

WEBVTT

00:00:10.566 --> 00:00:11.613

안녕하세요?

00:00:11.713 --> 00:00:14.151

수포자를 위한 기초
특강, 김미주입니다.

00:00:14.251 --> 00:00:18.418

이번 강에서는 이제 이차함수의
최댓값과 최솟값에 대해서

00:00:18.518 --> 00:00:20.059

살펴보도록 하겠습니다.

00:00:20.159 --> 00:00:25.051

2015 개정 교육과정이 적용이
되는 것이 2018학년도

00:00:25.151 --> 00:00:26.336

중학교 1학년,

00:00:26.436 --> 00:00:29.879

그다음에 고등학교 1학년 이렇게
순차적으로 적용이 되잖아요.

00:00:29.979 --> 00:00:34.250

2015 개정 교육과정에서 이
이차함수의 최대, 최소가

00:00:34.350 --> 00:00:36.531

아예 최댓값이다, 최솟값이다라는

00:00:36.631 --> 00:00:40.741

그 용어 자체가 중학교
과정에서는 빠졌습니다.

00:00:40.841 --> 00:00:44.002

그런데 이제 그거는 2018학년도에

00:00:44.102 --> 00:00:47.478

1학년 학생들부터 적용이
되는 내용이에요.

00:00:47.578 --> 00:00:53.276

그런데 이 학생들이 순차적으로 2018학년도
지나서 2019, 2020,

00:00:53.376 --> 00:00:55.856

2021이 됐을 때는
고등학교에 올 거잖아요.

00:00:55.956 --> 00:01:00.464

그러면 2018학년도에 중학교
1, 2학년이었던 학생들은

00:01:00.564 --> 00:01:04.330

이차함수의 최댓값,
최솟값이라는 걸 아예 모르고

00:01:04.430 --> 00:01:08.311

고등학교에 2020학년도에
입학을 하게 됩니다.

00:01:08.411 --> 00:01:10.826

그런데 여러분 지금
혹시 고1 올라가는

00:01:10.926 --> 00:01:13.789

2018학년도 고1
학생들이라고 한다면

00:01:13.889 --> 00:01:16.690

중학교 때 2009 개정
교육과정이었기 때문에

00:01:16.790 --> 00:01:19.507

이차함수의 최대, 최소를
배우고 올라왔어요.

00:01:19.607 --> 00:01:24.279

그런데 교과서는 여러분이
그거를 배우지 않았다고

00:01:24.379 --> 00:01:26.111

가정하고 쓰여 있습니다.

00:01:26.211 --> 00:01:29.542

왜냐하면 순차적으로
2020학년도 아이들은

00:01:29.642 --> 00:01:31.796

이거를 배우지 않고
올라올 거거든요.

00:01:31.896 --> 00:01:35.266

그래서 교과서에 이차함수 최대,
최소가 중학교 때 배웠던

00:01:35.366 --> 00:01:37.391

그 내용이 그대로 들어가 있어요.

00:01:37.491 --> 00:01:41.079

어떻게 보면 여러분 입장에서는 하나를
공짜로 얻은 게 될 수도 있겠죠.

00:01:41.179 --> 00:01:43.389

그래서 저도 일단 교과서에 준해서

00:01:43.489 --> 00:01:46.650

이차함수의 최댓값과
최솟값이 무엇이었는지

00:01:46.750 --> 00:01:49.877

그거부터 다시 정의를 하면서
강의를 시작하도록 할게요.

00:01:49.977 --> 00:01:54.567

이 강의가 만약에 계속 이렇게
우리 강남인강 페이지에 올라와 있다면

00:01:54.667 --> 00:01:57.364

2020년도에 이제 딱
고1이 되는 학생들,

00:01:57.464 --> 00:01:59.018

그 학생들이 만약에 이걸 본다면

00:01:59.118 --> 00:02:01.245

처음으로 배우는 그런
내용이 될 거고요.

00:02:01.345 --> 00:02:05.342

그래서 이차함수의 최댓값, 최솟값
본격적으로 시작을 해보겠습니다.

00:02:05.442 --> 00:02:07.840

역시 그래프로부터
시작을 할 거예요.

00:02:07.940 --> 00:02:09.747

최댓값, 최솟값을 이해할 때

00:02:09.847 --> 00:02:13.229

그래프를 가지고 이해하는
것이 가장 쉽습니다.

00:02:13.329 --> 00:02:17.238

이 이차함수가 이렇게 지난
시간에도 봤었던 그래프죠?

00:02:17.338 --> 00:02:21.303

$y=ax^2+bx+c$ 라는
그래프에서 이 점,

00:02:21.403 --> 00:02:24.743

동그라미 친 점이 의미하는 바가
무엇일지를 생각해 보세요.

00:02:24.843 --> 00:02:26.902

맥락은 최댓값과 최솟값입니다.

00:02:27.002 --> 00:02:28.632

어떤가요?

00:02:28.732 --> 00:02:30.093

제일 아래쪽에 있죠.

00:02:30.193 --> 00:02:32.292

제일 아래쪽에 있다는 것은

00:02:32.392 --> 00:02:36.050

지금 우리 위아래를 결정해주는
것은 x 랑 y 중에 누구죠?

00:02:36.150 --> 00:02:37.612

바로 y 의 값이에요.

00:02:37.712 --> 00:02:41.515

y 의 값이 이차함수의 함숫값입니다.

00:02:41.615 --> 00:02:43.995

그래서 애가 의미하는
것은 무엇이나.

00:02:44.095 --> 00:02:52.181
 $y=ax^2+bx+c$ 이것의 최솟값이
된다고 볼 수 있을 거예요.

00:02:52.281 --> 00:02:55.342
그 합숫값 y 값이 가질
수 있는 것의 최솟값.

00:02:55.442 --> 00:02:57.754
왜냐하면 제일 아래쪽에 있잖아요.

00:02:57.854 --> 00:03:02.493
내가 여기에서, 여기 함수를
바라봤다고 생각을 해볼게요.

00:03:02.593 --> 00:03:06.688
그렇다면 y 의 값이 다른 점들은
전부 다 이거보다 커지게 돼요.

00:03:06.788 --> 00:03:08.094
이게 제일 아래쪽에 있어요.

00:03:08.194 --> 00:03:09.241
제일 작은 값이에요.

00:03:09.341 --> 00:03:10.377
그래서 최솟값입니다.

00:03:10.477 --> 00:03:12.436
최댓값도 있나요?

00:03:12.536 --> 00:03:14.007
가장 큰 값 어디 있어요?

00:03:14.107 --> 00:03:18.586
이거 여기가 최댓값일까요,
아니면 여기가 최댓값일까요?

