

WEBVTT

00:00:10.125 --> 00:00:11.007

안녕하세요?

00:00:11.107 --> 00:00:14.177

수포자를 위한 수학 기초특강,
저는 김미주입니다.

00:00:14.277 --> 00:00:15.364

이제 10강입니다.

00:00:15.464 --> 00:00:19.623

10강에서는 우리 여러 가지 방정식에
대해서 살펴보도록 하겠습니다.

00:00:19.723 --> 00:00:24.104

지금까지 살펴봤던 방정식에는
일차방정식, 이차방정식이 있었어요.

00:00:24.204 --> 00:00:27.264

그러면 자연스럽게 어떤
방정식이 떠오르세요?

00:00:27.364 --> 00:00:31.049

삼차방정식, 사차방정식 이런
것도 한번 다뤄보면 좋겠죠?

00:00:31.149 --> 00:00:34.601

그리고 중학교 때 문자가
2개 들어가 있는

00:00:34.701 --> 00:00:37.145

간단한 연립방정식을 풀었습니다.

00:00:37.245 --> 00:00:42.750

그렇다면 이제 그 연립방정식에서
어떤 한 방정식의 차수가

00:00:42.850 --> 00:00:46.450

이차로 늘어나거나 둘 다 이차로
늘어났을 때 그 방정식은

00:00:46.550 --> 00:00:49.002

어떻게 해결할 수 있을지도
살펴보게 될 거예요.

00:00:49.102 --> 00:00:50.914

그래서 이번 강에서는
그렇게 재미있는

00:00:51.014 --> 00:00:53.224

여러 가지 방정식들을
풀어보게 될 거고요.

00:00:53.324 --> 00:00:56.238

이렇게 우리가 여러 가지
방정식을 풀 수 있게 된다면

00:00:56.338 --> 00:01:00.689

주변에 많은 현상들을 방정식을
이용해서 해결할 수 있게 되니까

00:01:00.789 --> 00:01:03.103
수학이 또 우리 일상생활의
문제를 해결하는 데

00:01:03.203 --> 00:01:04.555
많은 도움이 될 수 있겠죠.

00:01:04.655 --> 00:01:07.693
그러면 삼차, 사차방정식부터
시작을 해보겠습니다.

00:01:07.793 --> 00:01:12.289
먼저 이차방정식의 해를 어떻게
구했었는지 생각을 해볼게요.

00:01:12.389 --> 00:01:18.090
인수분해를 했거나 아니면
완전제곱식으로 변형을 해서

00:01:18.190 --> 00:01:22.187
근을 구하는 과정을 일반화해서
근의 공식이라는 걸 도출했습니다.

00:01:22.287 --> 00:01:25.299
우리 강의 중에서도 근의
공식을 유도하는 것

00:01:25.399 --> 00:01:27.305
같이 한번 봤었던 기억 나시나요?

00:01:27.405 --> 00:01:31.591
그러면 삼차방정식, 사차방정식은
어떻게 구할 수 있을까라는 걸

00:01:31.691 --> 00:01:33.101
좀 생각을 해볼 텐데.

00:01:33.201 --> 00:01:37.302
우리가 이차방정식에서 인수분해를
했었던 이유가 무엇인가요?

00:01:37.402 --> 00:01:42.593
일차방정식은 이항을 한다든지 양변을
일정한 수로 나눈다든지 해서

00:01:42.693 --> 00:01:46.818
한쪽에는 x만, 한쪽에는 숫자만
남기는 형태로 식을 정리하다 보면

00:01:46.918 --> 00:01:48.496
해를 찾을 수가 있었어요.

00:01:48.596 --> 00:01:51.548
그런데 이차방정식은
그게 어렵다 보니까

00:01:51.648 --> 00:01:54.419
이차방정식으로 표현이

되어 있는 식을

00:01:54.519 --> 00:01:57.857
어떤 일차식 $\times$ 일차식=0이 된다는

00:01:57.957 --> 00:02:02.241
표현으로 나타내게 된다면 둘을
곱해서 0이 되는 경우는

00:02:02.341 --> 00:02:05.689
결국은 둘 중에 하나가
0이 되는 거잖아요.

00:02:05.789 --> 00:02:08.073
이것이 0이 되거나
이것이 0이 되거나

00:02:08.173 --> 00:02:11.477
둘 다 0이 되는 경우가
있을 수도 있겠죠.

00:02:11.577 --> 00:02:15.312
그래서 각각 이것이 0이
되거나 애가 0이 된다.

00:02:15.412 --> 00:02:19.173
만약에 여기 A라는 식이 있었고,
B라는 식이 있었다고 한다면

00:02:19.273 --> 00:02:24.516
A=0이 되거나 또는 B=0이 된다는
사실을 이용해서 풀었습니다.

00:02:24.616 --> 00:02:26.457
인수분해가 깔끔하게 된다면요.

00:02:26.557 --> 00:02:29.354
그런데 인수분해가 되지 않는
경우도 있었던 거예요.

00:02:29.454 --> 00:02:33.114
그래서 그런 경우에 이차방정식
같은 경우는 식을 완전제곱식으로

00:02:33.214 --> 00:02:36.042
좀 변형을 해서 좌변을 완전제곱식,

00:02:36.142 --> 00:02:38.879
그다음에 우변은 이제
숫자 하나 남아 있는

00:02:38.979 --> 00:02:41.220
그런 식으로 변형을
해줄 수가 있으니까

00:02:41.320 --> 00:02:43.960
그걸 일반화시켜서 근의
공식을 끌어냈던 거죠.

00:02:44.060 --> 00:02:46.612
그렇다면 삼차방정식,

사차방정식의 해도

00:02:46.712 --> 00:02:49.917

기본적으로 인수분해를 사용할 수 있지 않겠어요?

00:02:50.017 --> 00:02:53.634

우리가 인수분해를 배우는 단원에서 삼차식, 사차식을

00:02:53.734 --> 00:02:55.866

인수분해하는 것을 살펴보았습니다.

00:02:55.966 --> 00:03:00.098

그렇기 때문에 삼차식, 사차식을 일차식과 이차식의 곱.

00:03:00.198 --> 00:03:04.738

또는 일차식, 일차식, 일차식의 곱 이런 식으로 인수분해를 해준다면

00:03:04.838 --> 00:03:09.746

각각의 식이 0이 되는 경우를 이용해서 해를 구할 수 있을 거예요.

00:03:09.846 --> 00:03:13.182

아니면 모든 식이 인수분해가 되는 것은 아니니까

00:03:13.282 --> 00:03:17.423

좌변을 한번 완전제곱식이나 네 제곱식으로 바꿀 수는 없을까,

00:03:17.523 --> 00:03:18.862

우변에 숫자만 남겨 놓고.

00:03:18.962 --> 00:03:21.570

그런 시도도 물론 수학자들이 했어요.

00:03:21.670 --> 00:03:24.141

그런데 그 과정이 굉장히 좀 복잡한 편입니다.

00:03:24.241 --> 00:03:26.779

그래서 우리 고등학교 과정에서는 다행히도

00:03:26.879 --> 00:03:29.225

그것은 다루지 않고 너무 어려워서,

00:03:29.325 --> 00:03:32.414

어렵다기보다는 좀 복잡하고 계산도 많고

00:03:32.514 --> 00:03:34.899

그리고 그렇게까지 할 필요는,

00:03:34.999 --> 00:03:38.227

굳이 그렇게 대수적으로 해를 찾을 필요는 또 없기도 하고요.

00:03:38.327 --> 00:03:40.988

요즘 워낙 공학도구
같은 것이 발달돼서

00:03:41.088 --> 00:03:44.436

컴퓨터 그래프를 통해서도 사실
해를 쉽게 찾을 수가 있거든요.

00:03:44.536 --> 00:03:49.874

그렇기 때문에 지금 우리 단계에서는
간단하게 인수분해를 이용해서

00:03:49.974 --> 00:03:53.226

$f(x)=0$ 을 푸는 방법을
보도록 하겠습니다.

00:03:53.326 --> 00:03:56.060

그러면 인수분해를 어떻게
했었느냐라는 것은 앞에서

00:03:56.160 --> 00:03:57.274

우리가 다 배웠어요.

00:03:57.374 --> 00:04:00.061

인수분해는 배우던 그
단원에서 다 배웠기 때문에

00:04:00.161 --> 00:04:03.528

여러분, 앞에서 배웠던 거
그대로 적용만 해주시면 돼요.

00:04:03.628 --> 00:04:04.843

그럼 얼마나 쉬워요.

00:04:04.943 --> 00:04:06.959

그냥 인수분해만 한 다음에
그것이 0이 된다.

00:04:07.059 --> 00:04:09.914

그럼 각각이 0이 되는 경우만
잘 구하면 되는 거죠.

00:04:10.014 --> 00:04:14.118

앞에서 했던 거 그대로 공짜로 사용할
수 있다고 생각할 수 있을 거예요.

00:04:14.218 --> 00:04:17.990

여기의 전제조건은 앞에 인수분해가
잘 되어 있었어야겠죠.

00:04:18.090 --> 00:04:21.028

그래서 인수분해 단위 제가
두 강에 걸쳐서 했었는데

00:04:21.128 --> 00:04:25.047

거기에서 이런 어떤 x 에 대한
다항식을 인수분해 했었던

00:04:25.147 --> 00:04:27.287

그 방법 잘 살펴보시고요.

00:04:27.387 --> 00:04:30.988

간단하게 세 가지 정도로 크게
인수분해를 할 수가 있었어요.

00:04:31.088 --> 00:04:36.172

첫 번째, 가장 많이 쓰이는 것은
인수정리와 조립제법을 활용한다.

00:04:36.272 --> 00:04:37.484

뭐였죠?

00:04:37.584 --> 00:04:38.748

인수정리가 뭐예요?

00:04:38.848 --> 00:04:44.749

어떤 수 a 를 $f(x)$ 에
대입해서 $f(a)=0$ 이면

00:04:44.849 --> 00:04:48.969

이것이 결국 이 a 라는 게
방정식의 해가 되는 거잖아요.

00:04:49.069 --> 00:04:53.503

그러면 $f(x)$ 는
 $x-a$ 를 인수로 갖는다.

00:04:53.603 --> 00:04:56.659

그래서 여기에다 또 어떤
다항식의 곱으로 식을

00:04:56.759 --> 00:04:59.087

인수분해 해줄 수 있다는 거였고

00:04:59.187 --> 00:05:01.294

이렇게 인수분해 하는 과정에서

00:05:01.394 --> 00:05:05.469

사용을 했었던 것이
조립제법이었고요.

00:05:05.569 --> 00:05:10.788

$x-a$ 로 나눈 몫을 찾으면 되니까
일차식으로 나오는 몫을 찾을 때

00:05:10.888 --> 00:05:13.368

쉽게 우리가 조립제법을
사용할 수 있었고요.

00:05:13.468 --> 00:05:16.974

그다음에 이거면 이거다라는
이 내용 자체가

00:05:17.074 --> 00:05:21.813

이제 나머지 정리에서 특수한
케이스로 나오게 되는 인수정리.

00:05:21.913 --> 00:05:27.475

나머지가 0인 경우 $x-a$ 를 인수로
갖게 된다고 하는 그 내용이고요.

00:05:27.575 --> 00:05:30.115

이 a 를 찾는 방법은
어떻게 됐었죠?

00:05:30.215 --> 00:05:34.546

결국 인수분해를 한 식이
항등식이라는 것을 사용해 준다면

00:05:34.646 --> 00:05:39.647

각 인수분해 해서 나온
인수들에 어떤 수를 대입해야

00:05:39.747 --> 00:05:43.045

0이 나오게 되는가라고 하는
것은 인수분해 한 식을

00:05:43.145 --> 00:05:47.804

전개한 것과 원래 식을 비교해봤을
때 결국은 a 에 해당되는 것은

00:05:47.904 --> 00:05:59.653

최고차항의 약수 중에서 이거분의
최고차항의 계수의 약수인 거죠.

00:06:01.377 --> 00:06:07.383

그리고 상수항이 있었는데
그 상수항의 약수.

00:06:09.391 --> 00:06:14.203

거기에다 $\pm$ 를 붙인
것이 후보가 되었어요.

00:06:14.303 --> 00:06:17.749

애네가 만드시 대입했을 때
0이 된다는 것이 아니라

00:06:17.849 --> 00:06:21.942

대입해서 0이 되는 유리수가
존재한다면 그것은 결국에

00:06:22.042 --> 00:06:27.057

$\pm$ 최고차항의 계수의
약수분의 상수항의

00:06:27.157 --> 00:06:29.668

약수가 된다는 것을
알 수가 있었습니다.

00:06:29.768 --> 00:06:31.625

그렇게 해서 인수분해 해주는 것이

00:06:31.725 --> 00:06:34.779

인수정리 조립제법을
이용한 인수분해였고요.

00:06:34.879 --> 00:06:39.808

아니면 이렇게 x^2 에 대한 식으로
나타내지는 식이 있었어요.

00:06:39.908 --> 00:06:45.090

x^2 을 제공한 식과 x^2 과

상수항으로 이루어진 식.

00:06:45.190 --> 00:06:48.862
복이차식이라고도 불렀었는데
이거 같은 경우는 x^2 을

00:06:48.962 --> 00:06:52.315
X로 치환했을 때 인수분해가
쉽게 되는 경우도 있었고,

00:06:52.415 --> 00:06:56.193
그렇지 않다, 만약에 쉽게
인수분해가 되지 않았다고 한다면

00:06:56.293 --> 00:06:58.130
가운데 항을 조절해서

00:06:58.230 --> 00:07:01.984
완전제곱-완전제곱식으로
변형했었던 거 기억나시죠?

00:07:02.084 --> 00:07:03.427
그렇게 할 수도 있고요.

00:07:03.527 --> 00:07:06.945
아니면 뭔가 공통 부분이 짝짝
드러나는 식이라고 한다면

00:07:07.045 --> 00:07:10.799
공통 부분을 치환을 해서 쉽게
인수분해를 해줄 수도 있었습니다.

00:07:10.899 --> 00:07:16.573
그래서 어떤 방법을 사용하든지
 $f(x)$ 를 인수분해 해주자는 거예요.

00:07:16.673 --> 00:07:21.272
인수분해를 하고 난다면 각 인수가
0이 되도록 하는 것들이

00:07:21.372 --> 00:07:22.902
모두 해가 될 수 있는 것이죠.

00:07:23.002 --> 00:07:25.795
그래서 그렇게 해서 해를
찾아가는 방법이 기본적으로

00:07:25.895 --> 00:07:29.431
이 삼차방정식, 사차방정식을
풀이하는 방법입니다.

00:07:29.531 --> 00:07:31.518
예를 들어서 그러면
문제 풀어볼까요?

00:07:31.618 --> 00:07:33.782
첫 번째 식, 여기다
좀 크게 써볼게요.

00:07:33.882 --> 00:07:37.929
 $x^3 - 7x + 6 = 0$ 입니다.

00:07:38.029 --> 00:07:39.864
x에 대한 삼차식이예요.

00:07:39.964 --> 00:07:42.773
그렇기 때문에 일단 첫 번째로
시도할 수 있는 것.

00:07:42.873 --> 00:07:46.626
간단하게 이렇게 x에 대한
식으로 나와 있다고 한다면

00:07:46.726 --> 00:07:51.777
첫 번째 시도하는 것은 일단
인수정리를 적용할 수 있는지.

00:07:51.877 --> 00:07:54.554
최고차항의 계수의
약수는 1밖에 없죠.

00:07:54.654 --> 00:07:57.677
6의 약수 중에서 그러면
가장 만만한 것은 1이겠죠.

00:07:57.777 --> 00:07:59.267
1을 대입해 볼까요?

00:07:59.367 --> 00:08:02.983
그러면 $1-7+6$ 을
하니까 0이 나오네요.

00:08:03.083 --> 00:08:05.864
그러면 이거는 조립제법을
쓰기 위해서

00:08:05.964 --> 00:08:10.125
여기에 각 차수의
계수를 적어 본다면

00:08:10.225 --> 00:08:13.903
이차항의 계수 0인 거
조심해서 써주시고요.

00:08:14.003 --> 00:08:16.182
1을 대입해서 0이 되었습니다.

00:08:16.282 --> 00:08:20.584
그래서 1 여기 써주고, 1 그대로
내려오고, 1, 1 곱한 거.

00:08:20.684 --> 00:08:22.418
그다음에 둘 더해서 1 나왔었죠.

00:08:22.518 --> 00:08:25.758
그다음에 1 곱한 거 -6
나오고 여기 6이고.

00:08:25.858 --> 00:08:29.328
그다음에 여기 -6이죠,
둘을 곱하니까.

00:08:29.428 --> 00:08:31.618

그래서 더해주면 0
이렇게 나왔어요.

00:08:31.718 --> 00:08:41.340

그러면 x^3-7x+6 이
 $(x-1)(x^2+x-6)$ 이 되는 거죠.

00:08:41.440 --> 00:08:48.882

그래놓고 나니까 이 이차식은 쉽게 우리
곱해서 -6, 더해서 1이 되는 것.

00:08:48.982 --> 00:08:53.397

찾아주면 $x+3$ 과 $x-2$ 로
인수분해가 되죠.

00:08:53.497 --> 00:08:55.479

이것이 0이 된다는 거예요.

00:08:55.579 --> 00:08:59.648

그러면 이렇게 세 개의 일차식을
곱해서 0이 나왔습니다.

00:08:59.748 --> 00:09:04.916

그러면 각각이 0이 되는 그
가능성을 고려해서 x 가 1이 되거나

00:09:05.016 --> 00:09:09.773

또는 x 가 -3이 되거나
또는 x 가 2가 되거나

00:09:09.873 --> 00:09:13.106

이렇게 세 개의 해를
찾을 수가 있겠죠.

00:09:13.206 --> 00:09:14.733

삼차방정식이에요.

00:09:14.833 --> 00:09:18.961

그러면 결국 궁극적으로 전부 다
인수분해 되었다고 생각했을 때

00:09:19.061 --> 00:09:21.687

일차식으로 인수분해가 될 거예요.

00:09:21.787 --> 00:09:25.521

우리가 보통 인수분해는
정수계수 범위에서 하지만

00:09:25.621 --> 00:09:32.821

역지로 이차방정식에서 근의
공식까지 동원을 해서

00:09:32.921 --> 00:09:35.247

계수가 허수가 나오도록
허용을 해가면서

00:09:35.347 --> 00:09:37.628

만약에 인수분해를 했다고 한다면

00:09:37.728 --> 00:09:40.450

반드시 세 개의 식으로
인수분해가 되겠죠.

00:09:40.550 --> 00:09:44.586
그래서 삼차방정식의 해의
개수는 3개가 나오게 돼요.

00:09:44.686 --> 00:09:47.616
그런데 그 해의 종류는
이차방정식에서처럼

00:09:47.716 --> 00:09:51.655
서로 다른 세 실근일 수도 있고,
중근이 섞여 나올 수도 있고

00:09:51.755 --> 00:09:54.659
그다음에 실근 하나랑 허근
2개가 나올 수도 있고.

00:09:54.759 --> 00:09:58.114
다양한 해의 종류가 나오게
되는데 허근이 나올 때는

00:09:58.214 --> 00:10:02.626
특별히 또 어떤 성질을 가지게 되는지
잠시 후에 살펴보도록 할게요.

