다.

01:42:03.075 --> 01:42:06.660

내대각과 서로 같다는 거예요.

01:42:06.760 --> 01:42:11.209

그다음에 만약에 어떤
점을 그냥 이렇게 봤는데

01:42:11.309 --> 01:42:14.500

두 점 P, Q가 AB에 대해서.

01:42:14.600 --> 01:42:16.545

이거는 원 없이 원래 그러야 돼요.

01:42:16.645 --> 01:42:21.754

두 점 P, Q가 있는데 이 P,
Q라는 것이 직선 AB가 있어요.

01:42:21.854 --> 01:42:24.233

AB를 지나는 직선에
대해서 같은 쪽.

01:42:24.333 --> 01:42:26.515

P가 여기 있고 Q가
여기 있는 것이 아니라

01:42:26.615 --> 01:42:30.710

직선에 의해서 평면이 두 개로
나누어지게 되는데 같은 쪽에 있어요.

01:42:30.810 --> 01:42:38.203

그런데 APB하고 AQB하고 각의 크기가 똑같다는 것이 있다면

01:42:38.303 --> 01:42:44.158

이게 한 원 위에 있게 된다는 거거든요.

01:42:44.258 --> 01:42:47.949

원주각을 이루게 되면서 원주각 두 개 같은 상황이 되는 거잖아요?

01:42:48.049 --> 01:42:50.004

그러면서 한 원 위에 있다는 것이

01:42:50.104 --> 01:42:52.775

은근히 유용하게 쓰이는 경우가 가끔 있습니다.

01:42:52.875 --> 01:42:55.144

그래서 알아두시면 유용해요.

01:42:55.244 --> 01:42:57.335

애랑 애랑 같다고 하면

01:42:57.435 --> 01:43:02.610

그냥 이 네 점을 지나는 원을 그려서 문제를 해결할 수가 있다는 거예요.

01:43:02.710 --> 01:43:05.278

그다음에 이거 은근히 자주 나오기는 하는데

01:43:05.378 --> 01:43:10.340

2015 개정 교육 과정에서는 원과 비례라는 것이 좀 약화되기는 했습니다.

01:43:10.440 --> 01:43:14.059

원의 접점과 이 접점을 지나는 현이 있어요.

01:43:14.159 --> 01:43:19.632

그러면 애가 이루는 각의 크기.

01:43:19.732 --> 01:43:24.168

접선이 있고 현이 이루는 각 중에서 좀 편하게 예각으로 생각을 해볼게요.

01:43:24.268 --> 01:43:30.620

이렇게 α 가 있다고 한다면 이 현을 품고 있는 원주의 일부가 있고

01:43:30.720 --> 01:43:36.230

그거에 대한 이렇게 생긴 원주각을 생각할 수가 있잖아요.

01:43:36.330 --> 01:43:39.262

그거의 크기도 α 가 된다는 것입니다.

01:43:39.362 --> 01:43:44.819

그래서 두 개의 크기가 같아지게

된다, 라는 성질이 있었고

01:43:44.919 --> 01:43:48.816

그래서 이거를 활용해서 나오게 되는 것이 어떤 거였냐면

01:43:48.916 --> 01:43:55.932

애를 어떤 원 밖의 한 점 그러면 P로부터 시작해서

01:43:56.032 --> 01:44:00.392

여기에 이렇게 접선을 그었어요.

01:44:00.492 --> 01:44:08.089

그다음에 그은 접선과 할선이 애랑 만나게 되는 점을 생각해서

01:44:08.189 --> 01:44:13.394

애를 T라고 하고 여기를 A, B.

01:44:13.494 --> 01:44:16.271

이렇게 놓고 봤을 때 무엇이 성립했었냐면,

01:44:16.371 --> 01:44:22.553

PT^2 과 $PA \cdot PB$ 가 서로 같다는 것이 성립한다는 거였어요.