00:03:18.686 --> 00:03:22.802
지금 칠판이 작아서 여기
여기까지밖에 안 그려졌지만

00:03:22.902 --> 00:03:25.199
실제로는 이거 계속
올라가는 거예요.

00:03:25.299 --> 00:03:27.384
죽을 때까지 그려도
계속 올라갑니다.

00:03:27.484 --> 00:03:29.174
그렇기 때문에 최댓값이라는 거

00:03:29.274 --> 00:03:33.572
계속해서 커지고 있기 때문에
최댓값은 존재하지 않습니다.

00:03:33.672 --> 00:03:35.500

최솟값만 존재하게 돼요.

00:03:35.600 --> 00:03:39.995

만약에 x 의 범위를 제한해서
본다면 어떻게 될까요?

00:03:40.095 --> 00:03:44.903

x 의 범위를 제한한다는 것이 예를
들어서 x 가 a 부터 β 까지.

00:03:45.003 --> 00:03:48.797

여기 a , β 라는 값이
있어서 여기에서만 그래프가

00:03:48.897 --> 00:03:53.587

그려졌다고 한다면 그리고 양쪽
끝값을 이렇게 잘 포함하고 있다면

00:03:53.687 --> 00:03:59.098

여기의 값이 이 그래프 잘려진
그래프에서 최솟값이 될 거고,

00:03:59.198 --> 00:04:01.756

이 값이 최댓값이 될 거예요.

00:04:01.856 --> 00:04:05.634

이 구간 조그마하게
그려진 곡선의 일부.

00:04:05.734 --> 00:04:08.546

이때는 끝까지 그려지는 것이 아니라

00:04:08.646 --> 00:04:11.140

x 를 a 부터 β 까지 이 사이에서만

00:04:11.240 --> 00:04:13.597

그래프를 해석하자는
것이 되기 때문에

00:04:13.697 --> 00:04:16.990

제일 작은 값이 여기고,
제일 큰 값이 여기에 있죠.

00:04:17.090 --> 00:04:21.052

그래서 이거에 해당하는 y 의
값, $f(a)$ 가 최소가 되고.

00:04:21.152 --> 00:04:23.571

$f(\beta)$ 가 최댓값이 될 거예요.

00:04:23.671 --> 00:04:25.874

만약에 그래프가 이렇게
그려져 있다.

00:04:25.974 --> 00:04:29.349

a 부터 β 까지 해서 이렇게
되어 있다고 한다면

00:04:29.449 --> 00:04:32.153

이번에는 어디가 제일
낮은 값을 가져요?

00:04:32.253 --> 00:04:33.443
여기에서의 값.

00:04:33.543 --> 00:04:35.055
꼭짓점이 되겠죠.

00:04:35.155 --> 00:04:39.519
꼭짓점의 이 y 좌표의 값이
바로 가장 작은 값이 되죠.

00:04:39.619 --> 00:04:43.261
그래서 최솟값이 될 거고
그다음에 제일 높이 있는 건

00:04:43.361 --> 00:04:45.044
딱 봐도 여기로 보이네요.

00:04:45.144 --> 00:04:46.758
여기가 최댓값.

00:04:46.858 --> 00:04:50.081
값 중에서 가장 큰 값으로
나오게 될 것이예요.

00:04:50.181 --> 00:04:54.229
그래서 이런 식으로 최솟값과
최댓값을 찾아줄 수가 있습니다.

00:04:54.329 --> 00:04:55.365
말 그대로 최솟값.

00:04:55.465 --> 00:04:58.292
함숫값 가질 수 있는 것
중에서 제일 작은 값.

00:04:58.392 --> 00:05:00.990
최댓값이라는 것은 함숫값
가질 수 있는 값들 중에서

00:05:01.090 --> 00:05:02.559
제일 큰 값을 의미하는 거예요.

00:05:02.659 --> 00:05:06.278
그렇다면 그것을 그래프의
맥락에서 바꾸어서 봤을 때

00:05:06.378 --> 00:05:09.864
제일 아래쪽에 있는 값, 제일
위쪽에 있는 값 존재한다면

00:05:09.964 --> 00:05:11.731
그런 식으로 찾을 수가 있는 거죠.

00:05:11.831 --> 00:05:12.778
다 배운 것 같죠?

00:05:12.878 --> 00:05:15.304
이번 강에서 해야 될
내용의 전부입니다.

00:05:15.404 --> 00:05:18.241

그래프를 그려 놓고
어디가 제일 낮은지,

00:05:18.341 --> 00:05:20.567

어디가 제일 높은지를 보는 거예요.

00:05:20.667 --> 00:05:23.590

그걸 통해서 이 함수의
최솟값은 무엇이다,

00:05:23.690 --> 00:05:26.826

최댓값은 무엇이다라는 것을
찾을 수가 있는 건데.

00:05:26.926 --> 00:05:29.568

이차함수는 그래프가
이렇게 생겼잖아요.

00:05:29.668 --> 00:05:33.544

뭔가 꺾여 있다는 특징 때문에
뭔가 좀 실수하기 쉬워요.

00:05:33.644 --> 00:05:35.338

최댓값, 최솟값을 찾을 때.

00:05:35.438 --> 00:05:37.559

그래서 이 내용을 바탕으로 해서

00:05:37.659 --> 00:05:39.705

이렇게 우리가 그러면 실수하지 않고

00:05:39.805 --> 00:05:43.174

최대, 최소를 잘 찾을 수 있을지를
같이 살펴보게 될 거예요.

00:05:43.274 --> 00:05:47.256

주어진 범위에서, 뭔가 범위가
주어졌다면 그 주어진 범위에서

00:05:47.356 --> 00:05:53.419

그려진 $y=f(x)$ 의 그래프에서 가장
높은 점의 y 값이 최댓값이 되고

00:05:53.519 --> 00:05:59.338

가장 낮은 점의 y 의 값이 최솟값이
된다는 이 큰 법칙을 적용해서

00:05:59.438 --> 00:06:01.855

이제부터 최댓값,
최솟값을 찾아보겠습니다.

00:06:01.955 --> 00:06:06.273

이 법칙을 적용하면 되기 때문에
바로 예로 들어가보도록 할게요.

00:06:06.373 --> 00:06:10.829

$y=2x^2-3x+4$ 의
최댓값, 최솟값.

00:06:10.929 --> 00:06:13.465

x의 범위가 따로
주어져 있지 않아요.

00:06:13.565 --> 00:06:17.716
그러면 그냥 모든 실수에 대해서
생각을 해보라는 거거든요.

00:06:17.816 --> 00:06:20.469
그럼 이거의 뭘 그러보면 된다고요?

00:06:20.569 --> 00:06:23.586
그래프를 통해서 확인을
해보자는 것입니다.