00:10:02.726 --> 00:10:08.456
이제 두 번째 경우에는
 $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ 입니다.

00:10:08.556 --> 00:10:13.292
이것도 대입해서 0 되는 걸 찾아서
인수정리를 활용할 수도 있는데

00:10:13.392 --> 00:10:15.787
그런데 식의 특징을 보니까

00:10:15.887 --> 00:10:21.017
여기에 제곱에 대한 식으로만
표현이 되어 있어요.

00:10:21.117 --> 00:10:27.367
그렇다면 x^2 을 X 이렇게
치환해 놓고 생각을 했을 때

00:10:27.467 --> 00:10:33.953
바꿔서 써본다면 이런 식으로 간단한
이차방정식이 나오게 되죠.

00:10:34.053 --> 00:10:35.784
그러면 곱해서 -4가 되고,

00:10:35.884 --> 00:10:40.165
더해서 -3이 되는 수를
찾는다면 이렇게 나오게 되고요.

00:10:40.265 --> 00:10:44.158
원래대로 다시 x^2 을
돌려놓고 쓰게 되면

00:10:44.258 --> 00:10:48.258

이렇게 두 이차식으로 인수분해
된 식을 얻을 수가 있어요.

00:10:48.358 --> 00:10:53.271

그런데 x^2-4 는 또 $x-2$ 와
 $x+2$ 로 인수분해가 되죠.

00:10:53.371 --> 00:10:55.537

그래서 x^2+1 인데요.

00:10:55.637 --> 00:10:58.555

그러면 애를 곱해서 0이 되었다.

00:10:58.655 --> 00:11:03.324

x 가 2가 되거나
또는 -2가 되거나.

00:11:03.424 --> 00:11:06.249

x^2 이 -1이 될 수 있나요?

00:11:06.349 --> 00:11:07.125

가능하죠.

00:11:07.225 --> 00:11:15.543

그것은 이제 x 가 허수단위인 i 또는
허수단위에 마이너스 붙인 $-i$.

00:11:15.643 --> 00:11:17.146

이렇게 된다고 했었습니다.

00:11:17.246 --> 00:11:20.346

그래서 이렇게 4개의 해를
찾을 수가 있는 거예요.

00:11:20.446 --> 00:11:24.202

인수분해를 했더니 일차,
일차, 이차식이 나왔고요.

00:11:24.302 --> 00:11:26.979

이거는 이차식이니까 해를
2개 가지게 되는 거죠.

00:11:27.079 --> 00:11:29.511

허수 범위까지 만약에
인수분해 했다면

00:11:29.611 --> 00:11:33.370

$(x+i)(x-i)$ 라고도
인수분해를 해줄 수가 있어요.

00:11:33.470 --> 00:11:36.839

그래서 결국 궁극적으로는
4개의 일차식의 곱으로

00:11:36.939 --> 00:11:39.187

이루어지기 때문에 사차방정식,

00:11:39.287 --> 00:11:42.875

해가 4개가 나오게 된다는
것을 알 수가 있고요.

00:11:42.975 --> 00:11:46.413

그다음에 이제 세 번째 거를
여기로 다시 와서 보겠습니다.

00:11:46.513 --> 00:11:48.560

세 번째 방정식을 보니까

00:11:48.660 --> 00:11:52.651

이제 여러분, 이거 초등학생도
공통인 부분 찾을 수가 있겠죠.

00:11:52.751 --> 00:11:57.164

보자마자 특징적으로
여기 x^2+3x 가

00:11:57.264 --> 00:12:01.580

똑같은 게 적혀 있네라는 생각을
할 수가 있을 거예요.

00:12:01.680 --> 00:12:06.810

그러면 이거를 X 이렇게 또
치환을 한번 해볼까요?

00:12:06.910 --> 00:12:09.389

공통인 부분은 치환을 해놓고 나면

00:12:09.489 --> 00:12:12.218

식이 좀 더 간단하게
나올 수가 있으니까.

00:12:12.318 --> 00:12:15.288

그래서 이걸 다 전개해서 풀기보다는

00:12:15.388 --> 00:12:17.560

치환을 시켜놓고 한번 보자는 거죠.

00:12:17.660 --> 00:12:24.181

그러면 이렇게 또 간단한 X 에
대한 이차방정식이 나오게 되고요.

00:12:24.281 --> 00:12:31.229

곱해서 -8, 더해서 -2가 되는
수는 -4하고 2를 찾을 수가 있죠.

00:12:31.329 --> 00:12:37.705

그러면 X 의 값이 4가 되거나
또는 -2가 나오게 됩니다.

00:12:37.805 --> 00:12:42.825

그런데 여기에서 그러면 이 방정식의
해가 4 또는 -2인가요?

00:12:42.925 --> 00:12:44.222

당연히 아니겠죠.

00:12:44.322 --> 00:12:48.460

지금 x^2+3x 가 X 였어요.

00:12:48.560 --> 00:12:53.567

이것이 4가 되거나 또는

이게 2가 된다는 거예요.

00:12:53.667 --> 00:12:55.424
-2가 된다는 거예요.

00:12:55.524 --> 00:12:58.629
그러면 각각의 이 x 에 대한,

00:12:58.729 --> 00:13:03.142
원래 구하려고 했었던 그 x 에 대한
방정식을 다시 풀어줘야 합니다.

00:13:03.242 --> 00:13:11.490
그러면 이 방정식을 풀거나 또는
이거를 풀거나 하면 되는 거죠.

00:13:11.590 --> 00:13:14.882
그러면 이 이차방정식
인수분해가 되나요?

00:13:14.982 --> 00:13:20.591
곱해서 -4, 더해서 3 되는 거
이렇게 인수분해가 쉽게 되니까

00:13:20.691 --> 00:13:23.987
 x 가 -4가 나오게
되거나 1이 되거나.

00:13:24.087 --> 00:13:28.799
그다음에 여기에서는 $x+1$ 과
 $x+2$ 로 인수분해가 되죠.

00:13:28.899 --> 00:13:33.436
그래서 x 가 -1이거나
또는 -2가 되거나.

00:13:33.536 --> 00:13:37.946
이렇게 해서 또 4개의 해를
찾을 수가 있는 것입니다.

00:13:38.046 --> 00:13:43.297
여기에서 만약에 x 대신에
 x^2+3x 를 돌려봤었다고 한다면

00:13:43.397 --> 00:13:46.877
두 이차식을 각각 인수분해
해서 이 사차방정식이

00:13:46.977 --> 00:13:50.665
총 일차식 4개로 인수분해 되는
거 확인할 수 있었을 거예요.

00:13:50.765 --> 00:13:54.981
간단하게 이렇게 방정식의 해를 구하는
문제를 해결해줄 수가 있습니다.

00:13:55.081 --> 00:13:55.880
어떤가요?

00:13:55.980 --> 00:13:57.779
인수분해를 열심히 공부했었죠.

00:13:57.879 --> 00:13:59.968
그랬더니 그 인수분해에서 했던 거

00:14:00.068 --> 00:14:04.527
그대로 적용을 해서 인수분해
해주고 우변이 0이 된 거예요.

00:14:04.627 --> 00:14:07.446
그렇다고 한다면 그
인수분해 해서 나오게 되는

00:14:07.546 --> 00:14:11.918
각각의 인수의 식이 0이 되면 되겠구나라는
사실을 이용해서 보면 되고요.

00:14:12.018 --> 00:14:16.367
그러면 우리 이차방정식에서 근과
계수의 관계 봤었던 것처럼

00:14:16.467 --> 00:14:19.283
사차까지는 복잡해서
잘 다루지 않아요.

00:14:19.383 --> 00:14:21.794
삼차방정식까지는 많이 다릅니다.

00:14:21.894 --> 00:14:25.926
삼차방정식의 근과 계수의 관계를
한번 살펴보도록 할게요.

00:14:26.026 --> 00:14:29.702
이차방정식에서 제가 근과 계수의
관계를 설명했던 방식이

00:14:29.802 --> 00:14:35.557
근의 공식으로 두 근을 더하고 곱한
것이 더한 것은 -a분의 b,

00:14:35.657 --> 00:14:38.870
그다음에 곱한 것은 a분의
c가 된다고 보여드렸었어요.

00:14:38.970 --> 00:14:44.102
그런데 이제 여러분이 인수분해가 허수
범위까지도 가능할 수 있겠구나.

00:14:44.202 --> 00:14:46.771
억지로 그런 근의
공식을 쓴다면이라는

00:14:46.871 --> 00:14:49.527
그런 생각을 가지고 계시기 때문에

00:14:49.627 --> 00:14:52.886
삼차방정식은 이제
인수분해를 이용한 식과,

00:14:52.986 --> 00:14:58.247
인수분해를 한 식과 원래 식이
항등식으로 똑같다는 사실을 이용해서

00:14:58.347 --> 00:15:01.386

근과 계수의 관계를
한번 유도해 볼게요.

00:15:01.486 --> 00:15:07.007

삼차방정식 이렇게 생긴 것의 세 근을
 α , β , γ 라고 해보겠습니다.

00:15:07.107 --> 00:15:10.465

α , β , γ 는 모두
실수가 될 수도 있고요.

00:15:10.565 --> 00:15:12.980

이중에서 2개는 허수가
될 수도 있고요.

00:15:13.080 --> 00:15:15.875

근을 어쨌든 이렇게 3개를 봤을 때

00:15:15.975 --> 00:15:20.276

애네가 근이라고 한다면
근의 의미는 뭐예요?

00:15:20.376 --> 00:15:23.266

식을 대입해서 성립하게
한다는 거잖아요.

00:15:23.366 --> 00:15:33.332

만약에 $f(x)$ 를 ax^3+bx^2+cx+d
이렇게 했을 때 근이라고 한다면

00:15:33.432 --> 00:15:40.452

α , β , γ 가 $f(\alpha)=0$ 이고, $f(\beta)=0$ 이고,
 $f(\gamma)=0$ 이 나오게 된다는 거예요.

00:15:40.552 --> 00:15:43.858

그러면 이 인수정리가
말을 해주는 것이

00:15:43.958 --> 00:15:47.200

$f(\alpha)=0$ 이면 누구를
인수로 갖는다?

00:15:47.300 --> 00:15:49.333

$x-\alpha$ 를 인수로.

00:15:49.433 --> 00:15:54.976

그다음에 $f(\beta)=0$ 이라고 한다면
 $x-\beta$ 를 인수로 가지고요.

00:15:55.076 --> 00:16:02.608

또 이게 0이니까 $x-\gamma$ 를 인수로
모두 갖는다는 것을 알 수가 있어요.

00:16:02.708 --> 00:16:07.263

그러면 애네를 모두 다
인수로 갖는다고 한다면

00:16:07.363 --> 00:16:10.322

3개를 곱한 것을 다

인수로 가지게 되잖아요.

00:16:10.422 --> 00:16:15.136

그렇기 때문에
 ax^3+bx^2+cx+d 는

00:16:15.236 --> 00:16:20.609

이 3개를 곱한 것을 인수로 가지게
되고 최고차항의 계수가 a 예요.

00:16:20.709 --> 00:16:24.746

그러면 그냥 $x-\alpha$, $x-\beta$,
 $x-\gamma$ 를 곱했을 때는

00:16:24.846 --> 00:16:26.897

최고차항의 계수가 1이 나오니까

00:16:26.997 --> 00:16:30.436

a 를 곱해서 2개가
똑같도록 맞춰줘야겠죠.

00:16:30.536 --> 00:16:34.533

그냥 이걸 인수로 갖는다고 할
때는 잘 보셔야 되는 것이

00:16:34.633 --> 00:16:38.466

애네가 이렇게 3개를 인수로
갖는다고 했기 때문에

00:16:38.566 --> 00:16:43.255

이게 이 3개를 곱한 것에다 또
어떤 식이 곱해지는 것인데

00:16:43.355 --> 00:16:48.253

삼차식이었으니까 더 이상 어떤
다항식은 곱해질 수가 없어요.

00:16:48.353 --> 00:16:51.509

애가 이걸 인수로 갖고,
인수로 갖고, 인수로 갖고,

00:16:51.609 --> 00:16:54.658

셋을 곱해 보면 이미
삼차식이기 때문에

00:16:54.758 --> 00:16:58.792

더 이상 어떤 x 가 들어간
식을 인수로 가질 수는 없고.

00:16:58.892 --> 00:17:03.184

대신에 상수는 여기가 사실
인수로 갖는다고만 했으니까

00:17:03.284 --> 00:17:05.183

앞에 상수가 100일 수도
있고, 1000일 수도 있고,

00:17:05.283 --> 00:17:06.970

10000일 수도 있고,
그렇게 되는데.

00:17:07.070 --> 00:17:11.807

그러니까 $x-a$, $x-\beta$, $x-\gamma$ 를
인수로 갖는 식이라고 한다면

00:17:11.907 --> 00:17:14.179

그 앞에 상수가 무엇이든
될 수 있지만,

00:17:14.279 --> 00:17:18.096

특히 이 이 식 같은 경우는
 x^3 앞에 계수가 a 였기 때문에

00:17:18.196 --> 00:17:21.748

똑같이 a 로 맞춰서 이런
방식으로 써주는 것이에요.

00:17:21.848 --> 00:17:26.361

우리 이차방정식에서도 a ,
 β 를 근으로 갖는다고 한다면

00:17:26.461 --> 00:17:30.749

이런 식으로 썼던 것처럼
지금 인수 하나가 늘어나니까

00:17:30.849 --> 00:17:33.992

삼차방정식이니까 차수가
하나 늘어났기 때문에

00:17:34.092 --> 00:17:36.188

이런 식으로 적어줬습니다.

00:17:36.288 --> 00:17:39.820

그러면 애랑 애랑 같아요.

00:17:39.920 --> 00:17:46.250

그런데 이거를 전개해 보면, 그러면
2개가 또 같을 수밖에 없겠죠.

00:17:46.350 --> 00:17:48.797

그러니까 이거랑 이거랑
같다는 것이 항등식이구요.

00:17:48.897 --> 00:17:52.859

이거를 전개한 식과 원래 이
식도 항등식이 됩니다.

00:17:52.959 --> 00:17:57.013

그렇기 때문에 이거를 한번
전개해 보도록 하겠습니다.

00:17:57.113 --> 00:18:02.287

a 를 앞에 놔두고 그다음에 각
식에서 x 만 꺼내서 곱했다.

00:18:02.387 --> 00:18:04.199

그러면 x^3 나왔었죠.

00:18:04.299 --> 00:18:08.588

우리 곱셈공식에서 봤었던
식 중에서 하나예요.

00:18:08.688 --> 00:18:11.756

그다음에 x 를 2개 뽑았다.

00:18:11.856 --> 00:18:16.375

그러면 x 를 2개 뽑고 나머지 하나의 식에서는 수를 뽑게 되잖아요.

00:18:16.475 --> 00:18:21.679

그 수는 $-a$, $-\beta$,
 $-\gamma$ 가 될 수 있죠.

00:18:21.779 --> 00:18:25.651

여기에서 $-a$ 를 뽑고, 여기에서
 x 2개를 뽑아 쓸 수 있고

00:18:29.703 --> 00:18:32.960

그다음에 여기에서 $-\gamma$ 를
뽑고, 여기에서 x 2개를

00:18:33.060 --> 00:18:34.217

이렇게 뽑아 쓸 수 있고.

00:18:34.317 --> 00:18:40.796

그렇기 때문에
 $-(a+\beta+\gamma)x^2$ 나왔었어요.

00:18:40.896 --> 00:18:44.706

그다음에 x 를 하나 뽑았다고 한다면

00:18:44.806 --> 00:18:46.960

만약에 여기에서 x 하나를 뽑았다

00:18:47.060 --> 00:18:49.987

그러면 수는 어디에서 뽑게 되죠?

00:18:50.087 --> 00:18:52.901

여기에서는 이 수 2개를
이런 식으로 뽑았다.

00:18:53.001 --> 00:18:55.936

둘을 곱하게 되면
 β , γ 가 나오죠.

00:18:56.036 --> 00:19:01.794

$-\beta$ 와 $-\beta$ 를 곱해주니까
 $+\beta\gamma$ 가 되는 거예요.

00:19:01.894 --> 00:19:05.214

마찬가지로 만약에 여기에서
 x 를 뽑았다 그러면

00:19:05.314 --> 00:19:07.875

이거하고 이거하고 곱하게 되겠죠.

00:19:07.975 --> 00:19:13.252

그러면 $-a$ 랑 $-\gamma$ 를 곱하면
더하기가 되면서 $a\gamma$.

00:19:13.352 --> 00:19:18.938

여기에서 x 를 뽑았으면 2개를 뽑아서
곱하게 되니까 $a\beta$ 가 됩니다.

00:19:19.038 --> 00:19:25.461

그래서 더하기로 묶이고
 $(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x$ 였어요.

00:19:25.561 --> 00:19:31.276

그러면 x 만 3개 뽑은 거, x
2개 뽑은 거, x 하나 뽑은 거,

00:19:31.376 --> 00:19:33.917

그러면 이제 남은 것은
 x 하나도 뽑지 않고

00:19:34.017 --> 00:19:37.148

모두 수가 들어가 있는 부분만
뽑은 거를 생각해 보면

00:19:37.248 --> 00:19:42.883

$-\alpha$, $-\beta$, $-\gamma$ 각각 이렇게
하나씩을 뽑아서 곱하면 되죠.

00:19:42.983 --> 00:19:46.438

그러면 마이너스 붙은
것을 3개 뽑았어요.

00:19:46.538 --> 00:19:51.847

그렇기 때문에 곱한 결과는
마이너스를 달고 나오게 되겠죠.

00:19:51.947 --> 00:19:54.701

그래서 이렇게 전개가 됩니다.

00:19:54.801 --> 00:19:58.393

이제 양변을 비교해
보도록 할 거예요.

00:19:58.493 --> 00:20:00.925

양변을 비교한다는 것이 무엇이나.

00:20:01.025 --> 00:20:03.426

애를 한 번만 더 전개를 해볼게요.

00:20:03.526 --> 00:20:08.802

a 를 뿌려서 이제
분배해서 써보게 된다면

00:20:08.902 --> 00:20:13.075

이런 식으로 식이 나오게 되는데.

00:20:19.190 --> 00:20:20.725

항등식이라고 했습니다.

00:20:20.825 --> 00:20:24.396

항등식이라고 하면 같은 차수의
계수끼리 똑같아야 돼요.

00:20:24.496 --> 00:20:26.654

여기 원래 ax^3 이었어요.

00:20:26.754 --> 00:20:29.705

여기 ax^3 이니까 똑같은 거 맞죠.

00:20:29.805 --> 00:20:31.384
bx²이 고요.

00:20:31.484 --> 00:20:36.584
-a(α+β+γ)x²이 에요.

00:20:36.684 --> 00:20:37.412
어떤가요?

00:20:37.512 --> 00:20:41.328
여기 b하고 이거하고
똑같아야 되죠.

00:20:41.428 --> 00:20:45.375
2개가 같다라는 식을 써보게 된다면

00:20:45.475 --> 00:20:50.303
b가 -a(α+β+γ)랑
같다는 거예요.

00:20:50.403 --> 00:20:55.818
그러면 α+β+γ 이것만
해준 것은 어떻게 될까요?

00:20:55.918 --> 00:21:00.832
여기에서 양변을 -a로
나눠주면 되겠죠.