01:44:22.653 --> 01:44:25.854

왜냐하면 여기의 크기와 또 여기의 크기가 같고

01:44:25.954 --> 01:44:27.364

애는 이거 공유하고 있죠?

01:44:27.464 --> 01:44:31.261

그러면 여기서 닮음인 삼각형 두 개를 추출할 수 있습니다.

01:44:31.361 --> 01:44:35.004

그래서 닮음비에 대한 식을 정리를 해보게 된다면

01:44:35.104 --> 01:44:40.471

이렇게 PT^2 이 $PA \cdot PB$ 와 같다 진다는 것을 알 수가 있고요.

01:44:40.571 --> 01:44:45.397

그러면 PT를 가지고 만들 수 있는 또 다른 관계 중에서

01:44:45.497 --> 01:44:52.078

이런 식으로 해서 다른 연장선을 그은 거를 생각해줄 수가 있잖아요.

01:44:52.178 --> 01:44:54.294

그래서 이런 식으로 나왔다고 한다면

01:44:54.394 --> 01:44:58.558

PT^2 과 애 곱하기 이것도 똑같아지게 된다고 할 수가 있겠죠.

01:44:58.658 --> 01:45:01.349

그러면 PT^2 과
이거 곱하기 이것이 같고

01:45:01.449 --> 01:45:03.742

PT^2 과 애
곱하기 애가 같다면

01:45:03.842 --> 01:45:08.666

그거를 일반화시켜서 우리가
원에서 어떤 P 가 있고

01:45:08.766 --> 01:45:14.892

이렇게 두 개의 직선을 그었을
때 PA 곱하기 PB 와

01:45:14.992 --> 01:45:18.806

PC 곱하기 PD 가 항상
일정하게 나오게 된다는 것도

01:45:18.906 --> 01:45:20.779

이야기를 해줄 수가 있겠죠?

01:45:20.879 --> 01:45:24.909

그래서 이런 거를 이용해서
한번 문제를 본다면

01:45:25.009 --> 01:45:28.564

여기서 반지름의 길이가
9cm인 원에서

01:45:28.664 --> 01:45:31.569

호 AB 와 호 CD 의 길이가
각각 4하고 6이에요.

01:45:31.669 --> 01:45:35.647

그랬을 때 이 AC 의 길이를
구해보자고 했습니다.

01:45:35.747 --> 01:45:39.339

그러면 이거의 길이는 어떻게 될
것인가, 라는 걸 찾아보려면

01:45:39.439 --> 01:45:43.319

여기 AB 에, 이거는 제가 좀
시간이 없어서 빨리 풀어드릴게요.

01:45:43.419 --> 01:45:45.704

여러분이 미리 한번
생각해보셨으면 좋겠고

01:45:45.804 --> 01:45:48.606

아직 못 푸셨다면 이걸
제가 힌트로 드릴게요.

01:45:48.706 --> 01:45:50.925

이거랑 이거랑 서로 평행입니다.

01:45:51.025 --> 01:45:52.803

이렇게 평행한 걸 왜 그었냐면,

01:45:52.903 --> 01:45:54.209

30°를 활용하고 싶었어요.

01:45:54.309 --> 01:45:58.009

여기가 30°면 이것도 30°로
나오게 되죠, 자동으로.

01:45:58.109 --> 01:46:00.553

평행에 대한 동위각이 되니까요.

01:46:00.653 --> 01:46:05.360

그러면 여기서 이거에 대한 중심각은
두 배가 되니까 60°가 됩니다.

01:46:05.460 --> 01:46:08.674

그렇다면 여기의 길이는
얼마가 될 것이냐,

01:46:08.774 --> 01:46:11.719

전체 원래 원주가 18π가 되죠?

01:46:11.819 --> 01:46:14.652

이 원의 반지름의
길이가 9였으니까요.

01:46:14.752 --> 01:46:18.770

거기에서 360° 중에서
60만큼을 차지하는 부분이니까

01:46:18.870 --> 01:46:20.510

3파이가 나오게 되거든요.