00:06:23.686 --> 00:06:26.749
그러면 지난 시간에 우리 그래프
그리는 거 한참 봤어요.

00:06:26.849 --> 00:06:28.113
어떻게 그릴 수 있죠?

00:06:28.213 --> 00:06:32.933
표준형으로 바꾸든지 아니면 그게
저 같은 사람은 귀찮다고 했죠.

00:06:33.033 --> 00:06:35.089
꼭짓점의 좌표를 찾든지.

00:06:35.189 --> 00:06:36.699
꼭짓점의 좌표를 찾아볼까요?

00:06:36.799 --> 00:06:41.904
-2a분의 b에
해당하는 값 구해보니까

00:06:42.004 --> 00:06:45.120
꼭짓점의 x좌표가 4분의 3이네요.

00:06:45.220 --> 00:06:47.487
그러면 꼭짓점의 y좌표는

00:06:47.587 --> 00:06:53.587
이 4분의 3이라는 것은 x값에
대입해서 나오는 값이에요.

00:06:53.687 --> 00:06:59.879
그래서 계산을 해보게 되면 이거는
8분의 9-4분의 9+4가 되니까

00:06:59.979 --> 00:07:06.884
8로 통분을 해서 계산해 보면
9-18+32 이렇게 나오게 되면서

00:07:06.984 --> 00:07:13.438
8분의 42-18 해주게
되면 나오게 되는 값이.

00:07:13.538 --> 00:07:14.776
42가 아니라 32죠.

00:07:14.876 --> 00:07:16.175

32에서 9를 빼는 거죠.

00:07:16.275 --> 00:07:16.999

제가 뭘 한 거죠?

00:07:17.099 --> 00:07:19.911

32에서 9-18

해주면 이게 -9죠.

00:07:20.011 --> 00:07:26.248

그래서 여기에서 9를 빼주게 된다면
나오는 값이 23이 되죠.

00:07:26.348 --> 00:07:32.754

그래서 이렇게 8분의
23으로 계산이 되었습니다.

00:07:32.854 --> 00:07:37.373

그러면 이거의 그래프를 그려보게
된다면 꼭짓점의 x좌표가

00:07:37.473 --> 00:07:43.841

4분의 3이고, 꼭짓점의 y좌표가
8분의 23이 되는 그런 상황이에요.

00:07:43.941 --> 00:07:47.020

여기에서 이제 y절편은 4가 되죠.

00:07:47.120 --> 00:07:48.982

그렇게 되도록 그래프를 그려본다면

00:07:49.082 --> 00:07:53.119

이렇게 나오는 그래프가
그러지게 되었네요.

00:07:53.219 --> 00:07:58.384

그러면 애의 최댓값, 최솟값
어떻게 나오게 되나요?

00:07:58.484 --> 00:08:00.925

최댓값은 계속 올라가고 있어요.

00:08:01.025 --> 00:08:02.341

존재하나요?

00:08:02.441 --> 00:08:04.506

최댓값은 존재하지 않습니다.

00:08:04.606 --> 00:08:06.055

최솟값은 어때요?

00:08:06.155 --> 00:08:08.603

그래프에서 제일 낮은 지점을 보니까

00:08:08.703 --> 00:08:11.536

바로 8분의 23으로 나왔어요.

00:08:11.636 --> 00:08:17.011

이렇게 해서 우리 최솟값이 8분의
23이 된다고 찾을 수가 있습니다.

00:08:17.111 --> 00:08:21.270

혹시 이게 아직 어색한 사람들,
나는 아직 완전제공식으로

00:08:21.370 --> 00:08:25.039

바꾸는 것이 더 익숙해요라고 하는
학생들도 있을 수 있을 것 같아요.

00:08:25.139 --> 00:08:26.777

그것도 한번 보여드려 볼게요.

00:08:26.877 --> 00:08:31.748

꼭 저처럼 저렇게 꼭짓점의 x 좌표,
 y 좌표를 찾아야 되는 것은 아니고

00:08:31.848 --> 00:08:36.109

이렇게 이차함수의 최댓값, 최솟값을
구하라는 문제가 나왔을 때

00:08:36.209 --> 00:08:40.832

나는 이것을 완전제공식으로
바꿔서 생각을 해볼래.

00:08:40.932 --> 00:08:44.334

그러면 이것은 4분의 3에다
2를 곱한 것이기 때문에

00:08:44.434 --> 00:08:47.087

16분의 9를 더
곱했다가 빼주면 되죠.

00:08:47.187 --> 00:08:51.807

빨 때는 2랑 곱해서 16분의
9에 2를 곱한 것을 빼고

00:08:51.907 --> 00:08:53.392

다시 +4를 해주고.

00:08:53.492 --> 00:08:58.594

이렇게 되니까
 $2(x-4\text{분의 }3)^2$ 에다

00:08:58.694 --> 00:09:04.676

그다음에 8분의 23이 된다고
이렇게 나오게 됩니다.

00:09:04.776 --> 00:09:09.866

그러면 역시 꼭짓점의 x 좌표가 (4분의
3, 8분의 23)이 되는 거죠.

00:09:09.966 --> 00:09:14.925

어쨌든 꼭짓점이 이런 식으로 나오게
된다는 것을 구하게 된다면

00:09:15.025 --> 00:09:18.009

이렇게 아래로 볼록인
상황에서는 바로 꼭짓점에서

00:09:18.109 --> 00:09:19.596

최솟값을 가지게 되고,

00:09:19.696 --> 00:09:22.267

최댓값은 계속 그래프가
올라가고 있으니까

00:09:22.367 --> 00:09:24.649

존재하지 않는다고 나오는 거예요.

00:09:24.749 --> 00:09:26.914

답을 쓸 때는 그러면
어떻게 써야 될까요?

00:09:27.014 --> 00:09:30.837

최댓값은 없는 상태가 되는 거죠.

00:09:30.937 --> 00:09:32.444

최댓값은 없고요.

00:09:32.544 --> 00:09:34.308

최솟값은 무엇이 되느냐.

00:09:34.408 --> 00:09:36.907

바로 x 가 4분의 3일 때

00:09:37.007 --> 00:09:41.962

최솟값 8분의 23을 가지게 된다고
결론을 내려줄 수가 있어요.

00:09:42.062 --> 00:09:46.183

그래서 이차함수의 최댓값과
최솟값은 어떻게 구하느냐.

00:09:46.283 --> 00:09:48.776

여러분에게 조금 더
익숙한 형태라고 한다면

00:09:48.876 --> 00:09:50.762

이게 완전제곱식으로 바꾸는 거,

00:09:50.862 --> 00:09:53.115

완전제곱식으로 변형을
해보는 거예요.