00:21:00.932 --> 00:21:03.974
그러면 -a분의 b가
나오게 됩니다.

00:21:04.074 --> 00:21:08.856
결과적으로 세 근을 더한 것이
-a분의 b가 된다는 거예요.

00:21:08.956 --> 00:21:14.811
ax³+bx+cx+d에서
세 근을 더했다.

00:21:14.911 --> 00:21:15.814
뭐가 된다고요?

00:21:15.914 --> 00:21:17.737
-a분의 b가 된다.

00:21:17.837 --> 00:21:20.660
이차방정식이랑 똑같네요.

00:21:20.760 --> 00:21:26.033
그 전개하는 원리를 생각해
보면 당연한 일입니다.

00:21:26.133 --> 00:21:30.672
아까 제가 이렇게 전개
원리를 이용해서 설명해드린 이유가

00:21:30.772 --> 00:21:34.051
여러분이 혹시 공식을 잊어버렸을
때 바로 바로 그 과정을

00:21:34.151 --> 00:21:38.257
연상해서 생각할 수 있도록 하기 위해서
그렇게 말씀을 드렸던 거예요.

00:21:38.357 --> 00:21:44.323
 α, β, γ 각각 하나씩을 뽑고
나머지에서는 x^2 을 뽑게 되는데

00:21:44.423 --> 00:21:49.917
애가 우리가 $x-\alpha, x-\beta,$
 $x-\gamma$ 이렇게 써놔기 때문에

00:21:50.017 --> 00:21:55.169
 x 를 2개 뽑고 수를 $-\alpha,$
 $-\beta, -\gamma$ 를 뽑는다면

00:21:55.269 --> 00:21:57.554
마이너스가 앞에 이렇게
나오게 되죠.

00:21:57.654 --> 00:22:01.477
그래서 전개한 식과
원래 식 비교했을 때

00:22:01.577 --> 00:22:03.635
저 $-a$ 분의 b 에 해당하는 것이

00:22:03.735 --> 00:22:06.834
바로 셋을 더한 것이라라는
걸 알 수가 있고요.

00:22:06.934 --> 00:22:09.353
그다음에 또 마저 비교를 해볼게요.

00:22:09.453 --> 00:22:12.298
여기에서 x 의 계수가 c 고요.

00:22:12.398 --> 00:22:18.374
여기에서 x 의 계수는 a 의 $\alpha\beta,$
 $\beta\gamma, \gamma\alpha$ 를 곱해준 거예요.

00:22:18.474 --> 00:22:21.077
이 계수와 이 계수가 같아야겠죠.

00:22:21.177 --> 00:22:24.798
둘이 같다라는 것을 또 사용해준다면

00:22:24.898 --> 00:22:31.391
 c 하고 $a(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$
곱한 것이 같습니다.

00:22:31.491 --> 00:22:36.415
이번에는 근이 3개니까 단순히
합과 곱만 나오는 것이 아니라

00:22:36.515 --> 00:22:38.293
2개씩 곱해서 더하는 것.

00:22:38.393 --> 00:22:41.031
이런 것들도 우리

곱셈공식 변형할 때

00:22:41.131 --> 00:22:45.741
또 많이 이렇게 2개씩 곱해서
더한 것을 활용하기도 했었잖아요.

00:22:45.841 --> 00:22:49.690
그래서 $a\beta + \beta\gamma + \gamma a$ 를 구한다면

00:22:49.790 --> 00:22:52.199
양변을 a 로 나눠주면 되겠죠.

00:22:52.299 --> 00:22:53.829
 a 분의 c 가 나와요.

00:22:53.929 --> 00:22:57.344
이차방정식에서는 a 분의
 c 가 뭐였죠?

00:22:57.444 --> 00:22:59.271
두 근의 곱이었어요.

00:22:59.371 --> 00:23:01.976
그런데 그때는 근이
2개밖에 없었으니까.

00:23:02.076 --> 00:23:03.552
그런데 지금은 근이 3개니까

00:23:03.652 --> 00:23:06.183
둘씩 곱하는 것이
하나만 나오지 않고

00:23:06.283 --> 00:23:08.344
이렇게 세 가지가
나오게 되는 거죠.

00:23:08.444 --> 00:23:11.347
그래서 곱해서 더해준
것이 a 분의 c 가 된다.

00:23:11.447 --> 00:23:15.584
그러면 세 근을 곱한
것은 어떻게 될 것이냐.

00:23:15.684 --> 00:23:21.711
여기 상수항 d 하고 그다음에
여기 상수항 $-a\alpha\beta\gamma$ 가

00:23:21.811 --> 00:23:23.442
서로 같아야 되겠죠.

00:23:23.542 --> 00:23:26.754
저기 왼쪽에 있었던
 d 하고 여기에 있는

00:23:26.854 --> 00:23:31.693
 $-a$ 에 $a\beta\gamma$ 곱한
것이 서로 같습니다.

00:23:31.793 --> 00:23:35.478

그렇다고 하면 $\alpha\beta\gamma$ 를
구하기 위해서는

00:23:35.578 --> 00:23:39.150
양변을 -a로 나눠주면 되겠죠.

00:23:39.250 --> 00:23:41.801
그래서 -a분의 d가 나오게 돼요.

00:23:41.901 --> 00:23:45.351
어떻게 기억을 하면 좀
쉽게 기억할 수 있을까요?

00:23:45.451 --> 00:23:52.072
특징을 보니까 -a분의 b,
a분의 c, -a분의 d네요.

00:23:52.172 --> 00:23:56.803
그리고 계수가 큰 쪽에서
하나씩 작은 쪽으로

00:23:56.903 --> 00:23:59.359
차수가 작은 쪽으로
 옮겨가고 있어요.

00:23:59.459 --> 00:24:06.365
x의 차수가 컸었던 곳 앞에 계수는 세
근을 합한 건데 마이너스를 붙인다.

00:24:06.465 --> 00:24:09.382
x가 하나 곱해져 있으면
이 앞에 계수는

00:24:09.482 --> 00:24:12.933
근을 2개씩 곱한 것의
합인데 여기는 플러스다.

00:24:13.033 --> 00:24:17.902
여기는 x가 하나도 없으니까 근을
3개 곱한 것인데 계수는 마이너스다.

00:24:18.002 --> 00:24:21.939
마, 플, 마 이런 식으로
가면서 세 근을 더한 거,

00:24:22.039 --> 00:24:26.585
2개씩 곱한 거, 3개 곱한
것이라고 이렇게 나오게 됩니다.

00:24:26.685 --> 00:24:31.593
제가 아까 복잡해서 안 하겠고 했었는데
참고로 결과만 말씀드리자면요.

00:24:31.693 --> 00:24:36.974
사차방정식에서는, 우리가
사차방정식을 일반적으로 써본다면

00:24:37.074 --> 00:24:38.931
이런 식으로 나오게 되겠죠.

00:24:39.031 --> 00:24:41.741

이때 만약에 네 근을 더했다.

00:24:41.841 --> 00:24:45.201
이거는 델타라고 읽어요.

00:24:45.301 --> 00:24:46.516
알파, 베타, 감마, 델타.

00:24:46.616 --> 00:24:47.928
만약에 이렇게 됐다.

00:24:48.028 --> 00:24:49.964
뭐가 나올 거 같으세요?

00:24:50.064 --> 00:24:51.943
-a분의 b가 나오고요.

00:24:52.043 --> 00:24:53.979
그다음에 2개씩 곱한 것은

00:24:54.079 --> 00:24:58.009
지금 이 경우에는 근이 굉장히
많으니까 더 많이 나오겠죠.

00:24:58.109 --> 00:25:02.828
아까 세 근이 있을 때는 2개씩
곱한 것이 3개 나왔었는데

00:25:02.928 --> 00:25:04.788
지금은 6개가 나오게 돼요.

00:25:04.888 --> 00:25:06.545
이거는 a분의 c가 되고요.

00:25:06.645 --> 00:25:11.737
그다음에 4개의 근을 곱하는
거니까, 4개의 근이니까

00:25:11.837 --> 00:25:16.635
그중에서 3개씩 골라서 더한
것도 고려를 해줘야겠죠.

00:25:16.735 --> 00:25:21.494
그래서 4개 중에서 3개를
골라서 더하는 것은

00:25:21.594 --> 00:25:23.856
하나씩 빼놓은 경우를
생각해보면 돼요.

00:25:23.956 --> 00:25:28.245
 δ 빼놓은 거, γ 빼놓은 거,
 β 빼놓은 거 있어야겠죠.

00:25:28.345 --> 00:25:31.003
그러면 이렇게 나오고
이거는 a 빼놓은 거.

00:25:31.103 --> 00:25:37.359
이렇게 3개씩 더한 것은
-a분의 d가 나오게 되고요.

00:25:37.459 --> 00:25:42.135

$\alpha\beta\gamma\delta$ 는 a 분의 2가 나와요.

00:25:42.235 --> 00:25:42.905

어떤가요?

00:25:43.005 --> 00:25:45.434

하나씩 근을 곱하는 것이 늘어날수록

00:25:45.534 --> 00:25:50.319

차수는 역시 줄어들게 되고
그다음에 최고차항의 계수와

00:25:50.419 --> 00:25:53.909

그 차수 하나씩 줄어드는 것의
계수의 비를 비교를 해주는데

00:25:54.009 --> 00:25:56.172

부호가 마, 플, 마, 플.

00:25:56.272 --> 00:25:57.696

왜 그럴 것 같으세요?

00:25:57.796 --> 00:25:59.674

이거는 하나씩 꺼내준 거니까.

00:25:59.774 --> 00:26:03.569

역시 여기도 인수분해 한 식을
상상했을 때 하나씩을 꺼냈으니까

00:26:03.669 --> 00:26:04.914

마이너스가 살아 있겠쥬.

00:26:05.014 --> 00:26:08.985

2개씩 꺼낸 거니까 마이너스
2개를 곱해서 플러스가 됐겠쥬.

00:26:09.085 --> 00:26:13.438

3개 꺼낸 거니까 마이너스가 3개
곱해지면서 마이너스가 됐겠쥬.

00:26:13.538 --> 00:26:15.125

4개 곱한 거니까 플러스가 되쥬.

00:26:15.225 --> 00:26:16.867

이런 식으로 나오게 되는 거예요.

00:26:16.967 --> 00:26:21.761

별게 아니고 이렇게 항등식 개념,
그리고 인수정리를 이용해서

00:26:21.861 --> 00:26:23.522

근과 계수의 관계
구할 수 있습니다.

00:26:23.622 --> 00:26:25.950

이거는 그냥 참고로 재미로
보여드린 거고요.

00:26:26.050 --> 00:26:28.482

이해 안 되셨으면 전혀
모르셔도 상관없고요.

00:26:28.582 --> 00:26:31.270
삼차방정식의 근과 계수의
관계는 안 나오니까

00:26:31.370 --> 00:26:35.286
삼차방정식까지는 그래도
원리 정확하게 이해하시고

00:26:35.386 --> 00:26:39.253
그다음에 결과를 잘
기억해주시면 좋겠습니다.

00:26:39.353 --> 00:26:43.971
그다음에 삼차방정식의 근의 종류에
대해서 제가 잠깐 언급했었는데

00:26:44.071 --> 00:26:45.697
근과 계수의 관계 했으면

00:26:45.797 --> 00:26:49.409
뭔가 판별식도 해야 되는 거
아닐까라는 생각도 들 거예요.

00:26:49.509 --> 00:26:52.773
그런데 판별식이라는 게
어디에서부터 유도가 됐었죠?

00:26:52.873 --> 00:26:57.005
그러니까 근이 이차방정식의 근의
종류와 서로 다른 두 식은

00:26:57.105 --> 00:27:00.568
또는 중근 또는 서로
다른 두 허근에서

00:27:00.668 --> 00:27:03.459
그렇게 근의 종류가 나뉘는 것은

00:27:03.559 --> 00:27:07.100
결국 근의 공식에 근호
안의 부호, 식의 부호.

00:27:07.200 --> 00:27:09.115
그래서 그 판별식의 부호였는데.

00:27:09.215 --> 00:27:13.265
우리가 삼차방정식 같은 경우는 그런
근의 공식은 다루지 않고 있어요.

00:27:13.365 --> 00:27:18.019
그렇기 때문에 판별식 이런 것들에
대한 것은 하지 않습니다.

00:27:18.119 --> 00:27:20.568
그러니까 삼차방정식을
한 번에 판별하는 것.

00:27:20.668 --> 00:27:22.174

뭔가 이렇게 실근이다 허근이다.

00:27:22.274 --> 00:27:25.286

이런 것을 한 번에 판별하는
것은 보지 않고요.

00:27:25.386 --> 00:27:27.480

문제가 좀 어려운 문제가 나온다면

00:27:27.580 --> 00:27:31.603

이제 인수분해를 한 번 해서

00:27:31.703 --> 00:27:34.311

일차식과 이차식의
곱으로 나타낸 다음에

00:27:34.411 --> 00:27:37.798

그 이차방정식에는 부분적으로
판별식을 적용할 수 있으니까

00:27:37.898 --> 00:27:39.986

그런 식으로 활용을
할 수가 있고요.

00:27:40.086 --> 00:27:43.532

아니면 여러분이 나중에
수학 2를 배우게 되면

00:27:43.632 --> 00:27:45.372

거기에서 미적분을 배우게 됩니다.

00:27:45.472 --> 00:27:49.041

미적분에서 삼차함수의
그래프를 그릴 수 있으면

00:27:49.141 --> 00:27:53.471

결국 그 근의 판별이라는 거,
근과 그래프의 x 절편하고

00:27:53.571 --> 00:27:55.343

굉장히 밀접한 관련이 있었잖아요.

00:27:55.443 --> 00:27:58.250

그래서 그 그래프를 이용해서도
찾을 수가 있는데.

00:27:58.350 --> 00:28:02.009

지금 그래서 여기에서
판별식은 하지 않지만

00:28:02.109 --> 00:28:04.572

뭔가 그래도 삼차방정식의
근이 존재한다면

00:28:04.672 --> 00:28:05.935

허근이 만약에 있다면

00:28:06.035 --> 00:28:10.798

그 모양이 어떤 식으로 나오게 될
것인가라는 것을 생각해 볼 거예요.

00:28:10.898 --> 00:28:15.507

먼저 결론적으로 말씀드리자면
삼차방정식, 이렇게 생긴

00:28:15.607 --> 00:28:19.697

삼차방정식이 있을 때 a , b ,
 c , d 가 실수라고 한다면

00:28:19.797 --> 00:28:22.668

우리 2015 개정 교육과정 문서상

00:28:22.768 --> 00:28:27.006

교수학습 방법 및 유의사항이라는
그런 항목이 있는데요.

00:28:27.106 --> 00:28:29.588

거기에 우리 방정식은 모두 계수가

00:28:29.688 --> 00:28:32.677

실수인 것만 다룬다고
나와 있습니다.

00:28:32.777 --> 00:28:36.050

함수는 무조건 또
계수가 실수인 것만.

00:28:36.150 --> 00:28:38.450

그래야 함수의 그래프를
그릴 수가 있어요.

00:28:38.550 --> 00:28:39.941

그래서 그렇게 다루게 되고요.

00:28:40.041 --> 00:28:42.168

함수의 계수가 복소수가 들어가서

00:28:42.268 --> 00:28:44.226

그래프를 그리는 건
대학교 과정이에요.

00:28:44.326 --> 00:28:49.080

그래서 이렇게 계수가 실수인
거, 방정식과 함수 모두 다.

00:28:49.180 --> 00:28:50.946

그렇게 실수인 것만
사실 다루기는 해요.

00:28:51.046 --> 00:28:52.534

그런데 이런 문제를 풀려면

00:28:52.634 --> 00:28:56.021

그래도 실수다라는 것을 강조해서
아마 문제에 써줄 거예요.

00:28:56.121 --> 00:29:00.677

그럴 때 복소수 어떤 z 가 근이면
그 켈레복소수도 근이다.

00:29:00.777 --> 00:29:02.899

이차방정식에서 성립했던 것처럼

00:29:02.999 --> 00:29:06.246
삼차방정식에서도 성립한다는 거예요.

00:29:06.346 --> 00:29:11.904
그러면 계수가 실수로 나왔는데
만약에 $1+2i$ 가 근이다.

00:29:12.004 --> 00:29:14.207
자동으로 무엇을 얻을
수 있는 거죠?

00:29:14.307 --> 00:29:19.247
 $1-2i$ 도 근이다라는 사실을
얻을 수가 있게 됩니다.

00:29:19.347 --> 00:29:23.820
예를 증명을 해드릴 수 있는데
참고로만 알아두세요.

00:29:23.920 --> 00:29:27.383
참고로만 알아두시고 이 증명을
이해하기가 어려울 수도 있어요.

00:29:27.483 --> 00:29:29.484
그렇기 때문에 제가
간단하게 해드릴 테니까

00:29:29.584 --> 00:29:31.299
참고로만 알아두시기 바랍니다.

00:29:31.399 --> 00:29:36.413
 $ax^3+bx^2+cx+d=0$.

00:29:36.513 --> 00:29:41.624
이것의 한 근을 z 라 하자.

00:29:42.541 --> 00:29:46.943
제가 이제 증명이 좀 이해하기 어려울
수도 있다고 말씀은 드렸지만

00:29:47.043 --> 00:29:51.448
이 증명을 이해하다 보면 되게 많은
성질을 좀 아시게 될 수가 있고

00:29:51.548 --> 00:29:57.155
그리고 여러분이 이제 수학이
점점 어려워지게 되는 이유가

00:29:57.255 --> 00:30:02.709
증명 같은 과정을 이해하려고 하지
않고 결과만 외우려고 했을 때

00:30:02.809 --> 00:30:05.433
결국 수학이 암기
과목이 되는 거예요.

00:30:05.533 --> 00:30:08.345
그래서 이게 왜 이렇게
되지라는 것을

00:30:08.445 --> 00:30:10.570
증명을 못 해드리는 부분도 있어요.

00:30:10.670 --> 00:30:14.519
고등학교 과정을 훌쩍 넘어서야
돼서 증명을 못 해드리는

00:30:14.619 --> 00:30:18.535
그런 불가피한 경우도 있기는
한데 그런 걸 제외하고는

00:30:18.635 --> 00:30:22.183
할 수 있는 증명이라고 한다면
되도록이면 해보시면서

00:30:22.283 --> 00:30:25.411
이래서 그렇구나, 좀
시간을 투자하세요.

00:30:25.511 --> 00:30:27.565
내가 뭔가를 잘하고 싶으면

00:30:27.665 --> 00:30:30.485
그만큼 시간을 좀 어느
정도 노력을 기울이고

00:30:30.585 --> 00:30:32.685
시간을 들이고 해야 되는 거잖아요.

00:30:32.785 --> 00:30:38.350
가만히 내가 그냥 앉아서 수학 인터넷
강의 좀 열심히 보고 이래서

00:30:38.450 --> 00:30:42.236
실력이 쑥쑥 올랐으면
좋겠어라고 생각을 한다면

00:30:42.336 --> 00:30:45.853
수학이 이렇게 몇백 년
동안 사람들을 괴롭히고

00:30:45.953 --> 00:30:51.761
또 대학을 갈 때

00:30:51.861 --> 00:30:54.671
굉장히 변별력이 있는 어떤 도구로써

00:30:54.771 --> 00:30:57.775
학생들을 변별할 수 있는 도구로
활용이 되지는 않았을 거예요.