01:46:20.610 --> 01:46:22.333

그래서 여기가 3π가 되었고요.

01:46:22.433 --> 01:46:26.497

그다음에 여기가 4π, 여기가
6π라는 것이 있었어요.

01:46:26.597 --> 01:46:32.113

그게 있고 그다음에 여기
평행, 평행하게 그은

01:46:32.213 --> 01:46:35.614

이 상황이 있기 때문에
여기서 본다면

01:46:35.714 --> 01:46:40.581

이거를 이렇게 그다음에 이렇게 중심을
통과하게 평행하게 그었어요.

01:46:40.681 --> 01:46:43.463

그러면 이거랑 이거랑
크기가 같아지게 되면서

01:46:43.563 --> 01:46:45.717

이 각의 크기와
이 각의 크기가 같죠.

01:46:45.817 --> 01:46:51.836

그러면 이거에 대한 엇각을
생각해서 여기의 크기와

01:46:51.936 --> 01:46:54.921
이거에 대한 엇각으로 여기의
크기가 서로 같아지게 됩니다.

01:46:55.021 --> 01:46:57.713
그렇다면 이 길이와 이
길이 같아지게 돼요.

01:46:57.813 --> 01:47:02.536
애를 각각 x , x 라고 놓는다면
전체를 한번 다 더해볼게요.

01:47:02.636 --> 01:47:07.636
 4π 와 $2x$ 와 3π 와
 6π 를 더해준 것.

01:47:07.736 --> 01:47:11.809
이것이 원의 둘레인 그냥
 18π 로 나오게 되겠죠.

01:47:11.909 --> 01:47:15.299
그러면 $2x$ 가 얼마가
되느냐, 5π 가 됩니다.

01:47:15.399 --> 01:47:17.742
그러면 x 는 2분의
 5π 가 되겠죠?

01:47:17.842 --> 01:47:19.865
AC의 길이를 구하자고 했어요.

01:47:19.965 --> 01:47:23.904
그러면 그것은 2분의 5π 와
 3π 를 더해주면 되겠네요.

01:47:24.004 --> 01:47:28.423
그러면 2분의 11π 가 된다고
이렇게 찾아줄 수가 있습니다.

01:47:28.523 --> 01:47:31.644
보너스로 제가 사각형의
관계라는 것을 넣어놨는데

01:47:31.744 --> 01:47:35.255
사각형이 그냥 일반적으로
아무렇게나 사각형이 있을 때

01:47:35.355 --> 01:47:38.035
여기서 한 변의 길이를
평행하게 하는 순간

01:47:38.135 --> 01:47:39.994
사다리꼴이 된다는 거예요.

01:47:40.094 --> 01:47:44.214
그러면 사다리꼴에서 조건이 만약에
또 어떤 것이 들어가느냐,

01:47:44.314 --> 01:47:50.921

옆에 이 두 밑각의
크기가 같다고 한다면

01:47:51.021 --> 01:47:52.950

애가 어떤 사각형이 됐었죠?

01:47:53.050 --> 01:47:58.436

바로 등변사다리꼴이 됐었습니다.

01:47:58.536 --> 01:48:01.845

그런데 이 등변사다리꼴은
지금 이거랑 이거,

01:48:01.945 --> 01:48:08.445

그리고 사다리꼴은 한 쌍의
변이 서로 평행한 거였는데

01:48:08.545 --> 01:48:11.475

여기에서 만약
두 쌍의 변이 평행했다.

01:48:11.575 --> 01:48:16.128

여기도 평행하고 여기도 평행했다고
한다면 평행사변형이 되죠?

01:48:16.228 --> 01:48:18.569

평행사변형은 어떤 특징이 있었냐면,

01:48:18.669 --> 01:48:22.018

대각선이 서로 이등분하게
되었습니다.

01:48:22.118 --> 01:48:31.696

서로를 이등분하고 그다음에 여기서
두 쌍의 변이 평행했어요.