00:09:53.215 --> 00:09:54.813

그러면 꼭짓점이 나오죠.

00:09:54.913 --> 00:09:57.399

그랬을 때 $x=p$ 일 때

00:09:57.499 --> 00:10:01.297

최솟값이 q 가 나오게 되고
최댓값은 없다는 것이죠.

00:10:01.397 --> 00:10:05.224

a 가 0보다 크다고 한다면 그래프가
이런 식으로 그려지게 됩니다.

00:10:05.324 --> 00:10:08.884

(p, q) 라는 꼭짓점을
가지고 아래로 볼록이니까

00:10:08.984 --> 00:10:13.225

제일 아래에 있는 값이 바로 이
최솟값의 y 좌표가 되는 것이죠.

00:10:13.325 --> 00:10:15.522
 a 가 0보다 작다면
위로 볼록이 되죠.

00:10:15.622 --> 00:10:18.852
그러면 이때는 계속해서
값이 작아지게 돼요.

00:10:18.952 --> 00:10:20.742
그렇기 때문에 최솟값이 없고

00:10:20.842 --> 00:10:25.172
 $x=p$ 일 때 최댓값 q 를
가지게 되는 상황인 거예요.

00:10:25.272 --> 00:10:28.147
이걸 만약에 대수적으로
보고 싶다고 한다면,

00:10:28.247 --> 00:10:31.990
식으로 보여주고 싶다고 한다면
이렇게 생각할 수 있어요.

00:10:32.090 --> 00:10:35.840
 $a(x-p)^2+q$ 가 되었잖아요.

00:10:35.940 --> 00:10:42.713
그러면 a 가 0보다 크다고 한다면
 $a(x-p)^2$ 을 해준 것은

00:10:42.813 --> 00:10:46.816
애네 전부 실수인데 실수를
완전제공한 것이기 때문에

00:10:46.916 --> 00:10:49.205
항상 0보다 크거나 같죠.

00:10:49.305 --> 00:10:53.697
그러면 여기 양변에다
이제 q 를 더해준 것은

00:10:53.797 --> 00:10:56.429
항상 q 보다 크거나 같다는 거예요.

00:10:56.529 --> 00:11:01.550
 q 보다 크거나 같으니까 제일 작은
값이 q 가 된다는 뜻입니다.

00:11:01.650 --> 00:11:03.225
그래서 최솟값이 q 이고,

00:11:03.325 --> 00:11:06.306
 x 가 엄청 큰 게 들어가면
계속해서 커질 수 있어요.

00:11:06.406 --> 00:11:08.755
그렇기 때문에 최댓값은
존재하지 않습니다.

00:11:08.855 --> 00:11:14.292
이번에 a 가 만약에 0보다 작다고
한다면 $(x-p)^2$ 자체는

00:11:14.392 --> 00:11:16.190
항상 0보다 크거나 같은 건데

00:11:16.290 --> 00:11:18.932
거기다가 0보다 작은
수를 곱해왔기 때문에

00:11:19.032 --> 00:11:20.850
이게 항상 0보다 작거나 같아요.

00:11:20.950 --> 00:11:25.764
그렇기 때문에 양변에다 이제 q 를
더한 상황이 되었다고 한다면

00:11:25.864 --> 00:11:27.388
애는 q 보다 작거나 같죠.

00:11:27.488 --> 00:11:31.246
그래서 항상 아무리 커져도
 q 보다는 커질 수가 없다는 거죠.

00:11:31.346 --> 00:11:34.907
최댓값이 q 가 되고, 만약에
 x 에 엄청 큰 값이 들어갔다.

00:11:35.007 --> 00:11:37.684
 a 가 음수였으니까 애는
굉장히 작아질 수 있어요.

00:11:37.784 --> 00:11:39.192
그래서 최솟값은 없습니다.

00:11:39.292 --> 00:11:42.475
그런데 식으로 보이려고 한다면
애가 0보다 크거나 같고

00:11:42.575 --> 00:11:46.136
 a 곱하고 양변에 뭐 더하고
이렇게 해야 되는 것을

00:11:46.236 --> 00:11:51.380
그래프를 그리니까 제일 낮은
곳에 저 q 의 값이 있어.

00:11:51.480 --> 00:11:53.875
이 경우에는 제일 높은
값에 q 의 값이 있어.

00:11:53.975 --> 00:11:57.981
그렇게 해서 바로 그래프를
해석해서 최댓값, 최솟값을

00:11:58.081 --> 00:12:02.438
구할 수 있다라고 보자는 게
바로 이 부분의 내용이에요.

00:12:02.538 --> 00:12:05.798

저처럼 완전제곱식 바꾸는
게 싫은 사람들은

00:12:05.898 --> 00:12:10.015

이렇게 x 가 $-2a$ 분의
 b 일 때 꼭짓점 x 좌표,

00:12:10.115 --> 00:12:13.883

즉 대칭축이 되니까 그때
만약에 a 가 0보다 크다면

00:12:13.983 --> 00:12:15.554

최솟값을 갖고, 최댓값은 없다.

00:12:15.654 --> 00:12:17.462

0보다 작을 때는 최솟값이 없고,

00:12:17.562 --> 00:12:22.208

그다음에 이 꼭짓점의 x 좌표에서
그거를 대입한 값이

00:12:22.308 --> 00:12:25.789

바로 최댓값으로 나오게 된다고
계산할 수 있다는 것입니다.

00:12:25.889 --> 00:12:27.059

연습해 볼까요?

00:12:27.159 --> 00:12:30.206

애의 최댓값 또는
최솟값을 구하여라.

00:12:30.306 --> 00:12:32.273

존재하는 것을 찾으면 되겠죠.

00:12:32.373 --> 00:12:35.238

애는 간단하니까
완전제곱식으로 바꿔볼게요.

00:12:35.338 --> 00:12:37.793

$(x-2)^2$ 에다 1을 빼주면

00:12:37.893 --> 00:12:40.547

바로 완전제곱식으로
바뀌지게 되네요.

00:12:40.647 --> 00:12:42.216

아래로 볼록이에요.

00:12:42.316 --> 00:12:45.764

그렇기 때문에 최솟값이
 -1 로 나오게 되고

00:12:45.864 --> 00:12:49.121

최댓값은 존재하지 않죠.

00:12:49.221 --> 00:12:51.642

최댓값은 없습니다.

00:12:51.742 --> 00:12:54.158

그래프의 계형, 아래로 볼록인데

00:12:54.258 --> 00:12:59.984

여기 꼭짓점 (2, -1)에 대해서
이 y 의 값에 해당하는 -1이

00:13:00.084 --> 00:13:03.570

제일 함숫값이 작은 그
값이 된다는 거죠.