00:30:57.875 --> 00:31:00.785
얼마나 그만큼 시간을
투자해서 노력을 했느냐.

00:31:00.885 --> 00:31:03.916
그렇게 사고를 했느냐라는
것을 보는 것이거든요.

00:31:04.016 --> 00:31:05.520
그렇기 때문에 이런 증명이 있다면

00:31:05.620 --> 00:31:09.545
한번 보려고 하고 해보려고 하고
그런 노력을 해보는 것도 좋습니다.

00:31:09.645 --> 00:31:11.688
그래서 이 한 근을
z라고 해볼게요.

00:31:11.788 --> 00:31:17.013
근의 의미는 무엇이나면 대입했을
때 성립하게 되는 거예요.

00:31:20.945 --> 00:31:24.592
대입했을 때 성립하는 게
근이니까 여기 x 자리에다

00:31:24.692 --> 00:31:27.199
z를 한번 넣어보겠습니다.

00:31:27.299 --> 00:31:29.644
그러면 이게 0이 된다는 거죠.

00:31:29.744 --> 00:31:32.555
내가 보이고 싶은 것이 뭐냐면

00:31:32.655 --> 00:31:37.090
z의 켈레복소수도 근이다라는
걸 보이려고 해요.

00:31:37.190 --> 00:31:41.939
z의 켈레복소수도 근이다라는
것이 성립된다는 것은

00:31:42.039 --> 00:31:43.796
거꾸로 한번 가볼게요.

00:31:43.896 --> 00:31:46.468
뭐가 성립한다는 걸까요?

00:31:46.568 --> 00:31:51.260
애도 근이다라는 것을
보여주려면 이것도 대입했더니

00:31:51.360 --> 00:31:55.423
0이 나와라는 것을
보여주고 싶은 거거든요.

00:31:55.523 --> 00:32:01.486
그러면 여기 이게 성립한다는 걸
보여주는데 이걸 활용하고 싶어요.

00:32:01.586 --> 00:32:04.471
여기에서 이 식으로 갈
때 뭐가 달라졌죠?

00:32:04.571 --> 00:32:11.009
그냥 복소수 z였던 것이
켈레복소수 z로 바뀌었거든요.

00:32:11.109 --> 00:32:13.653

그러면 이 식에서 이
식을 유도할 수 있는

00:32:13.753 --> 00:32:17.498

하나의 방법으로 생각할 수
있는 것이 무엇일까요?

00:32:17.598 --> 00:32:20.436

켈레복소수라는 것이 나와야 되니까

00:32:20.536 --> 00:32:24.467

양변에다 켈레복소수를
취해보는 거예요.

00:32:24.567 --> 00:32:28.729

원래 두 수가 똑같았다면 그
켈레복소수끼리도 똑같아야겠죠.

00:32:28.829 --> 00:32:32.912

그런데 우리 켈레복소수의
성질에서 이런 것을 봤습니다.

00:32:33.012 --> 00:32:37.885

만약에 둘을 더해서
켈레복소수를 취했다고 한다면

00:32:37.985 --> 00:32:41.837

각각의 켈레복소수를 더한 것과
같다는 성질을 봤었거든요.

00:32:41.937 --> 00:32:47.847

그렇기 때문에 애가 이렇게
켈레복소수끼리 더해준 것과

00:32:47.947 --> 00:32:49.422

같아지는 거로 바뀌게 돼요.

00:32:49.522 --> 00:32:50.672

0의 켈레복소수.

00:32:50.772 --> 00:32:52.845

0은 실수니까 그냥
0이 나오게 되죠.

00:32:52.945 --> 00:32:57.063

그다음에 두 켈레복소수를
곱하고 켈레를 취한 것과

00:32:57.163 --> 00:32:59.663

켈레복소수끼리 곱한
것이 똑같았어요.

00:32:59.763 --> 00:33:05.471

그렇게 된다면 이것도 지금
 az^3 에 켈레를 취한 거였는데

00:33:05.571 --> 00:33:11.844

a 의 켈레복소수와 z^3 의
켈레복소수와 같은데 z 를 세 제공하고

00:33:11.944 --> 00:33:14.170

켈레복소수를 취한 것과 마찬가지로

00:33:14.270 --> 00:33:19.080

또 z 의 켈레복소수를 세 제공한
것은 똑같이 나오게 되겠죠.

00:33:19.180 --> 00:33:23.624

그다음에 b 의 켈레복소수와 z 를
지금 원래 이거는 제공하고

00:33:23.724 --> 00:33:25.181

켈레를 취한 거예요.

00:33:25.281 --> 00:33:29.430

그런데 z 2개를 곱하고 켈레를
취하나 z 의 켈레복소수를

00:33:29.530 --> 00:33:31.532

두 번 곱하나 똑같다는 거예요.

00:33:31.632 --> 00:33:37.173

이렇게 그 켈레복소수의 성질을
이용해서 식을 다시 적을 수 있고요.

00:33:37.273 --> 00:33:40.572

그런데 $a, b, c,$
 d 는 실수였어요.

00:33:40.672 --> 00:33:44.934

실수라고 한다면 a 의
켈레복소수는 a 예요.

00:33:45.034 --> 00:33:46.880

우리 실수 3 생각해 보세요.

00:33:46.980 --> 00:33:49.873

켈레복소수라는 게 허수 부분의
부호를 바꿔주는 건데

00:33:49.973 --> 00:33:51.968

바뀐 허수 부분이 없잖아요.

00:33:52.068 --> 00:33:55.536

그렇기 때문에 그냥 원래 그 수,

00:33:55.636 --> 00:33:58.870

복소수와 켈레복소수가
서로 같아지게 됩니다.

00:33:58.970 --> 00:34:02.050

그러면 여기에서 켈레 쪽
씩어져 있는 것을 바꿔서

00:34:02.150 --> 00:34:05.314

그냥 이렇게 쪽 써줄 수가 있고.

00:34:05.414 --> 00:34:07.728

이게 아까 우리가
보이고자 했던 식이죠.

00:34:07.828 --> 00:34:11.085

그렇기 때문에 그
켈레복소수도 근이다라는 것을

00:34:11.185 --> 00:34:12.806
밝혀줄 수가 있는 것입니다.

00:34:12.906 --> 00:34:16.499
그래서 삼차방정식에서
어떤 복소수가 근이면

00:34:16.599 --> 00:34:19.621
그 켈레복소수도 근이
된다는 사실을 이용해주면

00:34:19.721 --> 00:34:22.526
문제를 쉽게 풀 수 있는
경우가 많이 있어요.

00:34:22.626 --> 00:34:24.315
그러면 연습 한번 해볼게요.

00:34:24.415 --> 00:34:27.842
삼차방정식의 세 근을
 α , β , γ 라고 할 때

00:34:27.942 --> 00:34:30.991
근을 다 구할 필요가
없다는 거예요.

00:34:31.091 --> 00:34:32.729
합을 구하려고 한다면.

00:34:32.829 --> 00:34:34.407
합이 어떻게 된다고요?

00:34:34.507 --> 00:34:35.522
외우셨나요?

00:34:35.622 --> 00:34:40.020
최고차항의 계수분의 이차항의 계수에
마이너스를 붙여줘야 되죠.

00:34:40.120 --> 00:34:44.508
1분의 $-(-2)$ 가 되면서
2가 나오게 됩니다.

00:34:44.608 --> 00:34:48.927
이거는 없었는데라는 생각이
들 수도 있겠지만,

00:34:49.027 --> 00:34:50.440
세 개를 더한 게 2예요.

00:34:50.540 --> 00:34:54.416
그다음에 2개씩 곱해서
더한 게 뭐가 되죠?

00:34:54.516 --> 00:34:57.583
최고차항의 계수분의 일차항의 계수.

00:34:57.683 --> 00:35:02.136

마이너스 안 붙이고 그냥 이렇게 나오니까 7이 된다는 거죠.

00:35:02.236 --> 00:35:07.868

그러면 $a+\beta+\gamma$ 와 2개씩 곱한 것을 가지고 있습니다.

00:35:07.968 --> 00:35:13.146

여기에서 $2(a\beta+\beta\gamma+\gamma a)$ 를 빼주게 된다면

00:35:13.246 --> 00:35:17.258

a^2, β^2, γ^2 을 더한 것만 남게 됐었어요.

00:35:17.358 --> 00:35:18.905

곱셈공식 변형해 보면.

00:35:19.005 --> 00:35:22.059

이거 전개한 식에서 뺐다라고 생각해 보면

00:35:22.159 --> 00:35:24.016

당연히 나오게 되는 결과이죠.

00:35:24.116 --> 00:35:28.274

그래서 -10으로 그 값을 계산해줄 수가 있어요.

00:35:28.374 --> 00:35:30.016

곱셈공식의 변형 제가 할 때

00:35:30.116 --> 00:35:33.576

이거 뒤에서 계속 나와요라고 얘기했었는데 어떤가요?

00:35:33.676 --> 00:35:36.583

정말 계속 나오고 있고, 굉장히 유용하죠.

00:35:36.683 --> 00:35:40.010

근과 계수의 관계에서 알려주는 것은 세 근의 합과

00:35:40.110 --> 00:35:43.830

2개씩 곱한 것의 합과 세 근의 곱이었는데

00:35:43.930 --> 00:35:46.647

그 곱셈공식 변형까지 사용하니까

00:35:46.747 --> 00:35:49.083

이렇게 제곱끼리의 합도 구할 수가 있고.

00:35:49.183 --> 00:35:51.661

그러면 세 제곱끼리의 합도 구할 수 있죠, 우리.

00:35:51.761 --> 00:35:59.477

$(a+\beta+\gamma)^3-3a\beta\gamma$ 했던 것이

썉 전개되는 그 식이 있었어요.

00:35:59.577 --> 00:36:03.662
그래서 그렇게도 변형이 가능합니다.

00:36:03.762 --> 00:36:06.565
이번에는 여기에서 한
근이 $1-i$ 다.

00:36:06.665 --> 00:36:12.153
그런데 두 실수 a, b 에 대해서
 $a+b$ 의 값을 구하래요.

00:36:12.253 --> 00:36:14.639
모든 계수가 실수예요.

00:36:14.739 --> 00:36:16.856
 $1, -5, a, b$.

00:36:16.956 --> 00:36:25.119
그러면 한 근이 $1-i$ 이면
다른 한 근은 $1+i$ 가 된다.

00:36:25.219 --> 00:36:29.687
이렇게 쉼레복소수끼리
근이 된다는 것이쑤.

00:36:29.787 --> 00:36:37.279
그래서 $1-i$ 와 $1+i$ 와 나머지
한 근을 한번 a 라고 해볼까요.

00:36:37.379 --> 00:36:39.866
세 근의 합을 제가
자연스럽게 적었는데.

00:36:39.966 --> 00:36:42.551
왜냐하면 이차항의
계수가 나와 있어요.

00:36:42.651 --> 00:36:45.484
세 근의 합은 5 가 되쑤쑤.

00:36:45.584 --> 00:36:49.681
그렇기 때문에 $2+a$ 가
 5 가 나오게 되고.

00:36:49.781 --> 00:36:52.952
나머지 다른 한 근이
 3 이었던 거예요.

00:36:53.052 --> 00:36:55.165
그러면 a 는 쑤가요?

00:36:55.265 --> 00:36:56.736
일차항의 계수쑤아요.

00:36:56.836 --> 00:37:01.445
 a 라는 것은 두 근끼리
곱해서 더해진 결과쑤.

00:37:01.545 --> 00:37:05.233

1-i와 1+i 곱해주고요.

00:37:05.333 --> 00:37:12.104

3(1-i)+3(1+i) 곱해서 다
더해보는다면 이거 둘 곱한 게 2,

00:37:12.204 --> 00:37:16.096

3-3i+3+3i
더해서 6 나오겠죠.

00:37:16.196 --> 00:37:18.495

그래서 값이 8이 나오게 되고요.

00:37:18.595 --> 00:37:23.527

b는 -b가 세 근의 곱이었어요.

00:37:23.627 --> 00:37:28.445

그렇기 때문에 계산을 해주면
나머지 한 근이 3이었죠.

00:37:28.545 --> 00:37:31.359

그러면 6으로 계산이 됩니다.

00:37:31.459 --> 00:37:36.887

그럼 지금 문제에서는 2개를
더한 값을 구하라고 했는데

00:37:36.987 --> 00:37:41.420

-b가 6이니까 b는
-6이 되겠죠.

00:37:41.520 --> 00:37:46.289

그래서 8과 -6을 더해서 2가
된다는 것을 찾을 수가 있어요.

00:37:46.389 --> 00:37:48.466

그냥 1-i가 근이다.

00:37:48.566 --> 00:37:51.440

만약에 이거 모르고 봤었다고 한다면

00:37:51.540 --> 00:37:54.816

1-i를 대입해서 막
계산을 해봤을 거예요.

00:37:54.916 --> 00:37:56.484

그러면 실수 부분과 허수 부분으로

00:37:56.584 --> 00:37:59.954

나누어서 연립을 해서 a,
b를 찾을 수도 있습니다.

00:38:00.054 --> 00:38:02.699

그런데 이렇게 근과 계수의
관계를 활용하는 것이

00:38:02.799 --> 00:38:05.094

훨씬 더 좀 깔끔하다고
볼 수 있겠죠.

00:38:05.194 --> 00:38:09.486

우리 잠깐만 그러면 삼차방정식의 해의 종류를 생각해 보고 넘어갈까요.

00:38:09.586 --> 00:38:14.723
삼차방정식은 일단 서로 다른 세 실근을 가질 수 있을 거예요.

00:38:14.823 --> 00:38:17.018
그리고 삼중근을 가질 수도 있겠죠.

00:38:17.118 --> 00:38:20.112
 $x^3=1$ 이런 식으로 나오는 경우에.

00:38:20.212 --> 00:38:21.746
 $x^3=1$ 아닙니다.

00:38:21.846 --> 00:38:25.623
 $x^3=1$ 은 아니고 $(x-1)^3=0$.

00:38:25.723 --> 00:38:29.581
이렇게 나오는 경우에 1, 1, 1이라는 중근 가질 수 있고요.

00:38:29.681 --> 00:38:34.635
 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 만약에 이런 식으로 인수분해가 됐다고 한다면

00:38:34.735 --> 00:38:38.574
이 경우에 1, 2, 3 이런 식으로 될 수 있고.

00:38:38.674 --> 00:38:43.567
아까 제가 $x^3=1$ 얘기했는데 이거 같은 경우는 인수분해 했을 때

00:38:43.667 --> 00:38:47.837
 $(x-1)(x^2+x+1)$ 이렇게 인수분해가 되죠.

00:38:47.937 --> 00:38:56.964
그러면 x 가 1이거나 아니면 2분의 $-2 \pm \sqrt{3}i$ 이런 식으로 나오게 되죠.

00:38:57.064 --> 00:39:01.693
그다음에 $(x-1)(x-2)^2$ 이런 식으로 될 수도 있어요.

00:39:01.793 --> 00:39:05.888
그러면 근이 1, 2, 2 이렇게 나올 수도 있겠죠.

00:39:05.988 --> 00:39:07.784
결국에 어떻게 되느냐.

00:39:07.884 --> 00:39:13.123
서로 다른 세 실근이거나 삼중근이거나 아니면 중근 2개에

00:39:13.223 --> 00:39:15.445
다른 실근 하나가

나올 수도 있고요.

00:39:15.545 --> 00:39:19.483

실근 하나와 허근 2개가
나오게 될 수도 있는데.

00:39:19.583 --> 00:39:23.004

이 허근 2개는
켈레복소수의 관계가 있다.

00:39:23.104 --> 00:39:25.655

허근만 3개 가지는
경우는 없습니다.

00:39:25.755 --> 00:39:28.360

그렇다면 실계수가
나올 수가 없어요.

00:39:28.460 --> 00:39:32.315

허근 3개인데 더해서 실계수,

00:39:32.415 --> 00:39:36.429

이차항의 계수가 나오도록 하려고
한번 생각을 해보세요.

00:39:36.529 --> 00:39:40.353

켈레복소수는 2개를 서로
더해서 실수가 나오지만

00:39:40.453 --> 00:39:42.884

나머지 하나에
허수가 더해지게 되는 순간

00:39:42.984 --> 00:39:44.869

그것은 허수가 나오게 되겠죠.

00:39:44.969 --> 00:39:47.596

그래서 실수 계수인 삼차방정식이

00:39:47.696 --> 00:39:50.584

허근을 3개 가지게 된다는
것은 불가능합니다.

00:39:50.684 --> 00:39:52.811

실근은 반드시 하나 가지게 되고.

00:39:52.911 --> 00:39:56.612

항상 그렇다는 것은 나중에
여러분이 그래프를 배우게 되면

00:39:56.712 --> 00:40:00.719

삼차함수의 그래프는 반드시 x 축과
한 점에서 만나게 돼요.

00:40:00.819 --> 00:40:03.973

그렇기 때문에 실근을
최소한 하나는 가지고

00:40:04.073 --> 00:40:05.478

그다음에 허근을 가지면

00:40:05.578 --> 00:40:08.958

이렇게 켈레복소수구나라는
것을 아실 수 있을 거예요.

00:40:09.058 --> 00:40:11.338

그러면 삼차방정식의 허근 중에서

00:40:11.438 --> 00:40:16.119

제가 지금 1, 2분의
 $-1 \pm \sqrt{3}i$ 켜던 거 있죠.

00:40:16.219 --> 00:40:18.158

이거 사실 굉장히
특별한 허근이에요.

00:40:18.258 --> 00:40:22.032

그래서 그 성질이 또 문제에
많이 나오게 됩니다.

00:40:22.132 --> 00:40:24.221

그래서 한번 같이 살펴보고 갈게요.

00:40:24.321 --> 00:40:29.958

$x^3 - 1 = 0$ 의 한
허근을 ω 라고 하자.

00:40:30.058 --> 00:40:38.089

이 ω 는 결국은 아까 $x^3 - 1$ 이라는
것이 $(x-1)(x^2+x+1)=0$

00:40:38.189 --> 00:40:42.759

이거를 이렇게 인수분해가
되니까 여기에서 허근은

00:40:42.859 --> 00:40:45.077

이 방정식으로부터 나오게 되죠.

00:40:45.177 --> 00:40:49.628

그래서 이 방정식 애는 0이
된다는 것을 풀었을 때

00:40:49.728 --> 00:40:58.552

2분의 $-1 + \sqrt{3}i$ 또는
2분의 $-1 - \sqrt{3}i$ 가 되는데

00:40:58.652 --> 00:41:02.529

이거 자체를 쓰기가 수가
굉장히 복잡하잖아요.

00:41:02.629 --> 00:41:08.649

그래서 그거를 ω 라고 해보자라고
잠시 이름을 붙여준 거예요.

00:41:08.749 --> 00:41:13.394

잠시 이 맥락에서만
이름을 붙인 것.

00:41:14.173 --> 00:41:15.334

i 있었죠.

00:41:15.434 --> 00:41:19.529

허수 단위 i 는 그
 i 의 고유대명사예요.

00:41:19.629 --> 00:41:23.751
어떻게 보면 정말 이렇게
제공해서 -1이 되는 것을

00:41:23.851 --> 00:41:26.048
 i 라고 하자라고 하는 고유대명사.

00:41:26.148 --> 00:41:27.753
애만 i 라고 부르고요.