01:48:31.796 --> 01:48:36.436

그런데 이 상태에서 대각선이
서로를 이등분할뿐만 아니라

01:48:36.536 --> 01:48:39.807

대각선 길이가 같고

01:48:41.221 --> 01:48:49.580

그다음에 두 각의 크기가 같다는
것이 들어가게 된다면.

01:48:49.680 --> 01:48:50.155

죄송해요.

01:48:50.255 --> 01:48:53.488

대각선의 길이가 같아진다고 했을 때

01:48:53.588 --> 01:48:57.187

어떤 사각형이 만들어지게 되냐면
직사각형이 만들어지게 돼요.

01:48:57.287 --> 01:49:01.422

대각선의 조건을 이용해서
직사각형을 만들 수가 있고요.

01:49:01.522 --> 01:49:06.283
두 쌍의 변이 평행할 뿐만 아니라

01:49:06.383 --> 01:49:14.664
이 변과 각에 대한 조건으로 두 각의 크기가 같다는 것까지 들어가게 되면

01:49:14.764 --> 01:49:17.053
직사각형이 만들어지게 될 수 있고요.

01:49:17.153 --> 01:49:22.233
이 평행사변형에서 이번에는 대각선이 서로를 그냥 이등분하는 것이 아니라

01:49:22.333 --> 01:49:27.623
수직이등분 한다는 것이 조건으로 추가가 되고요.

01:49:27.723 --> 01:49:31.850
서로 그냥 이등분이 아니라 수직이등분이 되었다, 라는

01:49:31.950 --> 01:49:35.370
그 대각선에 대한 조건으로서 대각선 수직이등분.

01:49:35.470 --> 01:49:38.217
아직 두 개의 길이가 같은 것은 아니고요.

01:49:38.317 --> 01:49:42.871
수직이등분하고 그다음에 이번에는 두 각의 크기가 같은 것이 아니라

01:49:42.971 --> 01:49:46.062
이때 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

01:49:46.162 --> 01:49:48.463
이웃하는 두 변의 길이가 같아지는 순간

01:49:48.563 --> 01:49:50.417
모든 변의 길이가 같아지게 됩니다.

01:49:50.517 --> 01:49:55.924
애초에 평행사변형에서도 두 변씩 길이가 똑같았었기 때문에

01:49:56.024 --> 01:49:57.418
그러면 마름모가 됐었죠.

01:49:57.518 --> 01:49:59.660
그리고 이 모든 걸 다 갖추고 있는 것.

01:49:59.760 --> 01:50:02.421
대각선의 길이도 같고 두 각의 크기도 같고

01:50:02.521 --> 01:50:04.228

네 변의 길이도 다 똑같고

01:50:04.328 --> 01:50:10.044

그다음에 대각선이 서로를 수직이등분
하게 되고 다 가지고 있는 것들.

01:50:10.144 --> 01:50:12.395

여기 각의 크기, 변의 길이.

01:50:12.495 --> 01:50:15.643

다 갖추고 있는 것이
바로 정사각형이었어요.

01:50:15.743 --> 01:50:18.982

그래서 이런 것들이 사각형에
어떤 관계로 나오는 것이었는데

01:50:19.082 --> 01:50:22.387

제가 교재에 확실하게
그림을 더 잘 그려놨으니까

01:50:22.487 --> 01:50:24.697

그냥 참고로 해서 보시면
될 것 같고요.

01:50:24.797 --> 01:50:28.602

이거는 좀 앞으로 수업 진행하면서
제가 조금씩 더 언급하게 될 거예요.

01:50:28.702 --> 01:50:31.914

그래서 굉장히 빠른 속도로
많은 것들을 보았는데

01:50:32.014 --> 01:50:35.581

마지막 잔소리 한 번 더,
도형 문제 열심히 풀어보세요.

01:50:35.681 --> 01:50:41.168

그러면 정말 수학 실력이 확확 늘어나는
거 느껴질 수가 있을 것입니다.