00:13:03.670 --> 00:13:05.963

이거 완전제곱식으로 바뀌도 되고요.

00:13:06.063 --> 00:13:08.032

이거 같은 경우는
식이 다소 복잡하니까

00:13:08.132 --> 00:13:10.190

꼭짓점을 직접 구해보도록 할게요.

00:13:12.675 --> 00:13:13.919

-2a죠?

00:13:14.019 --> 00:13:19.059

-2a에 해당하는 것이
2 곱하기 a에 해당하는 값이고요.

00:13:19.159 --> 00:13:20.707

b에 해당하는 값이 1이죠.

00:13:20.807 --> 00:13:24.446

그래서 꼭짓점의 x 좌표가
4분의 1이에요.

00:13:24.546 --> 00:13:28.863

그러면 그거를 대입했을
때의 값이 y 좌표가 되니까

00:13:28.963 --> 00:13:34.021

계산을 해보게 되면,
여기 -8분의 1이죠.

00:13:34.121 --> 00:13:40.192

8로 통분해서 계산을 해보게 된다면
8분의 9로 나오게 되죠.

00:13:40.292 --> 00:13:44.712

그래서 이것은 (4분의
1, 8분의 9)라는 것을

00:13:44.812 --> 00:13:50.907

이제 꼭짓점으로 가지면서 $-2x^2$ 이렇게
식이 주어져 있었어요.

00:13:51.007 --> 00:13:53.239

그렇다면 위로 볼록인 식이 되죠.

00:13:53.339 --> 00:13:57.553

이렇게 나오게 되니까 애가 가장
큰 값으로 나오게 되는 거죠.

00:13:57.653 --> 00:13:59.894

나머지는 이거보다 다
아래쪽에 있습니다.

00:13:59.994 --> 00:14:03.507

최댓값이 8분의 9가
되는 상황이고.

00:14:03.607 --> 00:14:05.743

최솟값은 있나요?

00:14:05.843 --> 00:14:08.252

계속해서 x 가 커짐에 따라서

00:14:08.352 --> 00:14:11.370

계속계속 아래로 내려갈
수 있어요, 그래프가.

00:14:11.470 --> 00:14:15.521

그렇기 때문에 최솟값은
존재하지 않는 상황이 되죠.

00:14:15.621 --> 00:14:20.347

이렇게 뭔가 x 의 값의 특정한
범위 제한이 없어요.

00:14:20.447 --> 00:14:23.903

그렇게 된다면 그래프를
그러서 아래로 볼록일 때는

00:14:24.003 --> 00:14:26.630

꼭짓점의 y 좌표가
최솟값, 위로 볼록일 때

00:14:26.730 --> 00:14:30.386

꼭짓점의 y 좌표가 최댓값이 된다는
것을 사용해줄 수 있어요.

00:14:30.486 --> 00:14:35.802

그래서 이 최댓값, 최솟값이
정말 실생활에 많이 사용됩니다.

00:14:35.902 --> 00:14:42.297

뭔가 물건값을 올림에 따라서
판매량이 줄어들 수 있잖아요.

00:14:42.397 --> 00:14:45.020

그랬을 때 내가 최대의
이익을 얻으려면

00:14:45.120 --> 00:14:49.120

어디까지 가격을 올릴 수
있을까라는 걸 생각해 본다든지.

00:14:49.220 --> 00:14:52.985

아니면 이것처럼 단순하게 테니스
선수가 라켓을 이용해서

00:14:53.085 --> 00:14:56.206

친 공의 자취가 실제로 포물선
운동이라고 하거든요.

00:14:56.306 --> 00:14:58.451

이차함수를 포물선이라고
표현을 해요.

00:14:58.551 --> 00:15:03.094

운동에너지와 중력이 상쇄가
된다면 운동에너지를 받아서

00:15:03.194 --> 00:15:06.532

애가 공이 높이 올라가다가
중력 때문에 내려오게 되죠.

00:15:06.632 --> 00:15:10.786

그렇게 되면서 이차함수의 그래프
모양으로 그려지는 경우가 많아요.

00:15:10.886 --> 00:15:14.111

그랬을 때 이 선수가 공을
치고 나서 t 초가 지난 후

00:15:14.211 --> 00:15:18.321

공의 높이를 h 라고 한다면
이런 관계가 있대요.

00:15:18.421 --> 00:15:23.008

시간에 대해서 이런 위로 볼록인
이차함수의 식으로 나타냈다.

00:15:23.108 --> 00:15:25.654

언제 최고 높이 나오게 될까요?

00:15:25.754 --> 00:15:29.797

위로 볼록인 거니까 꼭짓점의
 y 좌표를 찾으면 되죠.

00:15:29.897 --> 00:15:32.059

그러면 꼭짓점의 x 좌표를 보니까

00:15:32.159 --> 00:15:42.080

$-2a$ 분의 b 로 해서 계산했을
때 $+0.3$ 이 나오게 되네요.

00:15:42.180 --> 00:15:45.960

치자마자 거의 0.3 초 후
그때가 최대가 된다는 거고.

00:15:46.060 --> 00:15:47.396

그 값을 계산해 보면

00:15:47.496 --> 00:15:56.388

$-0.09+0.18+2.13$ 에
해당하는 값이 최댓값이 되겠죠.

00:15:56.488 --> 00:15:58.607

0.3 을 대입해서 계산한다고 해보면

00:15:58.707 --> 00:16:03.484

그러면 $0.09+2.13$ 이
되기 때문에

00:16:03.584 --> 00:16:08.194

2.22m가 바로 최댓값으로
나오게 될 수 있어요.

00:16:08.294 --> 00:16:12.447

이차함수 최대, 최소에서 내신에 아마
이렇게 실생활에 응용하는 문제가

00:16:12.547 --> 00:16:14.773

반드시 나오지 않을까라는
생각이 들어요.

00:16:14.873 --> 00:16:18.099

그러면 이렇게 식이 어떻게 되었는지

00:16:18.199 --> 00:16:20.910

그리고 그때 그래프가 어떻게
그려지는지를 통해서

00:16:21.010 --> 00:16:22.552

문제를 풀어주시면 되고.

00:16:22.652 --> 00:16:25.934

그리고 지금과 같은 경우는
 t 의 범위를 생각했을 때

00:16:26.034 --> 00:16:29.158

사실 친 후니까 0보다 커야 되죠.

00:16:29.258 --> 00:16:30.983

그런데 문제에 따라서는

00:16:31.083 --> 00:16:34.153

범위가 좀 제한적으로 나오는
문제가 있을 수 있어요.