00:41:27.853 --> 00:41:32.099
이 허근을 ω 라 하자라고
하는 것은 잠시 이름을 붙인

00:41:32.199 --> 00:41:35.984
고유대명사가 아니라 그냥
일반대명사라고 할 수 있습니다.

00:41:36.084 --> 00:41:38.661
he, she 이렇게
부르듯이 잠깐 이것,

00:41:38.761 --> 00:41:44.916
it 이런 식으로 너무 복잡하니까
잠시 ω 라고 써준 거예요.

00:41:45.016 --> 00:41:47.140
읽을 때 오메가라고 읽고,

00:41:47.240 --> 00:41:51.773
이제 쓸 때 w 랑은 다르게 약간
이렇게 둥글게 해서 써줘요.

00:41:51.873 --> 00:41:54.583
저는 이렇게 막 너무
새로운 기호를 쓰면

00:41:54.683 --> 00:41:58.094
여러분이 더 어려울 것 같아서
쓰는 걸 안 좋아하기는 하는데

00:41:58.194 --> 00:42:03.043
이렇게 모든 교과서에 이제
생각 키우기 이런 코너 있죠.

00:42:03.143 --> 00:42:05.988
거기에 이 소재가 대부분
많이 나와 있어요.

00:42:06.088 --> 00:42:09.371
그래서 제가 어쩔 수 없이
소개를 해드리는 것인데

00:42:09.471 --> 00:42:12.764
거기에 다 이렇게 ω 라고
생각 키우기 부분에

00:42:12.864 --> 00:42:14.457

대부분의 교과서에 나와 있습니다.

00:42:14.557 --> 00:42:16.355
그래서 좀 알려드릴게요.

00:42:16.455 --> 00:42:19.363
잠시 대명사, 이런 ω 라고
이름을 붙였고요.

00:42:19.463 --> 00:42:21.182
그러면 이거의 한 허근이잖아요.

00:42:21.282 --> 00:42:23.590
허근이라도 어쨌든 근이죠.

00:42:23.690 --> 00:42:27.783
근은 원래 방정식에
대입했을 때 성립합니다.

00:42:27.883 --> 00:42:32.282
그렇기 때문에 ω^3 이
얼마가 되어야 되죠?

00:42:32.382 --> 00:42:33.987
1이 나오게 되고요.

00:42:34.087 --> 00:42:38.048
갑자기 ω 의 켈레복소수는
왜 생각했을까요?

00:42:38.148 --> 00:42:40.404
이거 잠시 지워볼게요.

00:42:40.504 --> 00:42:49.948
이 한 허근을 ω 라 할 때 그때
여기에서 $x^3-1=0$ 이라는 것은

00:42:50.048 --> 00:42:53.848
실수계수 방정식의 해가 되잖아요.

00:42:56.642 --> 00:43:00.862
우리 교육과정에서 모두 실수인
계수만 다룬다고 했다고는 했지만

00:43:00.962 --> 00:43:02.157
좀 강조해서 써줄게요.

00:43:02.257 --> 00:43:07.852
실계수 방정식의 해이므로 ω 의
켈레복소수도 해가 된다, 당연히.

00:43:07.952 --> 00:43:10.159
아까 우리 직접 구해도
확인할 수 있죠.

00:43:10.259 --> 00:43:14.075
2분의 $-1 \pm \sqrt{3}i$
이렇게 되기 때문에

00:43:14.175 --> 00:43:16.837
서로 켈레복소수의 관계가

있다는 거예요.

00:43:16.937 --> 00:43:22.232

이것도 해가 되니까 그래서
이 해도 세 제곱 해준다면

00:43:22.332 --> 00:43:24.476

당연히 값이 1이 나와야겠죠.

00:43:24.576 --> 00:43:28.178

이 첫 번째 식 이게
성립하는 이유가 무엇인가요?

00:43:28.278 --> 00:43:34.297

근은 원래 방정식에 대입하면
성립하게 되기 때문에

00:43:34.397 --> 00:43:37.325

정말 원래 방정식에
대입을 해준 거예요.

00:43:37.425 --> 00:43:39.922

그래서 성립한다라고 할 수 있고.

00:43:40.022 --> 00:43:41.486

이것도 마찬가지로입니다.

00:43:41.586 --> 00:43:48.586

$\omega^2 + \omega + 1$ 애는 결국 이 부분을
인수분해 해서 나온 식이었으니까

00:43:48.686 --> 00:43:53.221

대입하면 성립해야 되기 때문에
이것이 0이 나오게 돼요.

00:43:53.321 --> 00:43:58.475

그러면 $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 이라고
했어요.

00:43:58.575 --> 00:44:01.846

그러면 여기다 ω 를 양변에
한번 곱해볼까요?

00:44:01.946 --> 00:44:07.060

그러면 $\omega^3 + \omega^2 + \omega$ 도
0이 되겠죠.

00:44:07.160 --> 00:44:12.647

또 ω 를 곱해 본다면 이런
식으로 또 나오게 되겠죠.

00:44:12.747 --> 00:44:17.095

결국 이 ω 의 거듭제곱은
어디에서부터 시작해서

00:44:17.195 --> 00:44:22.087

더하든지 간에 3개씩 더한 것이
0이 나오게 된다는 거예요.

00:44:22.187 --> 00:44:25.861

여기다 ω 의 n 제곱을

곱했다고 생각해 보면

00:44:25.961 --> 00:44:31.730

ω 의 $2+n$ 제곱+ ω 의
 $1+n$ 제곱+ ω 의 n 제곱 한 것이

00:44:31.830 --> 00:44:32.994

0이 나오게 되는 거죠.

00:44:33.094 --> 00:44:37.046

정수 n 에 대해서 이것도
항상 0이 나오게 됩니다.

00:44:37.146 --> 00:44:42.163

어디에서부터 더하든지 그
값이 0이 된다는 건데.

00:44:42.263 --> 00:44:45.976

여기까지 보고 나니까 혹시
생각나는 거 있으신가요?

00:44:46.076 --> 00:44:49.107

그리고 ω^3 이 1이라고 했어요.

00:44:49.207 --> 00:44:51.721

한번 이 상황을 생각해 볼게요.

00:44:51.821 --> 00:44:56.060

ω 가 있고요, ω^2 이
있고요, ω^3 이 있어요.

00:44:56.160 --> 00:45:00.684

이렇게 더해서 지금 0이 된다는
이야기를 해준 것인데.

00:45:00.784 --> 00:45:03.760

이 ω^3 은 또 1이라고 했습니다.

00:45:03.860 --> 00:45:08.291

그러면 여기다 ω^4 , ω 의
다섯 제곱, ω 의 여섯 제곱을

00:45:08.391 --> 00:45:10.905

더한다고 했을 때 이거는
결국 뭐가 되나요?

00:45:11.005 --> 00:45:13.476

ω^2 이 되고, ω^3 이 되는 거예요.

00:45:13.576 --> 00:45:16.670

그렇기 때문에 이렇게 더해도
1, 이렇게 더해도 1.

00:45:16.770 --> 00:45:19.516

이런 식으로 쭉 가게 되는 것인데.

00:45:19.616 --> 00:45:24.700

결국 ω 는 한 번 곱했을
때 ω 고, 제곱했을 때

00:45:24.800 --> 00:45:27.406

ω^2 을 계산한 게
나오게 될 거고요.

00:45:27.506 --> 00:45:30.234
그다음에 이 ω^2 도
조금 이따 보게 되면

00:45:30.334 --> 00:45:34.189
아주 특별한 수로
바뀌게 됩니다.

00:45:34.289 --> 00:45:37.238
그다음에 ω^3 이 1이잖아요.

00:45:37.338 --> 00:45:39.407
그러면 여기다가 또 ω 를 곱했다.

00:45:39.507 --> 00:45:44.955
 ω^4 이 ω 가 나오게 되고,
 ω 의 다섯 제곱이 ω^2 ,

00:45:45.055 --> 00:45:47.116
 ω 의 여섯 제곱이 ω^3 .

00:45:47.216 --> 00:45:52.483
이런 식으로 되면서 3개를 주기로
그 값이 순환하게 나오게 돼요.

00:45:52.583 --> 00:45:55.508
그래서 ω 의 $3n+1$ 제곱이다,

00:45:55.608 --> 00:45:57.866
 n 이 0부터 시작할 때.

00:45:57.966 --> 00:46:03.109
그때 그 ω 의 $3n+1$ 제곱은
모두 다 ω 와 같아지게 되고.

00:46:03.209 --> 00:46:10.543
 ω 의 $3n+2$ 제곱 이거는 또
모두 다 ω^2 과 같고.

00:46:10.643 --> 00:46:14.061
여기 만약에 ω 의 $3n$ 제곱과
같이 3의 배수만큼

00:46:14.161 --> 00:46:17.871
거듭제곱 했다고 한다면 반드시
1이 된다는 거죠.

00:46:17.971 --> 00:46:20.566
3개 주기로 그 곱이
순환하게 돼요.

00:46:20.666 --> 00:46:24.976
그런데 또 특히 이
 ω^2 은 어떻게 되느냐.

00:46:25.076 --> 00:46:28.622
보면 ω^3 이 1이죠.

00:46:28.722 --> 00:46:34.351

그리고 ω 하고 ω 의
켈레복소수를 곱한 것을

00:46:34.451 --> 00:46:36.563

한번 생각을 해보도록 하겠습니다.

00:46:36.663 --> 00:46:43.120

ω 는 $x^2+x+1=0$ 의
한 근이었어요.

00:46:44.354 --> 00:46:49.052

그렇다면 여기에서 실수
계수 방정식이죠.

00:46:49.152 --> 00:46:53.752

그렇기 때문에 다른 근은
 ω 의 켈레복소수가 되잖아요.

00:46:53.852 --> 00:47:00.757

그런데 지금 제가 2개를
곱한 것을 적어놨는데

00:47:00.857 --> 00:47:04.698

우리가 무엇을 생각해 줄
수가 있냐면 이차방정식이고

00:47:04.798 --> 00:47:06.726

한 근과 다른 근이 나왔어요.

00:47:06.826 --> 00:47:08.239

그렇다고 한다면.

00:47:08.339 --> 00:47:10.325

잠시 죄송해요, 이거 지울게요.

00:47:10.425 --> 00:47:17.000

근과 계수의 관계에 의해서
쓸 수 있는 것이 ω 하고

00:47:17.100 --> 00:47:20.361

ω 의 켈레복소수하고 더한
것이 -1이 되겠죠.

00:47:20.461 --> 00:47:24.035

그다음에 ω 랑 ω 의
켈레복소수를 곱한 것이

00:47:24.135 --> 00:47:25.476

1이 나오게 되거든요.

00:47:25.576 --> 00:47:29.531

그런데 ω 는 원래
어디에서 나온 거냐면

00:47:29.631 --> 00:47:32.677

세 제곱 했을 때 1이
된다고 했어요.

00:47:32.777 --> 00:47:38.547

그런데 동시에 ω 랑 ω 랑 그

켈레복소수랑 곱한 것도 1이 되거든요.

00:47:38.647 --> 00:47:40.410

2개가 똑같은 거예요.

00:47:40.510 --> 00:47:43.264

이거하고 이거하고 서로 같습니다.

00:47:43.364 --> 00:47:47.251

그러면 양변을 ω 로
나누었다고 생각을 했을 때

00:47:47.351 --> 00:47:49.843

ω^2 이 무엇이 될까요?

00:47:49.943 --> 00:47:52.082

양변을 ω 로 내가 나누었다.

00:47:52.182 --> 00:47:54.283

$\omega=0$ 아니니까 나눌 수 있죠.

00:47:54.383 --> 00:47:57.826

그러면 애하고 이거하고
서로 같아지게 됩니다.

00:47:57.926 --> 00:48:03.688

제곱을 한 거 지금 보니까 결국
애는 누구랑 같아지게 되느냐.

00:48:03.788 --> 00:48:07.617

ω 의 켈레복소수와 같다는
것까지 알 수 있는 거예요.

00:48:07.717 --> 00:48:12.988

그래서 $\omega+\omega$ 의 켈레복소수가
-1, 둘을 곱한 건 1.

00:48:13.088 --> 00:48:20.824

이게 나오게 된 것은 근과 계수의
관계에서 도출이 된 거고요.

00:48:20.924 --> 00:48:23.004

그다음에 이게 나오게 되는 것.

00:48:23.104 --> 00:48:28.396

$\omega^3=1$ 이고, 이것과 ω 에
 ω 의 켈레복소수가 같고.

00:48:28.496 --> 00:48:31.813

마찬가지로 ω 켈레복소수의
세 제곱이 1이고,

00:48:31.913 --> 00:48:35.019

이것과 둘을 곱한
것이 같고라는 것에서

00:48:35.119 --> 00:48:38.963

양변을 ω 로 나누고 또 ω 의
켈레복소수로 나누게 된다면

00:48:39.063 --> 00:48:41.280

ω^2 이 ω 의 켈레복소수.

00:48:41.380 --> 00:48:45.707
 ω 의 켈레복소수 제공이 ω 가 된다는
것까지 알 수가 있습니다.

00:48:45.807 --> 00:48:50.008
그래서 제가 옆에 노란색으로 이유를
좀 적어드렸어요, 간략하게.

00:48:50.108 --> 00:48:53.180
제가 교재에다 이거
내용 결론까지 써놓고

00:48:53.280 --> 00:48:57.631
밑에 위에 각 식이 왜
성립할까라는 것을 적어 놓았죠.

00:48:57.731 --> 00:49:00.888
그거를 다시 정리해서
적어보시기 바랍니다.

00:49:00.988 --> 00:49:05.763
제가 아까 강조드렸던 것처럼
그냥 이 결과를 외우려고 하면

00:49:05.863 --> 00:49:09.980
점점 외울 게 너무 많아져서 도저히
수학공부를 할 수가 없어요.

00:49:10.080 --> 00:49:14.682
왜 그렇게 되었는지를
납득하시면서 봐야 돼요.

00:49:14.782 --> 00:49:16.752
분명히 앞에 내용에서 이어집니다.

00:49:16.852 --> 00:49:19.740
한 허근 ω 라고 하면 실계수니까

00:49:19.840 --> 00:49:22.333
당연히 ω 의 켈레복소수도
근이 되고.

00:49:22.473 --> 00:49:25.011
그런데 내가 근과 계수의
관계를 배웠잖아.

00:49:25.111 --> 00:49:28.415
그러니까 거기에서 근과 계수의
관계를 적용시켜봐야지.

00:49:28.515 --> 00:49:30.527
그런데 ω^3 이 1이라고 했는데

00:49:30.627 --> 00:49:35.325
우리 네 제공 하면 1 되는 i 에 대해서
거듭제곱이 순환하는 걸 배웠어.

00:49:35.425 --> 00:49:38.684
그러면 ω 도 이거 세 제공

해서 1이 된다고 했으니까

00:49:38.784 --> 00:49:41.423

3개 주기로 순환하지
않을까라는 생각을 가지고

00:49:41.523 --> 00:49:46.170

좀 식을 정리하다 보면 점점
이렇게 내용이 확장되는 거예요.

00:49:46.270 --> 00:49:52.673

수학이 재미있고 예전부터 왜
그리스 사람들은 심심할 때

00:49:52.773 --> 00:49:56.023

바닥에다 수학 문제 풀면서
놀았다고 얘기를 하잖아요.

00:49:56.123 --> 00:49:58.685

정말 조금 이만큼 이론을 가지고

00:49:58.785 --> 00:50:02.559

점점 그거를 활용해서 내용을 짝
확장해 나갈 수 있거든요.

00:50:02.659 --> 00:50:03.733

그래서 재미있는 거예요.

00:50:03.833 --> 00:50:05.714

여러분이 또 이것만 보고 나서도

00:50:05.814 --> 00:50:14.521

바로 또 그러면 재미있게 생각을 해보는
학생들은 그러면 지금 $x^3-1=0$.

00:50:14.621 --> 00:50:19.152

즉 $x^3=1$ 이 되는 것에 한 허근이
이런 성질을 가지는 거였는데

00:50:19.252 --> 00:50:23.321

그럼 $x^3=-1$ 이
되면 어떻게 될까.

00:50:23.421 --> 00:50:26.363

또는 x 의 다섯 제곱이
1이 되면 어떻게 될까.

00:50:26.463 --> 00:50:29.355

그런 재미있는 생각들을 좀 많이
해볼 수 있을 것 같아요.

00:50:29.455 --> 00:50:31.494

x 의 다섯 제곱이 1 되는 것.

00:50:31.594 --> 00:50:35.886

그것 결국은 5개 주기로 막
순환하는 그런 허수가 나오는데

00:50:35.986 --> 00:50:38.555

고등학교 과정에서는 그걸
밝히기가 좀 어렵고요.

00:50:38.655 --> 00:50:41.461

이 정도 같이 한번
해보고 넘어가겠습니다.

00:50:41.561 --> 00:50:46.055

x^3+1 의 한 허근을 ω 라 한다.

00:50:46.155 --> 00:50:50.336

그러면 ω^3 해서
얼마가 나오게 될까요?

00:50:50.436 --> 00:50:51.944

-1이 나오겠죠.

00:50:52.044 --> 00:50:54.795

왜냐하면 또 근은 대입해서
성립하는 거니까.

00:50:54.895 --> 00:50:58.933

그러면 그 켈레복소수도 또 마찬가지로
근이 되죠, 실수 계수니까.

00:50:59.033 --> 00:51:02.953

그러면 이거의 세 제곱도 -1이 될
거다라는 걸 알 수가 있고.

00:51:03.053 --> 00:51:09.211

그다음에 이거는 인수분해를 해줄
때 $x+1$ 과 x^2-x+1 로

00:51:09.311 --> 00:51:10.486

인수분해가 되죠.

00:51:10.586 --> 00:51:12.187

허근은 여기에서 나오죠.

00:51:12.287 --> 00:51:15.655

그렇기 때문에 이거의 값
0이 나오게 되고요.

00:51:15.755 --> 00:51:19.305

마찬가지로 양변에 ω^n 을
곱했다고 한다면

00:51:19.405 --> 00:51:26.694

여기 양변에 ω^n 곱하게 되면
 n 제곱- $n+1$ 제곱+ $n+2$ 제곱.

00:51:26.794 --> 00:51:28.480

이런 식으로 플, 마, 플.

00:51:28.580 --> 00:51:31.223

아니면 또는 마, 플,
마 이렇게 나오는 거.

00:51:31.323 --> 00:51:35.778

어차피 양변에 마이너스 곱하면 0
나오니까 항상 0이 된다는 것을

00:51:35.878 --> 00:51:36.957

알 수가 있어요.

00:51:37.057 --> 00:51:38.854
근과 계수의 관계를 활용해 주면

00:51:38.954 --> 00:51:41.499
두 근, 두 허근 더한
게 얼마가 되죠?

00:51:41.599 --> 00:51:42.811
1이 되겠죠.

00:51:42.911 --> 00:51:46.861
두 허근을 곱한 것은 1이 되겠죠.

00:51:46.961 --> 00:51:48.520
마찬가지로 이렇게.

00:51:48.620 --> 00:51:53.586
그런데 여기에서도 이제
 ω^3 이 -1이었어요.

00:51:53.686 --> 00:51:56.742
그러면 둘을 곱한 것은 1이니까

00:51:56.842 --> 00:52:02.648
이게 $-\omega$ 랑 ω 의 켈레복소수
곱한 것과 같겠죠.

00:52:02.748 --> 00:52:06.916
그리고 양변을 ω 로 나눈다면 ω^2 이

00:52:07.016 --> 00:52:10.112
 $-\omega$ 의 켈레복소수와
같아지게 됩니다.

00:52:10.212 --> 00:52:11.595
그래서 아까와 다른 점.

00:52:11.695 --> 00:52:15.177
여기가 $-\omega$ 의 켈레복소수.

00:52:15.277 --> 00:52:23.201
이거는 ω 에 마이너스를 붙인 것.

00:52:23.301 --> 00:52:28.161
마찬가지로 ω 의 켈레복소수의
세 제곱이 -1이고,

00:52:28.261 --> 00:52:29.944
이것이 애와 같으니까

00:52:30.044 --> 00:52:34.299
양변을 ω 의 켈레복소수로
나누어주게 된다면

00:52:34.399 --> 00:52:37.268
이것과 같다는 이런
결론이 나오게 되죠.

00:52:37.368 --> 00:52:39.715

그러면 이걸 세 개 제공 했을
때 어떻게 될까요?

00:52:39.815 --> 00:52:42.187
그러니까 거듭제곱을 했을 때 ω ,

00:52:42.287 --> 00:52:46.652
그다음에 ω^2 은 $-\omega$ 의
켤레복소수가 되고요.

00:52:46.752 --> 00:52:49.171
 ω^3 이 -1 이에요.

00:52:49.271 --> 00:52:53.171
그러면 ω^4 은 $-\omega$ 와 같겠죠.

00:52:53.271 --> 00:52:56.792
 ω 의 다섯 제곱은 $-\omega^2$ 이 되니까

00:52:56.892 --> 00:52:59.334
이것은 그냥 ω 의 켈레복소수죠.

00:52:59.434 --> 00:53:02.100
이거랑 이거랑 이거랑 이거랑
다 다른 수입니다.

00:53:02.200 --> 00:53:05.050
그런데 ω 의 여섯 제곱이 나오게 되면

00:53:05.150 --> 00:53:09.142
이거를 이제 제공 해주게
되는 것이니까 1 이 나와요.

00:53:09.242 --> 00:53:11.907
6개 주기로 순환하는
그런 수가 돼요.

00:53:12.007 --> 00:53:18.171
참고로 말씀드리자면 $x^3+1=0$ 의
한 허근이라고 했잖아요.

00:53:18.792 --> 00:53:23.050
그러면 $\omega^3+1=0$ 이죠.

00:53:23.150 --> 00:53:26.848
여기 양변에다 ω^3-1 을
곱했다고 하면

00:53:26.948 --> 00:53:30.003
 ω 의 여섯 제곱- $1=0$ 이
나오게 되고,

00:53:30.103 --> 00:53:31.931
 ω 의 여섯 제곱이 1 이 돼요.

00:53:32.031 --> 00:53:35.069
 ω 를 여섯 제곱 해서
 1 이 된다고 했죠.

00:53:35.169 --> 00:53:38.686
그래서 이렇게 여섯 제곱

했을 때 1이 되고.

00:53:38.834 --> 00:53:43.449
x의 여섯 제곱은 1이 되는 모든
x가 다 6개 주기로 순환하느냐.

00:53:43.549 --> 00:53:44.519
그런 건 아니에요.

00:53:44.619 --> 00:53:47.692
예를 들어서 여섯 제곱해서 1
되는 이 해 중에 1 있죠.

00:53:47.792 --> 00:53:50.229
1은 그냥 그대로 1,
1, 1, 1, 1.

00:53:50.329 --> 00:53:51.773
-1도 있습니다.

00:53:51.873 --> 00:53:53.614
-1은 2개 주기였죠.

00:53:53.714 --> 00:53:57.689
-1, 1, -1, 1 이런 식으로.

00:53:57.789 --> 00:54:00.077
그다음에 이거 해 중에
3개 주기도 있는 거예요.

00:54:00.177 --> 00:54:01.514
아까 봤던 그 ω .

00:54:01.614 --> 00:54:06.661
2분의 $-1 \pm \sqrt{3}i$ 같은 경우는
세 제곱 해서 이미 1이 되기 때문에

00:54:06.761 --> 00:54:09.984
3개 주기로 순환하면서
여섯 제곱 한 것도 1이 된다.

00:54:10.084 --> 00:54:15.116
그러면 여섯 제곱 해서 최초로
1이 되는 그런 수는 무엇이냐.

00:54:15.216 --> 00:54:19.603
바로 이 $x^3+1=0$ 의
한 허근이 됩니다.

00:54:19.703 --> 00:54:22.320
그냥 참고로, 재미로
알아두시면 되고요.

00:54:22.420 --> 00:54:24.984
그러면 예제 3번 한번 볼게요.

00:54:25.084 --> 00:54:28.368
이 삼차방정식의 한
허근을 ω 라고 할 때.

00:54:28.468 --> 00:54:32.344

이 문제에서는 이거의 허근을 ω 라고 하겠다는 거예요.

00:54:32.444 --> 00:54:35.108

문제에 따라서는 아까
조금 전에 봤던 것처럼

00:54:35.208 --> 00:54:38.815

$x^3 = -1$ 의 한 허근을
 ω 라고 두기도 합니다.

00:54:38.915 --> 00:54:43.435

그래서 이 문제에서는 뭐가 오메가지라는
것은 잘 살펴보셔야 돼요.

00:54:43.535 --> 00:54:48.934

그러면 이제 이 값들을 구하라고
했는데 일단 좀 간단히 해보면

00:54:49.034 --> 00:54:52.260

ω^2 일단 그냥 놔두고요.

00:54:52.360 --> 00:54:56.590

애의 한 허근이 ω 이면 ω 의
켈레복소수도 근이었죠.

00:54:56.690 --> 00:55:00.830

그렇기 때문에 ω 의 켈레복소수를
세 개 제공 한 것도 1이고

00:55:00.930 --> 00:55:02.814

ω 를 세 개 제공 한 것도 1이고요.

00:55:02.914 --> 00:55:06.570

그러면 ω 의 켈레복소수의
세 개 제공이 1이니까

00:55:06.670 --> 00:55:09.732

이렇게 $\omega^2 + 1$ 로 바뀌게 되고요.

00:55:09.832 --> 00:55:15.381

그다음에 이거의 켈레복소수와
 ω^4 은 ω 가 되죠.

00:55:15.481 --> 00:55:18.118

그래서 ω 분의 1 이런
식으로 되는 거예요.

00:55:18.218 --> 00:55:24.388

그런데 이 식은 다시 $\omega^2 + 1$ 과
이렇게 일단 놔둬 볼게요.

00:55:24.488 --> 00:55:28.981

그런데 아까 ω 랑 ω 켈레복소수랑
곱한 것이 1이었잖아요.

00:55:29.081 --> 00:55:35.147

그렇기 때문에 ω 분의
1과 ω 의 켈레복소수가

00:55:35.247 --> 00:55:36.915

서로 같아지게 됩니다.

00:55:37.015 --> 00:55:41.727

그래서 애는 이렇게 바뀌서
써줄 수가 있겠죠.

00:55:41.827 --> 00:55:46.754

그다음에 ω^2 도 아까 ω 의
켈레복소수와 같았었어요.

00:55:46.854 --> 00:55:50.972

그래서 결국에 이 식은 이렇게
나오고 되면서 2배에

00:55:51.072 --> 00:55:54.202

ω 를 안으로 들여보내서 써준다면

00:55:54.302 --> 00:56:03.074

ω 의 켈레복소수의 제곱 더하기 이거의
켈레복소수라고 나오게 되죠.

00:56:03.174 --> 00:56:05.492

그런데 애는 또 누구의 근이었어요?

00:56:05.592 --> 00:56:10.119

애를 제공하고 더하고
+1해주면 0이 됐었죠.

00:56:10.219 --> 00:56:14.181

이거 인수분해해서 나오는
이차방정식을 생각했을 때.

00:56:14.281 --> 00:56:18.494

그렇기 때문에 이렇게 더한
것은 -1이 나오게 됩니다.

00:56:18.594 --> 00:56:23.805

그러면 결과적으로 이 식의 값은
-2가 된다고 할 수 있죠.

00:56:23.905 --> 00:56:27.099

이거 말고 제가 교재에
풀이를 써 놓은 것은

00:56:27.199 --> 00:56:28.988

아마 다른 풀이 방식을
해봤을 거예요.

00:56:29.088 --> 00:56:31.295

워낙 서로 같은 것들이 많으니까

00:56:31.395 --> 00:56:33.594

식을 변형할 수 있는
방법도 다양합니다.

00:56:33.694 --> 00:56:36.246

여러분이 편한 방법으로
변형을 하시면 돼요.

00:56:36.346 --> 00:56:41.423

어쨌든 그 변형하는 가운데에서

논리적인 이유 잘못되지 않게만

00:56:41.523 --> 00:56:43.993

조심하면서 변형을 해주시면

00:56:44.093 --> 00:56:46.874

값은 이렇게 복잡해 보이는 식이었지만

00:56:46.974 --> 00:56:49.864

아주 쉽게 값을 계산해줄

수가 있다는 거고요.

00:56:49.964 --> 00:56:53.068

그러려면 아까 그 공식이 좀

여러분한테 익숙해야겠죠.

00:56:53.219 --> 00:56:54.885

어떤 것들을 끌어낼 수 있느냐.

00:56:54.985 --> 00:56:56.097

근과 계수의 관계.

00:56:56.197 --> 00:56:57.760

근은 대입하면 성립한다는 것.

00:56:57.860 --> 00:57:00.579

그런 것들을 잘

생각해주시면 되고요.

00:57:00.679 --> 00:57:04.062

이제 그러면 연립방정식으로

가볼게요.

00:57:04.162 --> 00:57:07.521

우리 중학교 때

연립방정식 배웠어요.

00:57:07.621 --> 00:57:12.928

$x+y=1$, $x-y=2$ 간단하게

이런 걸 생각해볼까요?

00:57:13.028 --> 00:57:14.439

보자마자 뭐하고 싶으세요?

00:57:14.539 --> 00:57:16.131

두 식을 더하고 싶죠.

00:57:16.231 --> 00:57:19.798

각각이 성립한다면

더한 식도 성립한다.

00:57:19.898 --> 00:57:21.620

x 는 2분의 3이 나오고.

00:57:21.720 --> 00:57:24.717

그다음에 2분의 3을

여기에 대입해 주면

00:57:24.817 --> 00:57:26.867

y 는 -2분의 1이 나와요.

00:57:26.967 --> 00:57:29.692

두 식을 왜 더했나요?

00:57:29.991 --> 00:57:32.964

x, y 각각을 구하고 싶잖아요.

00:57:33.064 --> 00:57:37.422

그러면 이 식을 변형해서
문자를 소거해서 한 문자만

00:57:37.522 --> 00:57:39.265

남기고 싶은 거예요.

00:57:39.365 --> 00:57:42.009

연립방정식 풀이의 기본은 무엇이나.

00:57:42.109 --> 00:57:46.788

문자를 소거해가면서
한 문자만 남겨서

00:57:46.888 --> 00:57:50.769

한 문자에 대한 식으로
풀어내겠다는 것이거든요.

00:57:50.869 --> 00:57:55.845

그러려면 이렇게 소거하는 방법은
지금처럼 가감법이라고 했었죠.

00:57:55.945 --> 00:57:57.255

가감법이 있고요.

00:57:57.355 --> 00:58:01.665

아니면 $y=1-x$ 가 되고,

00:58:01.765 --> 00:58:06.309

이 $1-x$ 를 여기다 대입해서
소거해주는 대입법이 있었습시다.

00:58:06.409 --> 00:58:09.882

그 방법을 그대로 사용을
해주게 될 거예요.

00:58:09.982 --> 00:58:13.694

그래서 문제를 그냥 바로 풀어본
다음에 정리를 해드릴게요.

00:58:13.794 --> 00:58:19.161

$y=x-3$ 이라는 관계식이
있고, $x^2+y^2=17$ 이다.

00:58:19.261 --> 00:58:23.502

이런 연립방정식을 이제 연립
이차방정식이라고 불러요.

00:58:23.602 --> 00:58:28.495

일차식과 이차식을 연립한 거니까
차수를 큰 쪽에다 이름을 붙여줘서

00:58:28.595 --> 00:58:32.442

연립 이차방정식이라고 부르는데
푸는 것이 똑같다는 거예요.

00:58:32.542 --> 00:58:34.013
결국 뭘 하는 거라고요?

00:58:34.113 --> 00:58:35.943
문자를 소거하는 거.

00:58:36.043 --> 00:58:39.963
y가 나 소거해 주세요, 대입해
주세요라고 하고 있죠.

00:58:40.063 --> 00:58:48.153
 $x^2 + (x-3)^2 = 17$ 이다라고 y 대신에
x-3을 대입해줄 수가 있고요.

00:58:48.253 --> 00:58:51.509
전개해주면 이렇게 나오게 되겠죠.

00:58:51.609 --> 00:58:54.340
양변 2로 나눌 수 있고요.

00:58:54.440 --> 00:58:59.640
그러면 인수분해 했을 때 x의 값
2개를 찾을 수가 있겠네요.

00:58:59.740 --> 00:59:05.551
x가 4가 되거나 또는
x가 -1이고요.

00:59:05.651 --> 00:59:11.826
x가 4라고 한다면 $y = x-3$ 이었으니까
y가 1이 나오게 되겠죠.

00:59:11.926 --> 00:59:15.037
x가 -1이면 거기에다
3을 뺀을 때

00:59:15.137 --> 00:59:18.314
y가 -4가 된다는 걸
찾을 수가 있네요.

00:59:18.414 --> 00:59:21.476
그래서 이렇게 두 쌍의
해를 찾을 수가 있습니다.

00:59:21.576 --> 00:59:22.505
어렵지 않죠?

00:59:22.605 --> 00:59:25.446
이번에는 이차식과 이차식이에요.

00:59:25.546 --> 00:59:30.257
그러면 여기에서 한 문자를 소거하려고
할 때 2개를 더해볼까?

00:59:30.357 --> 00:59:35.351
여기 y^2 , $-y^2$ 더하니까
그래도 역시 xy,

00:59:35.451 --> 00:59:37.488
y가 없어지지 않고 남아 있어요.

00:59:37.588 --> 00:59:39.704

이거까지 없었으면
참 좋았을 텐데.

00:59:39.804 --> 00:59:41.553

가감법이 쉽지가 않아요.

00:59:41.653 --> 00:59:43.443

그런데 가만히 보니까

00:59:43.543 --> 00:59:48.358

여기 있는 식이 혹시 인수분해가
되는 거 보이세요?

00:59:48.458 --> 00:59:51.598

이것을 인수분해 해보겠습니다.

00:59:51.698 --> 00:59:56.636

그러면 1, 2, 1, 1 해서 여기
마이너스를 여기다 붙이게 된다면

00:59:56.736 --> 01:00:01.069

2-1 해서 앞에 x, y
계수가 1로 만들어지게 되죠.

01:00:01.169 --> 01:00:05.692

$x+y$ 와 $2x-y$ 로
인수분해가 됩니다.

01:00:05.792 --> 01:00:10.771

그러면 애가 0이 된다는
것은 x 가 $-y$ 랑 같거나

01:00:10.871 --> 01:00:13.805

또는 $2x$ 랑 y 랑 같다는 거예요.

01:00:13.905 --> 01:00:17.529

그러면 이 둘 중에 무엇일까라는
것을 고민하지 말고

01:00:17.629 --> 01:00:20.934

두 가지 경우를 모두 다
대입을 해보면 돼요.

01:00:21.034 --> 01:00:22.545

좀 귀찮습니다, 길어요.

01:00:22.645 --> 01:00:24.227

그렇지만 해봐야죠.

01:00:24.327 --> 01:00:29.359

그래서 먼저 첫 번째,
 $x=-y$ 이면 어떻게 될 것인가.

01:00:29.459 --> 01:00:30.816

이거를 어디다 대입하죠?

01:00:30.916 --> 01:00:33.678

두 번째 나와 있었던 식에다
대입을 해줘야겠죠.

01:00:33.778 --> 01:00:37.400
x 대신에 -y를 대입하는 거예요.

01:00:37.500 --> 01:00:44.284
그러면 $y^2 - y^2 + y^2 = 7$ 이라는
식으로 정리가 되네요.

01:00:44.384 --> 01:00:46.510
원래 식이 지금 보이시죠?

01:00:46.610 --> 01:00:50.747
 x^2 여기다 -y를
대입해서 제곱한 거고요.

01:00:50.847 --> 01:00:54.072
여기 x 대신에 -y를
넣고 y랑 곱했고요.

01:00:54.172 --> 01:00:55.720
y는 그대로 놔두고요.

01:00:55.820 --> 01:00:59.094
그래서 정리를 해주니까, 제가
아까 좀 빨리 계산해서.

01:00:59.194 --> 01:01:03.726
 $y^2 - y^2 + y^2$ 이라고 이렇게
나오게 된다는 거죠.

01:01:03.826 --> 01:01:10.836
그러면 y^2 은 7이 되고, y는
 $\sqrt{7}$ 이 되거나 또는 $-\sqrt{7}$ 이 되죠.

01:01:10.936 --> 01:01:14.225
그러면 x는 어떻게?

01:01:14.325 --> 01:01:24.247
x는 -y라고 했으니까 $-\sqrt{7}$ 이
되거나 또는 $\sqrt{7}$ 로 나오게 되겠죠.

01:01:24.347 --> 01:01:29.181
그래서 근을 잘 알아볼 수 있게
써주려면 애가 $-\sqrt{7}$ 일 때

01:01:29.281 --> 01:01:32.752
이게 $\sqrt{7}$ 이다라는 걸 알아볼
수 있도록 하기 위해서

01:01:32.852 --> 01:01:36.423
순서쌍으로 써주는 것이
깔끔하게 쓸 수 있습니다.

01:01:36.523 --> 01:01:41.130
x가 $-\sqrt{7}$ 일 때 y가 $\sqrt{7}$,
x가 $\sqrt{7}$ 일 때 y가 $-\sqrt{7}$.

01:01:41.230 --> 01:01:42.123
이렇게 나오고요.

01:01:42.223 --> 01:01:44.533

두 번째 경우, $y=2x$.

01:01:44.633 --> 01:01:48.350

이 경우는 y 에다 $2x$ 를
대입해주는 것이 편하겠죠.

01:01:48.450 --> 01:01:54.066

원래 방정식 y 자리에다
 $2x$ 를 대입해 볼게요.

01:01:54.166 --> 01:02:04.579

그러면 $x^2+2x^2+4x^2=7$ 이
되면서 $7x^2=7$ 이죠.

01:02:04.679 --> 01:02:10.015

$x^2=1$ 이니까 x 가 1이
되거나 또는 -1이 돼요.

01:02:10.115 --> 01:02:14.713

x 가 1이면 y 는 $2x$ 랑 같다고
했으니까 2가 되겠죠.

01:02:14.813 --> 01:02:17.088

이때 y 는 -2가 되겠죠.

01:02:17.188 --> 01:02:22.316

그래서 답을 써줄 때는 또
1일 때 2, -1일 때 -2.

01:02:22.416 --> 01:02:25.708

총 네 쌍의 해가 나오는
것을 확인할 수가 있네요.