00:16:34.253 --> 00:16:36.667

그래서 이따가 개념 확인
문제에서 같이 보게 될 텐데

00:16:36.767 --> 00:16:39.881

그런 거 범위를 잘, 이런
특히 응용 문제일수록

00:16:39.981 --> 00:16:43.872

여기에서 이 문자가 취할 수
있는 범위가 어떻게 될 것인가.

00:16:43.972 --> 00:16:46.560

거기에서 최대, 최소 어떻게
구할 것인가라는 것을

00:16:46.660 --> 00:16:48.468

생각하시면서 보시면 됩니다.

00:16:48.568 --> 00:16:51.635

그래서 제가 지금 범위가
제한된다는 이야기를 했는데

00:16:51.735 --> 00:16:55.035

우리가 들어가면서에서 봤던

그래프에서 본 것과 같이

00:16:55.135 --> 00:16:58.573

범위가 제한이 되면 그래프를
다 보는 것이 아니라

00:16:58.673 --> 00:17:01.794

제한된 범위에서만 보자는 거예요.

00:17:01.894 --> 00:17:11.593

이차함수 $y=-x^2+2x+1$ 이거의
최댓값과 최솟값을 구하려고 하는데

00:17:11.693 --> 00:17:16.245

그냥 이거 자체의 최댓값,
최솟값을 구한다고 한다면

00:17:16.345 --> 00:17:18.421

애를 좀 쉬운 형태니까

00:17:18.521 --> 00:17:22.927

이렇게 완전제곱식으로
바꿔서 생각을 해볼게요.

00:17:23.027 --> 00:17:26.648

꼭짓점이 (1, 2)예요.

00:17:26.748 --> 00:17:30.119

그리고 y절편이 1이면서
위로 볼록인 그래프입니다.

00:17:30.219 --> 00:17:33.184

이렇게 그려지는 그래프였는데

00:17:33.284 --> 00:17:36.323

이게 만약 그냥 최댓값,
최솟값을 구하라고 했다면

00:17:36.423 --> 00:17:38.688

x의 특정한 범위가 없었다고 한다면

00:17:38.788 --> 00:17:43.042

최댓값은 2가 나오고, 최솟값은
없음 이렇게 나올 거예요.

00:17:43.142 --> 00:17:47.706

그런데 범위를 어떻게 줬냐면
x가 난 다 보고 싶지 않고

00:17:47.806 --> 00:17:54.044

0하고 3 사이인 그 구간에서만
보고 싶어라고 나오게 된 거예요.

00:17:54.144 --> 00:17:58.626

그러면 0일 때는 딱 여기 1의
값을 가진다는 거 알겠고요.

00:17:58.726 --> 00:18:02.014

3은 x절편 여기보다 더
아래쪽에 있을 수도 있고

00:18:02.114 --> 00:18:03.154
위쪽에 있을 수도 있는데

00:18:03.254 --> 00:18:05.778
그래프의 범위를 정확하게
보도록 하기 위해서

00:18:05.878 --> 00:18:07.469
여기에다 3을 대입해 볼까요?

00:18:07.569 --> 00:18:16.727
그러면 계산을 해보게 되니까 값이
 $-9+6+1$ 이 되면서 -2 로 나오죠.

00:18:16.827 --> 00:18:21.764
3을 대입했을 때의 값은 -2 가
되는 그런 그래프입니다.

00:18:21.864 --> 00:18:26.473
그래서 그래프를 여기에서부터
여기까지 보겠다는 거예요.

00:18:26.573 --> 00:18:30.479
그러면 최댓값은 뭔가요?

00:18:30.579 --> 00:18:34.548
원래 그래프에서 제일
큰 값이 뭐였죠?

00:18:34.648 --> 00:18:36.333
바로 2였어요.

00:18:36.433 --> 00:18:39.858
이게 제일 큰 값이었는데
구간을 내가 잘랐거든요.

00:18:39.958 --> 00:18:41.679
여기 범위에서만 보거든요.

00:18:41.779 --> 00:18:44.715
그럼 원래 전체에서
제일 큰 값이었으니까

00:18:44.815 --> 00:18:48.660
여기에서도 제일 큰 값이
이거로 나올 수밖에 없죠.

00:18:48.760 --> 00:18:50.962
최댓값은 2가 됩니다.

00:18:51.062 --> 00:18:52.884
원래는 최솟값이 없었어요.

00:18:52.984 --> 00:18:57.162
 x 의 범위가 제한이 되어 있지
않다면 최솟값은 원래 없었는데

00:18:57.262 --> 00:19:00.641
지금 이렇게 구간을
제한해놓고 보니까

00:19:00.741 --> 00:19:03.041

제일 낮은 값이 보이지 않아요?

00:19:03.141 --> 00:19:06.960

이 주황색 그래프에서 제일
낮은 지점 어디에 있나요?

00:19:07.060 --> 00:19:09.256

바로 -2라는 값.

00:19:09.356 --> 00:19:14.969

x가 3일 때 그때 최솟값
-2를 가지게 됩니다.

00:19:15.069 --> 00:19:16.932

최솟값은 -2예요.

00:19:17.032 --> 00:19:18.466

문제에 따라서는 각각

00:19:18.566 --> 00:19:21.850

이때 x의 값이 뭐였는지도
구하라고 할 수도 있습니다.

00:19:21.950 --> 00:19:28.576

x가 1일 때 최댓값 2, 그리고
x가 3일 때 최솟값 -2가 나온다고

00:19:28.676 --> 00:19:30.052

이렇게 나와요.

00:19:30.152 --> 00:19:33.880

두 번째는 이제 범위를 어떻게
보냐면 똑같은 그래프인데

00:19:33.980 --> 00:19:36.947

2부터 5까지 보겠다는 거예요.

00:19:37.047 --> 00:19:38.638

그러면 2를 대입했을 때

00:19:38.738 --> 00:19:42.154

그럼 이 식이 어떻게 될
것인가라는 걸 보면

00:19:42.254 --> 00:19:48.910

2를 대입하니까 $-2^2 + 2 \times 2 + 1$ 이
되면서 값이 1이 나오거든요.

00:19:49.010 --> 00:19:52.738

이 함수 이름을 잠시 우리가
f(x)라고 지어볼게요.

00:19:52.838 --> 00:19:56.801

f(2)의 값을 구해보니까
1이 나오게 되고요.

00:19:56.901 --> 00:20:06.581

그다음에 f(5)의 값을 본다면
 $-5^2 + 2 \times 5 + 1$ 해서 -14가 나오게 돼요.

00:20:06.681 --> 00:20:10.076

그러면 그래프가 어디부터
어디까지로 되냐면

00:20:10.176 --> 00:20:13.667

원래 전체적으로 이렇게 됐었던
건데 2를 대입했을 때

00:20:13.767 --> 00:20:17.288

1이 나오게 되는
여기에서부터 쪽 더 내려가서

00:20:17.388 --> 00:20:21.062

5를 대입했을 때 -14가
나오는 그 부분까지.