01:02:25.808 --> 01:02:28.568

그래서 이렇게 다소 귀찮기는 하지만

01:02:28.668 --> 01:02:31.783

차분하게 경우를 나누어서
풀어주시면 돼요.

01:02:31.883 --> 01:02:33.683

중학교에서 고등학교 올라올 때

01:02:33.783 --> 01:02:35.578

여러분이 제일 적응을 못하는 게

01:02:35.678 --> 01:02:39.120

왜 이렇게 경우를 나눠야될까라는
건데 어쩔 수 없어요.

01:02:39.220 --> 01:02:40.257

고등학교 수학입니다.

01:02:40.357 --> 01:02:43.349

그래서 그렇게 경우
나눠서 풀어주시고요.

01:02:43.449 --> 01:02:46.191

그래서 미지수가 2개인
연립 이차방정식은

01:02:46.291 --> 01:02:48.370

일차식과 이차식이
연립이 되어 있다.

01:02:48.470 --> 01:02:50.538

아까 했던 대로 일차식을 이용해서

01:02:50.638 --> 01:02:54.882

한 문자를 소거해서
대입해주는 거예요.

01:02:54.982 --> 01:02:56.932

이차식, 이차식이 연립되어 있다.

01:02:57.032 --> 01:02:59.440

어느 하나를 인수분해,

01:02:59.540 --> 01:03:04.087

어느 하나를 인수분해하여
한 문자를 소거해줘요.

01:03:04.187 --> 01:03:09.675

그리고 다른 식에 대입해서
풀어주면 된다는 거죠.

01:03:09.775 --> 01:03:15.576

그리고 답 쓸 때 해당하는 x 의
해당하는 그 y 값을 잘 써줄 수 있도록

01:03:15.676 --> 01:03:18.909

조심해서 답 잘
써주시면 되겠습니다.

01:03:19.009 --> 01:03:23.891

이번에는 두 수의 합과 차에 대한
연립방정식이다라는 게 있는데.

01:03:23.991 --> 01:03:26.152

그러니까 합과 차가 나와
있는 식 있잖아요.

01:03:26.252 --> 01:03:30.307

그러면 우리 곱셈공식 변형해서
이렇게 제곱+제곱을 구한다던지

01:03:30.407 --> 01:03:31.668

그런 식으로 했었던 거.

01:03:31.768 --> 01:03:36.974

거기에서 이 방정식을 풀 때 $x+y$ 가
어떤 숫자 u 로 나와 있고,

01:03:37.074 --> 01:03:39.224

xy 가 v 라는 수로 나와 있으면

01:03:39.324 --> 01:03:44.458

물론 y 대신에 $u-x$ 를
대입해줄 수도 있어요.

01:03:44.558 --> 01:03:49.361

그런데 그렇게 대입하는 과정을

거치지 말고 한 번에 그냥

01:03:49.461 --> 01:03:54.836

x, y 가 어떤 방정식의 두 해가 될지를 한번 생각을 해보는 거예요.

01:03:54.936 --> 01:03:55.830

결론이 나오죠.

01:03:55.930 --> 01:03:59.324

x, y 가 만약에 이차방정식의 해가 된다면.

01:03:59.424 --> 01:04:05.000

왜냐하면 x, y 두 수니까 이차방정식의 그 두 근이 될 수가 있잖아요.

01:04:05.100 --> 01:04:06.694

그리고 합과 곱이 나와 있잖아요.

01:04:06.794 --> 01:04:15.827

그렇다면 그 두 수를 근으로 하는 이차방정식을 만들어줄 수가 있죠.

01:04:15.927 --> 01:04:18.589

이차방정식 여기 x 랑 변수가 겹치면,

01:04:18.689 --> 01:04:24.668

문자가 겹치면 보기 안 좋으니까 t 로 잡아서 써보면 $t^2-ut+v=0$

01:04:24.768 --> 01:04:30.670

이렇게 써주면 두 근의 합이 6, 그다음에 곱이 v 가 되는

01:04:30.770 --> 01:04:33.710

그 이차항의 계수가 1인 이차방정식이 되는 거죠.

01:04:33.810 --> 01:04:35.034

예를 들어서 볼까요?

01:04:35.134 --> 01:04:37.816

$x+y=4$ 이고, $xy=3$ 이다.

01:04:37.916 --> 01:04:47.911

그러면 x, y 를 근으로 갖는 이차방정식을 생각해 보자는 거예요.

01:04:48.445 --> 01:04:50.918

즉, 무슨 뜻이냐.

01:04:51.018 --> 01:04:56.400

t 로 써서 $t=x$ 또는 y 이렇게 근이 만들어지게 된다는 거죠.

01:04:56.500 --> 01:05:02.785

그러려면 x, y 합한 거 그것이 일차항의 계수, 곱이 상수항으로

01:05:02.885 --> 01:05:06.021

이렇게 가는 방정식을
생각해 줄 수가 있겠죠.

01:05:06.121 --> 01:05:08.589

두 근의 합이 4, $x+y$ 가 4.

01:05:08.689 --> 01:05:11.459

두 근의 곱이
3이잖아요, xy 가 3.

01:05:11.559 --> 01:05:14.840

그러면 이거는 쉽게 인수분해를 하든

01:05:14.940 --> 01:05:17.388

근의 공식을 이용하든
해서 풀 수가 있고.

01:05:17.488 --> 01:05:20.850

여기에서 나오는 t 의
값이 1 또는 3입니다.

01:05:20.950 --> 01:05:27.970

그러면 $x=1$ 일 때 $y=3$ 이 되거나
아니면 $x=3$ 이고 $y=1$ 일 수도 있죠.

01:05:28.070 --> 01:05:29.571

지금 대입해 보세요.

01:05:29.671 --> 01:05:30.788

둘 다 해가 됩니다.

01:05:30.888 --> 01:05:35.455

x, y 를 원래 식 자체가 제가
대칭식이라고 이름을 붙였었잖아요.

01:05:35.555 --> 01:05:40.276

x, y 가 서로 자리를 바꾸더라도
전혀 식의 값에 변함이 없어요.

01:05:40.376 --> 01:05:46.690

그래서 이렇게 1, 3과 3, 1
두 쌍의 해를 갖는 방정식이 돼요.

01:05:46.790 --> 01:05:47.896

합과 곱이 나와 있다.

01:05:47.996 --> 01:05:51.645

그러면 바로 이차방정식을 그
근과 계수의 관계를 이용해서

01:05:51.745 --> 01:05:53.866

작성해 볼 수 있겠구나라는 거고요.

01:05:53.966 --> 01:05:56.407

잠시 유의사항 하나 말씀드릴게요.

01:05:56.507 --> 01:06:02.107

2015 개정 교육과정에서는
성취기준에서 미지수가 3개인

01:06:02.207 --> 01:06:05.408

일차 연립방정식의 풀이는
제외되었습니다.

01:06:05.508 --> 01:06:08.630

2009 개정 교육과정까지는
 x , y , z .

01:06:08.730 --> 01:06:13.382

이렇게 세 문자를 가지고 있는 3개를
연립해 놓은 방정식이 있었어요.

01:06:13.482 --> 01:06:16.713

그거 푸는 문제가 그냥
푸는 거는 쉬운데

01:06:16.813 --> 01:06:18.996

막 근이 존재하는 조건,
존재하지 않는 조건.

01:06:19.150 --> 01:06:21.379

이런 것들 생각하는 게
좀 까다로웠거든요.

01:06:21.479 --> 01:06:24.288

여러분의 학습 부담을
경감하기 위해서 땀습니다.

01:06:24.388 --> 01:06:25.391

교과서에 없어요.

01:06:25.491 --> 01:06:29.802

혹시 있는 문제집이 있다면 반드시
X하고 그건 풀지 마세요.

01:06:29.902 --> 01:06:33.612

교육과정의 성취기준에서 빠진
것은 절대로 다루지 않습니다.

01:06:33.712 --> 01:06:37.126

학교에서도 시험 문제 내면
지적사항으로 내려오게 돼요.

01:06:37.226 --> 01:06:40.078

그래서 문제를 낼 수가 없어요,
성취기준에서 빠진 것은.

01:06:40.178 --> 01:06:42.701

그리고 당연히 수능에
나오지 않고요.

01:06:42.801 --> 01:06:44.615

그러니까 그거는 풀지 마시고요.

01:06:44.715 --> 01:06:47.185

그다음에 제가 2016이라고
적었네요, 여기를.

01:06:47.285 --> 01:06:52.375

2015 개정 교육과정의
교수학습 방법 및 유의사항에서

01:06:52.475 --> 01:06:55.783
미지수가 2개인 연립
이차방정식은 일차식과 이차식이

01:06:55.883 --> 01:06:59.880
각각 1개씩 주어진 경우,
그렇게 하나씩 딱 주어졌을 때

01:06:59.980 --> 01:07:05.397
두 이차식 중 한 이차식이 간단히
인수분해 되는 경우만 다룬다.

01:07:05.497 --> 01:07:09.452
예전 2009 개정
교육과정의 문제집들을 보면

01:07:09.552 --> 01:07:12.974
두 식이 인수분해가 되지 않는
이차식 나오는 경우 있어요.

01:07:13.074 --> 01:07:16.265
그럴 때 최고차항을 소거하거나
상수항을 소거하거나

01:07:16.365 --> 01:07:19.239
이런 문제들이 나오는데
그런 거 다루지 말라라고

01:07:19.339 --> 01:07:22.345
교수학습 방법 및
유의사항에 준 거예요.

01:07:22.445 --> 01:07:26.327
꼼꼼히 읽어보신 학교 선생님들은
이거 시험 문제 안 내실 거고.

01:07:26.427 --> 01:07:29.455
이것도 시험 문제 냈을 때 좀
지적 사항에 걸릴 수도 있긴 한데

01:07:29.555 --> 01:07:31.422
이거처럼 강력하지는 않습니다.

01:07:31.522 --> 01:07:34.845
다룰 수는 있겠지만, 수능에는
또 절대 나오지 않는다는 거.

01:07:34.945 --> 01:07:38.890
그래서 두 이차식 중 한 이차식이
제가 아까 인수분해 되면

01:07:38.990 --> 01:07:41.586
인수분해 해서 대입하자고 얘기했죠.

01:07:41.686 --> 01:07:44.714
그런 것만 나오게 된다는
거 참고하시고요.

01:07:44.814 --> 01:07:47.539
그러면 개념 확인 문제 풀어볼게요.

01:07:47.639 --> 01:07:52.323

ω 를 $x^3=1$ 의 한
허근이라고 했습니다.

01:07:52.423 --> 01:07:57.391

우리 본 지 좀 지났으니까 다시
한번 인수분해를 해볼까요?

01:07:57.491 --> 01:08:00.754

$(x-1)(x^2+x+1)$.

01:08:00.854 --> 01:08:06.140

여러분도 외우지 말고 그때
그때 이렇게 써보시면 돼요.

01:08:06.240 --> 01:08:09.457

이거의 한 허근이니까
세 제곱해서 1 나오게 되고.

01:08:09.557 --> 01:08:12.849

근과 계수의 관계에 의해서
이렇게 더한 게 -1,

01:08:12.949 --> 01:08:15.525

그다음에 둘을 곱한
것이 1이 나오고.

01:08:15.625 --> 01:08:17.385

이런 성질들이 있구나.

01:08:17.485 --> 01:08:22.549

그런데 지금 문제에서 구하라고
한 것은 이 값이거든요.

01:08:22.649 --> 01:08:27.192

그러면 식을 최대한 간단히
만들어보는 연습을 해볼 거예요.

01:08:27.292 --> 01:08:31.454

$\omega^2+\omega+1$ 이 또 0인 상황이에요.

01:08:31.554 --> 01:08:35.779

이걸 인수분해 한 식에서
나오게 된 것이니까.

01:08:35.879 --> 01:08:37.338

그러니까 이 인수분해 해서

01:08:37.438 --> 01:08:41.430

이 부분이 근으로 나온
것이 바로 ω 니까.

01:08:41.530 --> 01:08:43.868

그럼 $\omega+1$ 은 뭐랑 같죠?

01:08:43.968 --> 01:08:46.754

$-\omega^2$ 과 같습니다.

01:08:46.854 --> 01:08:48.602

일단 바뀌서 쓸 수가 있고요.

01:08:48.702 --> 01:08:54.573

그다음에 ω^2+1 이 부분만
썻본다면 이것은 $-\omega$ 가 되죠.

01:08:54.673 --> 01:08:59.850

그렇다면 애는 $-\omega$ 와,
이게 $-\omega$ 가 되고요.

01:08:59.950 --> 01:09:03.510

또 $-\omega$ 분의 2가 되는 거예요.

01:09:03.610 --> 01:09:13.556

그러면 식이 $-\omega^2$ 분의 1에다
그다음에 -2ω 분의 2가 되니까

01:09:13.656 --> 01:09:17.906

2를 약분해 보면 $-\omega$ 분의
1이라고 나오게 되겠죠.

01:09:18.006 --> 01:09:21.876

그러면 애를 ω^2 으로
통분을 했을 때

01:09:21.976 --> 01:09:23.620

마이너스 앞에 끌어내고요.

01:09:23.720 --> 01:09:27.834

여기에서 1, 여기에서
 $+\omega$ 가 나오게 되죠.

01:09:27.934 --> 01:09:31.471

마이너스 끌어냈으니까, 그리고
 ω^2 으로 통분했으니까.

01:09:31.571 --> 01:09:34.275

그런데 $\omega+1$ 은 뭐랑 같아요?

01:09:34.375 --> 01:09:37.628

$-\omega^2$ 과 같습니다.

01:09:37.728 --> 01:09:42.391

그래서 이렇게 식을 정리하다
보니까 무엇이 나오게 되었죠?

01:09:42.491 --> 01:09:45.309

이거랑 이거랑 약분되고
마이너스랑 마이너스랑 만나서

01:09:45.409 --> 01:09:46.820

그냥 1이 되는 거죠.

01:09:46.920 --> 01:09:49.153

간단하게 1로 정리가 됩니다.

01:09:49.253 --> 01:09:52.790

여기 있었던 이 이차식에서
하나씩 차수를 줄여가면서

01:09:52.890 --> 01:09:55.980

정리를 하다 보면 쉽게

답을 찾을 수가 있어요.

01:09:56.080 --> 01:09:58.169
그래서 이런 재미있는 성질 때문에

01:09:58.269 --> 01:10:01.089
이 ω 에 대한 문제가
많이 나오는 편입니다.

01:10:01.189 --> 01:10:05.602
이제 이 사차방정식의 두 허근을
 α, β 라고 할 때 $\alpha^2 + \beta^2$.

01:10:05.702 --> 01:10:08.490
사차방정식을 풀어봐야겠죠.

01:10:08.590 --> 01:10:14.007
그러면 기본적으로 이렇게 x 에
대한 다항식 형태로 나와 있으니까

01:10:14.107 --> 01:10:15.888
후보를 잡아 볼까요?

01:10:15.988 --> 01:10:19.329
최고차항의 계수는 1이고,
상수항은 -6이니까

01:10:19.429 --> 01:10:22.238
이 6의 약수 중에서
가장 만만한 거 1.

01:10:22.338 --> 01:10:25.966
1을 대입해 보면 0이 나오네요.

01:10:26.066 --> 01:10:30.144
그러면 이거는 $x-1$ 을
인수로 가지기 때문에

01:10:30.244 --> 01:10:35.817
이렇게 조립제법 써서
인수분해 해보겠습니다.

01:10:40.710 --> 01:10:43.247
6, 그다음에 여기가 -6이죠.

01:10:43.347 --> 01:10:45.074
0 이렇게 되고요.

01:10:45.174 --> 01:10:49.080
그러면 이 식은 지금
이렇게 된 거에 의하면

01:10:49.180 --> 01:10:57.178
 $x-1$ 과 $x^3 + 4x^2 + 7x + 6$.

01:10:57.278 --> 01:10:59.546
이렇게 인수분해가 된 거죠.

01:10:59.646 --> 01:11:02.158
그러면 한 번 더
인수분해를 해봐야겠죠.

01:11:02.258 --> 01:11:04.968

여기다가 또 대입할 수
있는 거 뭐가 있을까요?

01:11:05.068 --> 01:11:07.639

-1 대입해 볼까요?

01:11:07.739 --> 01:11:10.864

그러면 0이 안 나오네요.

01:11:10.964 --> 01:11:13.744

3-7+6 해서 나오지 않고.

01:11:13.844 --> 01:11:16.880

그러면 6의 약수 중에서
앞이 전부 다 플러스니까

01:11:16.980 --> 01:11:18.211

음수를 대입해야지만

01:11:18.311 --> 01:11:21.215

플, 마, 플, 마가 나오면서
0이 나오게 될 거예요.

01:11:21.315 --> 01:11:25.080

한번 -2를 대입해 볼까요?

01:11:27.639 --> 01:11:31.898

그러면 -22와 22 만나서
0이 나오게 되죠.

01:11:31.998 --> 01:11:36.036

그러면 -2로 이 몫의 부분이
인수분해가 되는 거니까

01:11:36.136 --> 01:11:41.619

또 역시 조립제법을 써보게
되면 이렇게 되네요.

01:11:41.719 --> 01:11:50.425

그래서 이 부분은 다시
 $(x+2)(x^2+2x+3)$ 이 됩니다.

01:11:50.525 --> 01:11:54.600

그러면 여기에서, 여기에서는
실근 2개 나오게 되고요.

01:11:54.700 --> 01:11:55.988

1과 -2가 나오고요.

01:11:56.088 --> 01:12:00.362

이거의 판별식을 한번 적어
보게 되면 1^2-3 이니까

01:12:00.462 --> 01:12:04.159

음수가 나오면서 0보다 작아서
허근 나온다는 거 알 수 있죠.

01:12:04.259 --> 01:12:09.347

그 허근 α, β 에 대해서

$\alpha^2 + \beta^2$ 구하라고 했는데

01:12:09.447 --> 01:12:11.837

α, β 를 직접 구할
필요 없었어요.

01:12:11.937 --> 01:12:13.920

둘을 더한 것이 -2고,

01:12:14.020 --> 01:12:17.944
근과 계수의 관계에 의해서 곱한
것이 3으로 나오게 되죠.

01:12:18.044 --> 01:12:22.674

그러면 제곱+제곱 해준
것은 $(\alpha + \beta)^2$ 에서

01:12:22.774 --> 01:12:24.319

$2\alpha\beta$ 를 빼주면 되죠.

01:12:24.419 --> 01:12:25.644

곱셈공식의 변형.

01:12:25.744 --> 01:12:31.583

그래서 -2를 제곱해주고 -2×3
하면 되니까 -2로 계산이 되네요.

01:12:31.683 --> 01:12:33.646

그래서 답 4번으로 나오게 되고요.

01:12:33.746 --> 01:12:36.137

그냥 방정식 잘 풀어주면
되는 거였어요.

01:12:36.237 --> 01:12:38.987

그다음에 여기에서 모든 실근의
곱을 구하자라고 했는데

01:12:39.087 --> 01:12:42.186

보자마자 치환해야지라는
거 보이세요?

01:12:42.286 --> 01:12:46.631

여기에서 $x^2 - 3x$,
 $x^2 - 3x$ 서로 겹치니까

01:12:46.731 --> 01:12:50.975

이 $x^2 - 3x$ 라는 것을
 t 로 바꿔서 써보겠습니다.