00:20:21.162 --> 00:20:23.328

여기가 -14라고 한다면.

00:20:23.428 --> 00:20:25.592

이 부분을 보자는 거예요.

00:20:25.692 --> 00:20:29.436

그러면 원래 이거의
최댓값이 2였는데

00:20:29.536 --> 00:20:34.338

2는 이 구간 속에 이제
x가 2부터 5까지의 범위.

00:20:34.438 --> 00:20:36.120

지금 이거 두 번째 상황이죠.

00:20:36.220 --> 00:20:40.394

2부터 5까지 오는 이 범위 속에
이 2가 들어가요, 안 들어가요?

00:20:40.494 --> 00:20:43.833

전혀 들어가지가 않고, 여기
구하는 데에서만 보는 거거든요.

00:20:43.933 --> 00:20:45.027

어디가 제일 높아요?

00:20:45.127 --> 00:20:50.508

2일 때 1인 것이 제일 높고, 5일
때 -14인 것이 가장 낮습니다.

00:20:50.608 --> 00:20:57.646

그렇기 때문에 최솟값은 2일 때
1로 나오게 되고, 최댓값은.

00:20:57.746 --> 00:20:59.826

아, 이게 최댓값이죠,
제일 높은 거니까.

00:20:59.926 --> 00:21:03.096

최댓값은 2일 때 1로 나오게 되고

00:21:03.196 --> 00:21:08.011

최솟값은 5일 때 -14가

된다고 나오게 되는 거예요.

00:21:08.111 --> 00:21:11.149
그러면 이제 세 번째로는
이쪽에다 한번 써볼게요.

00:21:11.249 --> 00:21:15.819
세 번째 -2부터
0까지라고 했어요.

00:21:15.919 --> 00:21:19.861
그러면 -2를 대입했을
때는 어떻게 되느냐.

00:21:19.961 --> 00:21:28.646
 $-(-2)^2 + 2(-2) + 1$ 이렇게
해서 값이 -7로 나오게 되죠.

00:21:28.746 --> 00:21:34.711
-2를 대입했을 때 이 함수의
그래프에다 -2를 대입하게 된다면

00:21:34.811 --> 00:21:39.062
값이 -7이 될 텐데
거기에서부터 시작해서 0까지.

00:21:39.162 --> 00:21:41.779
여기까지 그래프가 잘린 상황입니다.

00:21:41.879 --> 00:21:44.627
그러면 역시 이거는
들어가지 않아요.

00:21:44.727 --> 00:21:46.289
그러면 이렇게 올라가는

00:21:46.389 --> 00:21:50.563
이 구간에서 여기에서의 최대와
최소만 생각을 해주면 되거든요.

00:21:50.663 --> 00:21:53.451
그렇다면 최솟값이 얼마가 되겠어요?

00:21:53.551 --> 00:21:55.136
최댓값부터 찾아볼까요?

00:21:55.236 --> 00:22:01.750
최댓값은 x 가 0일 때 바로
1로 나오게 될 거고.

00:22:01.850 --> 00:22:03.645
 x 가 0일 때의 값이 1이었죠.

00:22:03.745 --> 00:22:06.353
그다음에 최솟값은
이제 시작하는 값,

00:22:06.453 --> 00:22:10.697
이 그래프가 시작하게 되는
-7로 나오게 된다는 거죠.

00:22:10.797 --> 00:22:13.587
어떻게 그래프가 잘렸는지에 따라서

00:22:13.687 --> 00:22:16.357
최댓값, 최솟값이 당연히
달라지게 됩니다.

00:22:16.457 --> 00:22:21.323
전체적으로 놓고 봤을 때는 그냥
제일 높은 것이 2였어요.

00:22:21.423 --> 00:22:24.020
그런데 구간을 잘라놓고 본다면

00:22:24.120 --> 00:22:26.522
최대, 최소가 이런 식으로
달라질 수 있는 거예요.

00:22:26.622 --> 00:22:30.178
좀 민감한 얘기일 수도 있지만,

00:22:30.278 --> 00:22:33.043
예를 들어서 여러분 반에

00:22:33.143 --> 00:22:36.117
1번부터 30번까지의 학생이
있었다고 해볼까요?

00:22:36.217 --> 00:22:40.673
1번부터 30번까지의 학생에, 그나마
덜 민감한 게 뭐가 있을까요.

00:22:40.773 --> 00:22:43.626
여러분은 키가 민감한가요,
성적이 민감한가요.

00:22:43.726 --> 00:22:44.969
성적으로 해봅시다.

00:22:45.069 --> 00:22:48.384
수학 점수를
쭉 나열했다고 했을 때

00:22:48.484 --> 00:22:51.352
그중에서 제일 높은 점수가
100점이었다고 해볼게요.

00:22:51.452 --> 00:22:54.025
그러면 1번부터 30번까지를
보는 것이 아니라

00:22:54.125 --> 00:22:57.470
예를 들어서 뭐 2번부터
15번까지를 볼 때

00:22:57.570 --> 00:22:59.424
거기에서 제일 큰
값과 제일 작은 값.

00:22:59.524 --> 00:23:01.969
그다음에 7번부터

30번까지를 잘랐을 때

00:23:02.069 --> 00:23:04.333

거기에서 제일 큰
값과 제일 작은 값.

00:23:04.433 --> 00:23:09.078

이런 것들은 어떠한 점수들이 그
구간에 들어가 있는지에 따라서

00:23:09.178 --> 00:23:11.590

최대와 최소가 당연히
달라질 수 있겠죠.

00:23:11.690 --> 00:23:15.720

그렇기 때문에 이렇게 전체를
놓고 보는 것과 다르게

00:23:15.820 --> 00:23:19.053

이제 구간을 잘랐을 때
다시 한번 그 값의 범위를

00:23:19.153 --> 00:23:20.576

생각해 봐야 된다는 거예요.

00:23:20.676 --> 00:23:23.569

그런데 우리 반에서 제일
잘하는 애의 점수가

00:23:23.669 --> 00:23:25.878

만약에 15번에 100점이었어요.

00:23:25.978 --> 00:23:27.694

그렇다고 한다면

00:23:28.958 --> 00:23:32.444

학생들의 번호의 범위 속에
15번이 들어가 있어요.

00:23:32.544 --> 00:23:36.425

그렇다면 무조건 그 점수가
최댓값이다라고 나올 수는 있겠죠.