01:12:51.075 --> 01:12:56.088

그러면 $t^2 + 5t + 6 = 0$ 이
되는데 이렇게 되니까

01:12:56.188 --> 01:12:58.435

t 에 대한 이차방정식이 됐어요.

01:12:58.535 --> 01:13:02.590

$t+2$ 와 $t+3$ 으로
인수분해가 되죠.

01:13:02.690 --> 01:13:09.392

그러면 원래대로 다시
 x^2-3x 를 돌려서 써볼까요?

01:13:10.574 --> 01:13:16.133

모든 실근의 곱을 구하여라라고
했는데 여기에서 근을 보니까

01:13:16.233 --> 01:13:22.772

판별식을 썼을 때 이 이차방정식의
판별식이 1이 되면서 0보다 크네요.

01:13:22.872 --> 01:13:30.880

여기에서 판별식을 구한다면 $3^2-3\times 4$,
음수가 나와요, -3이 되니까.

01:13:30.980 --> 01:13:33.538

그러면 실근은 여기에서
생긴다는 거죠.

01:13:33.638 --> 01:13:36.640

그러면 그 실근의 곱은
근과 계수의 관계에 의해서

01:13:36.740 --> 01:13:40.699

상수항에 해당되는 2가
된다는 걸 알 수 있어요.

01:13:40.799 --> 01:13:44.553

근을 직접 다 구하지 않고도
이렇게 중간까지만 와서도

01:13:44.653 --> 01:13:49.412

지금 분명히 사차방정식 문제였지만
결국은 인수분해 하다 보면

01:13:49.512 --> 01:13:53.196

이차식과 이차식 또는
일차식과 이차식 이런 식으로

01:13:53.296 --> 01:13:57.649

인수분해가 되기 때문에 거기에서
이차방정식에 대한 이론을

01:13:57.749 --> 01:14:01.141

좀 잘 적당히 적용을 시켜서
볼 수 있다는 것입니다.

01:14:01.241 --> 01:14:05.388

이제 이 연립방정식의 해를
구해 보도록 할게요.

01:14:05.488 --> 01:14:08.649

일차식과 이차식 연립이
되어 있어요.

01:14:08.749 --> 01:14:10.371

문자를 소거해주는 것.

01:14:10.471 --> 01:14:13.354

즉, 한 문자로 바꾸어서

대입을 하거나 가감법 쓰거나

01:14:13.454 --> 01:14:15.315
그렇게 하는 것이
기본이라고 했습니다.

01:14:15.415 --> 01:14:19.186
지금 보니까 이 일차식이 아주
쉽게 변형이 되는 거 보이세요?

01:14:19.286 --> 01:14:22.632
 x 가 $y+2$ 라고 할 수가 있죠.

01:14:22.732 --> 01:14:26.724
그러면 그거를 여기 x 자리에다
대입을 해주는 거예요.

01:14:26.824 --> 01:14:31.190
그럼 x 를 제공한 것은 $y+2$ 를
제공했다고 볼 수가 있고.

01:14:31.290 --> 01:14:35.170
 x 대신에 $y+2$ 를
넣고 y 와 곱해주고

01:14:35.270 --> 01:14:40.561
 $-y^2$ 해준 것이 5가 된다는
방정식을 풀면 되겠죠.

01:14:40.661 --> 01:14:45.071
그러면 전개를 해주고요.

01:14:46.117 --> 01:14:51.907
여기에서 y^2 과 y^2 이 소거가
되면서 $-y^2$ 이 하나 남게 되죠.

01:14:52.007 --> 01:14:56.096
 $4y$ 와 $-2y$ 가 $+2y$ 가 되고요.

01:14:56.196 --> 01:15:00.079
4하고 5를 이쪽으로
넘겨 오면 -1 이 되죠.

01:15:00.179 --> 01:15:05.026
애는 $(y-1)^2$ 에 마이너스를
붙여준 식과 같네요.

01:15:05.126 --> 01:15:07.399
아니면 양변에 마이너스
곱해서 정리했을 때

01:15:07.499 --> 01:15:09.669
바로 이렇게 나오는
거 볼 수 있죠.

01:15:09.769 --> 01:15:12.756
 y 의 값이 1이라는
중근을 가집니다.

01:15:12.856 --> 01:15:16.700
그렇다면 $x=y+2$ 와

같다고 했어요.

01:15:16.800 --> 01:15:18.846
여기다가 2를 더해보면 3이 나와서

01:15:18.946 --> 01:15:21.799
해가 딱 중근으로써
유일하게 한 쌍이 나오죠.

01:15:21.899 --> 01:15:27.166
 $\alpha + \beta$ 의 값 구해보면 $3+1$ 해서
4가 나오면서 답이 4번이 되고요.

01:15:27.266 --> 01:15:29.855
이런 응용 문제 이제
풀 수 있는 거예요.

01:15:29.955 --> 01:15:31.913
실생활에 사실 이것뿐만 아니라

01:15:32.013 --> 01:15:36.993
되게 다양한 상황을 여러분이
 x, y 문자로 표현을 하면서

01:15:37.093 --> 01:15:43.848
방정식을 만들고 내가 원하는
미지수의 값을 끌어낼 수 있어요.

01:15:43.948 --> 01:15:48.144
대각선의 길이가 25이고, 세로의
길이를 y 라고 해볼까요.

01:15:48.244 --> 01:15:53.505
가로의 길이를 x 라고 했을 때
세로의 길이가 가로의 길이보다

01:15:53.605 --> 01:15:55.360
5cm가 더 길다는 거죠.

01:15:55.460 --> 01:15:57.463
그런데 대각선은 뭐가 되죠?

01:15:57.563 --> 01:15:59.423
 $x^2 + y^2$.

01:15:59.523 --> 01:16:02.553
직사각형 모양이라고 했으니까

01:16:02.653 --> 01:16:06.356
피타고라스의 정리를 반 잘랐을
때 사용을 해줄 수가 있죠.

01:16:06.456 --> 01:16:10.622
 $x^2 + y^2$ 이 대각선의
길이가 25라고 했으니까

01:16:10.722 --> 01:16:14.294
 25^2 과 같아서 625로
나오게 됩니다.

01:16:14.394 --> 01:16:15.760

넓이를 구하래요.

01:16:15.860 --> 01:16:20.113
xy의 값이 얼마가 되는지를
찾아주면 되겠습니다.

01:16:20.213 --> 01:16:26.501
그러면 y가 $x+5$ 와 같으니까
이제 찾을 수 있는 것이

01:16:26.601 --> 01:16:31.088
y 대신에 $x+5$ 를
대입해 보면 되겠죠.

01:16:32.463 --> 01:16:34.249
그러면 이렇게 되고요.

01:16:34.349 --> 01:16:41.203
 $2x^2+10x+25$ 인데 625
빼면 이렇게 나오게 되고.

01:16:41.303 --> 01:16:48.138
양변을 2로 나눴을 때 식이
이런 식으로 정리가 되면서

01:16:48.238 --> 01:16:56.670
이거는 $x+25$ 와 그리고,
25가 아니라 $x+$,

01:16:56.816 --> 01:16:59.143
300 같은 경우에 15하고
20하고 곱한 거죠.

01:16:59.243 --> 01:17:04.141
그래서 $x+20$ 과 $x-15$
이렇게 인수분해가 됩니다.

01:17:04.241 --> 01:17:09.727
그러면 x가 -20이거나 15
이렇게 2개가 나오는데.

01:17:09.827 --> 01:17:12.200
이게 지금 실생활 응용 문제였어요.

01:17:12.300 --> 01:17:13.915
과연 이 맥락에서 x의 값은

01:17:14.015 --> 01:17:16.624
무엇이 될 것인가를
판단을 해줘야 되는데

01:17:16.724 --> 01:17:19.035
x가 의미하는 것이 길이였죠.

01:17:19.135 --> 01:17:21.092
그렇다면 양수로 나와야 합니다.

01:17:21.192 --> 01:17:22.443
그래서 x가 15가 되고요.

01:17:22.543 --> 01:17:27.635

그렇다면 y 는 x 에다 5를 더해 주는 것이니까 20이 나오게 되겠죠.

01:17:27.735 --> 01:17:30.621

넓이는 둘을 곱한 거
찾으라고 하는 것이니까

01:17:30.721 --> 01:17:34.196

넓이는 300cm^2
이렇게 되겠네요.

01:17:34.296 --> 01:17:38.531

내가 포장해야 되는 물건의 어떤
넓이 같은 거, 겉넓이가 있다면

01:17:38.631 --> 01:17:41.793

애로 충분히 포장을 할 수
있을 것인가를 판단할 때

01:17:41.893 --> 01:17:44.729

이런 문제를 풀어볼 수가 있겠죠.

01:17:44.829 --> 01:17:47.207

이제 10-6번에서는 세 실수

01:17:47.307 --> 01:17:50.017

a, b, c 에 대해서
하나의 다항식이 나왔어요.

01:17:50.117 --> 01:17:53.318

우리 보통 다항식 쓸 때
 $f(x)$ 이렇게 썼었는데

01:17:53.418 --> 01:17:55.685

여기에서는 $P(x)$ 적어줬네요.

01:17:55.785 --> 01:17:57.778

이름은 얼마든지 바꿀 수 있어요.

01:17:57.878 --> 01:18:00.742

$f(x)$ 가 될 수도 있고,
 $g(x)$ 가 될 수도 있었고

01:18:00.842 --> 01:18:02.116

이렇게 $P(x)$ 가 될 수도 있고

01:18:02.216 --> 01:18:06.421

어쨌든 간에 x 를 넣었을 때
어떤 계산을 하게 되는

01:18:06.521 --> 01:18:10.007

다항식이냐라는 것을 그냥
알려줬다고 생각을 하면 돼요.

01:18:10.107 --> 01:18:16.173

이제 조건을 보니까 $2+i$ 가 $P(x)=0$ 이
되도록 하는 것의 근이래요.

01:18:16.273 --> 01:18:22.009

무슨 뜻이냐면 이렇게 이 식이
0이 되도록 하는 이 방정식.

01:18:22.109 --> 01:18:26.224

이거의 한 근이 $2+i$ 가
된다는 거거든요.

01:18:26.324 --> 01:18:28.851
자동으로 무엇이 나오게 되나요?

01:18:28.951 --> 01:18:33.943
다른 한 근, 자동으로
우리가 구해줄 수가 있죠.

01:18:34.043 --> 01:18:37.078
바로 $2-i$ 가 나오게 됩니다.

01:18:37.178 --> 01:18:39.825
그러면 두 근을 찾았어요.

01:18:39.925 --> 01:18:44.056
나머지 한 근을 미지수라고
했을 때 어떤 a 라고 봤을 때

01:18:44.156 --> 01:18:46.844
세 근에 대한 어떤
합, 2개끼리 곱,

01:18:46.944 --> 01:18:49.600
세 근의 곱에 대한
정보가 나와 있다면,

01:18:49.700 --> 01:18:53.813
그렇게 나와 있다면 그거를 이용해서
식을 풀면 좀 편할 거예요.

01:18:53.913 --> 01:18:57.859
그런데 그런 값이 하나도 계수가
나와 있지 않아요, 안타깝게도.

01:18:57.959 --> 01:19:00.879
그런데 나와 있는 것은 무엇이나.

01:19:00.979 --> 01:19:07.044
지금 (나)의 조건을 보니까 $P(x)$ 를
일차식 $x-1$ 로 나누었을 때

01:19:07.144 --> 01:19:09.152
나머지가 1이라는 거거든요.

01:19:09.252 --> 01:19:11.921
무엇을 바로 적용할 수가 있나요?

01:19:12.021 --> 01:19:14.409
나머지 정리.

01:19:14.509 --> 01:19:17.645
 $Q(x)$ 가 뭔지는
모르지만 어쨌든 양변에다

01:19:17.745 --> 01:19:20.036
1을 대입했을 때 1이
나오게 될 거다.

01:19:20.136 --> 01:19:28.177
즉, $P(1)$ 의 값을 주고 있으니까
알려준 것이 $1-a+b-c$,

01:19:28.277 --> 01:19:29.842
여기에다 1 대입해본 값.

01:19:29.942 --> 01:19:33.183
이것이 1이 될 거다라는
것은 알려주는 거죠.

01:19:33.283 --> 01:19:34.874
그러면 이거를 이용해서

01:19:34.974 --> 01:19:39.089
뭔가 우리가 값을 찾을 수 있지
않을까라고 생각을 해보겠습니다.

01:19:39.189 --> 01:19:46.448
그러면 지금 x^3-ax^2+bx-c
이거의 일단 두 근이

01:19:46.548 --> 01:19:48.807
 $2+i$ 와 $2-i$ 가 나왔어요.

01:19:48.907 --> 01:19:52.679
그러면 여기 애를 인수분해
했다고 생각했을 때

01:19:52.779 --> 01:20:00.662
 $2+i$ 와 $2-i$ 를 근으로
갖는 뭔가 이차방정식.

01:20:00.762 --> 01:20:05.008
그것과 일차식 하나의
곱으로 나오지 않겠어요?

01:20:05.108 --> 01:20:07.532
 $2+i$ 와 $2-i$ 가 근이라고 했으니까

01:20:07.632 --> 01:20:10.679
그걸 근으로 갖는 이차방정식을
인수로 가지게 될 거잖아요.

01:20:10.779 --> 01:20:13.684
그런데 애를 근으로 갖는
이차방정식이라는 것은

01:20:13.784 --> 01:20:17.781
둘을 합해 보면 4가
나오게 되고요.

01:20:17.881 --> 01:20:20.590
둘을 곱해 보면 5가
나오게 되잖아요.

01:20:20.690 --> 01:20:23.335
그렇기 때문에 그 근과
계수의 관계를 활용해서

01:20:23.435 --> 01:20:25.814

바로 방정식을 작성해줄
수가 있습니다.

01:20:25.914 --> 01:20:27.102

이렇게 나오고요.

01:20:27.202 --> 01:20:29.526

2개 똑같은 게
항등식이 되어야 돼요.

01:20:29.626 --> 01:20:32.883

그럼 앞에 세 제곱의 계수가 1이죠.

01:20:32.983 --> 01:20:38.363

그럼 x^2 과 곱해서 x^3 이
나오려면 x 가 들어가야 되겠고요.

01:20:38.463 --> 01:20:44.856

5하고 곱해서 $-c$ 가 나오려면 여기
 -5 분의 c 가 들어가면 되겠죠.

01:20:44.956 --> 01:20:49.570

그런데 여기다가 1을 대입한
게 1이 된다고 했습니다.

01:20:49.670 --> 01:20:53.143

그러면 이 식에도 x 에다
1을 대입해 주게 된다면

01:20:53.243 --> 01:21:00.142

$(1-4+5)(1-5\text{분의 } c)$
해서 1이 나오게 되는 거죠.

01:21:00.242 --> 01:21:03.538

그러면 이거 계산한 게 2죠.

01:21:03.638 --> 01:21:08.207

이 값이 1이 되니까 $1-5$ 분의
 c 가 2 분의 1이 되겠네요.

01:21:08.307 --> 01:21:12.008

-5 분의 c 는 -2 분의
1이 되고요.

01:21:12.108 --> 01:21:18.419

c 의 값을 구해 보면 c 는
 2 분의 5로 나오게 됩니다.

01:21:18.519 --> 01:21:22.033

이렇게 c 의 값이 2 분의
5라는 것을 구했어요.

01:21:22.133 --> 01:21:27.737

그러면 그걸 원래대로 다시
되돌려서 생각을 했을 때

01:21:27.837 --> 01:21:31.433

c 는 일단 여기 이제
 $+2$ 분의 5가 된다는 건데

01:21:31.533 --> 01:21:33.765
여기 일단은 그냥 -c로 놔볼게요.

01:21:33.865 --> 01:21:38.929
애가 인수분해가 되는
것이 x-5분의 c였는데

01:21:39.029 --> 01:21:43.900
c가 2분의 5니까 5분의 c는,

01:21:44.000 --> 01:21:49.060
그러니까 c가 2분의 5가 되니까
5분의 c는 2분의 1이 되죠.

01:21:49.160 --> 01:21:51.863
-5분의 c는 -2분의 1입니다.

01:21:51.963 --> 01:21:56.469
그래서 여기 x-5분의 c였는데
여기 x-2분의 1이 돼요.

01:21:56.569 --> 01:22:02.725
문제에서 뭐 구하라고 했냐면
a+b+c의 값을 구하라고 했어요.

01:22:02.825 --> 01:22:05.252
여기다가 뭐 대입하면
찾을 수 있을까요?

01:22:05.352 --> 01:22:07.986
a랑 c 앞에서는 이미
마이너스가 있죠.

01:22:08.086 --> 01:22:10.810
그러니까 b 앞에만 마이너스가 되면

01:22:10.910 --> 01:22:15.005
쉽게 우리가 a+b+c의 값을
구할 수가 있을 거예요.

01:22:15.105 --> 01:22:18.848
그렇기 때문에 이럴 때 또
항등식의 성질을 사용해서

01:22:18.948 --> 01:22:23.221
x에다 -1을 한번 대입해 볼게요.

01:22:23.321 --> 01:22:24.964
그러면 좌변이 이렇게 되고

01:22:25.064 --> 01:22:30.317
우변의 값은 이렇게 나오게 되겠죠.

01:22:30.417 --> 01:22:36.055
그러면 10과 애는 -2분의
3을 곱한 것이 되면서

01:22:36.155 --> 01:22:38.896
-15가 나오게 돼요.

01:22:38.996 --> 01:22:44.949

그러면 $-1a-b-c$ 가
 -15 입니다.

01:22:45.049 --> 01:22:47.860
 $a+b+c$ 의 값은 얼마인가요?

01:22:47.960 --> 01:22:50.524
이거 이항하고 애
이항했다고 생각해 보면

01:22:50.624 --> 01:22:52.815
값이 14로 나오게 되겠죠.

01:22:52.915 --> 01:22:57.391
그래서 a, b, c 더한 값은
14가 된다고 구해줄 수가 있어요.

01:22:57.491 --> 01:23:01.762
이렇게 10-6번은 보시면
제가 좀 너무 욕심을 냈어요.

01:23:01.862 --> 01:23:03.851
학력평가에 29번 문제였어요.

01:23:03.951 --> 01:23:07.635
29번 문제는 거의 킬러 문제로
1등급을 가르는 문제,

01:23:07.735 --> 01:23:10.081
이렇게 굉장히 어려운
문제여서 제가 다른 강들은

01:23:10.181 --> 01:23:11.751
이렇게 어려운 문제를 안 넣었는데

01:23:11.851 --> 01:23:14.371
이번 강에 그냥 욕심을
부려서 한번 넣어봤습니다.

01:23:14.471 --> 01:23:16.858
혹시 못 풀었다고 하더라도
너무 좌절하지 마시고요.

01:23:16.958 --> 01:23:20.341
조금씩 조금씩 이렇게 풀어가면서
가면 되는 거예요.

01:23:20.441 --> 01:23:23.449
앞에 내용들을 좀 많이 복습할
수 있어서 제가 넣어봤고요.

01:23:23.549 --> 01:23:25.568
이렇게 우리 여러 가지
방정식 배웠고요.

01:23:25.668 --> 01:23:30.138
이제 다음 강에서는 여러 가지
부등식을 공부해 보도록 하겠습니다.