00:23:36.525 --> 00:23:39.971

그래서 원래 전체에서 최대였던 것이

00:23:40.071 --> 00:23:42.433

그 구간에 들어가게 된다면
거기에서 최대이고,

00:23:42.533 --> 00:23:45.953

나머지 그러면 값들 중에서
최소가 나오게 될 거고

00:23:46.053 --> 00:23:48.224

만약에 15번이 구간에
안 들어가 있으면

00:23:48.324 --> 00:23:51.206

새롭게 이제 값들을 가지고
생각을 해 봐야 된다.

00:23:51.306 --> 00:23:53.956

그런 아이디어로 생각을
해주시면 됩니다.

00:23:54.056 --> 00:23:56.664

그래서 한번 내용을
정리해 보겠습니다.

00:23:56.764 --> 00:24:00.149

이차함수의 최대, 최소에서
아까 처음에 봤었던 것은

00:24:00.249 --> 00:24:02.922

그냥 모든 x 에 대해서
그래프를 그렸던 거고.

00:24:03.022 --> 00:24:07.918

이번에는 제한된 범위에서
보는데 x 의 범위가 제한되면

00:24:08.018 --> 00:24:10.426

함수의 그래프는 달라진다는 거예요.

00:24:10.526 --> 00:24:13.957

전체적으로 그려지는 것이
아니라 구간이 끊기게 되죠.

00:24:14.057 --> 00:24:16.835

그런데 구간이 끊기게 될
때도 유형이 있습니다.

00:24:16.935 --> 00:24:18.903

어떻게 끊길 수 있냐면

00:24:19.003 --> 00:24:24.644

꼭짓점의 왼쪽 부분에 이런
식으로 구간이 존재했었다.

00:24:24.744 --> 00:24:28.201

꼭짓점의 x 좌표가 p 일 때
그거를 포함하지 않고

00:24:28.301 --> 00:24:31.947

왼쪽 부분에 이런 식으로
그래프가 있다고 한다면.

00:24:32.047 --> 00:24:35.408

그리고 여기에 범위가
 α, β 였다고 한다면

00:24:35.508 --> 00:24:39.312

그래프가 계속 그냥 작아지는
형태로 그려지게 돼요.

00:24:39.412 --> 00:24:41.542

그러면 어디에서
최솟값을 가지겠어요?

00:24:41.642 --> 00:24:46.453

$f(a)$ 에서 최소를 갖고,

$f(\beta)$ 에서 최솟값을 가지게 되겠죠.

00:24:46.553 --> 00:24:50.850
그런데 나의 구간 속에 만약에
이 p 가 포함이 되어 있어요.

00:24:50.950 --> 00:24:52.585
그러면 계속 작아지는 게 아니라

00:24:52.685 --> 00:24:56.086
작아지다가 커지는 그래프가
그려지게 되거든요.

00:24:56.186 --> 00:25:00.016
작아지다가 커지게 된다면
여기가 만약 a 이고,

00:25:00.116 --> 00:25:03.649
여기가 β 일 때 제일 작은
값은 p 에서 생기겠지만

00:25:03.749 --> 00:25:07.203
큰 값은 이 둘 중에
하나에서 생기게 되겠죠.

00:25:07.303 --> 00:25:11.293
끝에 잘려 있는 작아지다
커지니까 어디까지 커질 것인가

00:25:11.393 --> 00:25:14.608
또는 어디부터 작아질
것인가에 따라서

00:25:14.708 --> 00:25:16.436
이렇게 달라지게 될 수가 있고.

00:25:16.567 --> 00:25:20.056
마찬가지로 이번에는 오른쪽
 p 를 포함하지 않고 여기에서

00:25:20.156 --> 00:25:25.015
구간이 만약 a, β 가 잘렸다고
한다면 커지기만 하는 거예요.

00:25:25.115 --> 00:25:27.000
그렇기 때문에 여기에서
무조건 최소,

00:25:27.100 --> 00:25:29.168
여기에서 이렇게 최대가
나오게 되는 거죠.

00:25:29.268 --> 00:25:30.415
이차함수가 꺾였어요.

00:25:30.515 --> 00:25:34.411
그렇기 때문에 꺾여 있는
기점이 되는 꼭짓점을

00:25:34.511 --> 00:25:38.451
그 제한된 범위 속에 포함하느냐

포함하지 않느냐에 따라서

00:25:38.551 --> 00:25:41.913
최댓값, 최솟값 나오는 양상이
좀 달라지게 됩니다.

00:25:42.013 --> 00:25:46.156
그래서 우리는 이거의 최댓값과
최솟값을 구하려고 할 때

00:25:46.256 --> 00:25:48.843
이제 범위를 나눠놓고
생각을 할 거예요.

00:25:48.943 --> 00:25:54.938
만약에 $-2a$ 분의 b 라는
것이 정체가 뭐였죠?

00:25:55.038 --> 00:25:58.825
꼭짓점의 x 좌표예요.

00:25:59.755 --> 00:26:06.979
만약 이거를 표준형으로 썼다면
 $a(x-p)^2+c$ 의 형태로 썼다면

00:26:07.079 --> 00:26:10.675
이 값이 p 가 되는
그걸 의미하는 거죠.

00:26:10.775 --> 00:26:14.503
이렇게 범위를 제한시켜
놓고 생각을 했을 때

00:26:14.603 --> 00:26:16.741
그래프의 형태가 어떻게 될 것이냐.

00:26:16.841 --> 00:26:22.885
 a 가 만약에 0보다 크다고 한다면
만약 a 가 여기에 있었으면

00:26:22.985 --> 00:26:29.421
 p 가 그 p 이자 $-2a$ 분의 b 로
표현이 되는 이 꼭짓점 x 좌표

00:26:29.521 --> 00:26:32.636
이런 식으로 되어 있고,
 β 가 이렇게 되어 있었다.

00:26:32.736 --> 00:26:37.443
그래프가 내려가다가 올라오는
형태로 그려지게 되는 거예요.

00:26:37.543 --> 00:26:43.446
그러면 이중에서 제일 작은
값이 당연히 최솟값이 되고,

00:26:43.546 --> 00:26:47.072
이중에서라는 것은 3개의
값을 고려해야 되는 거죠.

00:26:47.172 --> 00:26:53.340

$f(a)$ 와 $f(-2a$ 분의 $b)$,
 $f(\beta)$ 이렇게 3개의 값 중에서

00:26:53.440 --> 00:26:57.969

가장 작은 값이 최솟값이고,
가장 큰 값이 최댓값이 될 텐데

00:26:58.069 --> 00:27:01.096

만약에 a 가 0보다 컸다고 한다면

00:27:01.196 --> 00:27:03.719

무조건 최솟값은 어디에서 생기죠?

00:27:03.819 --> 00:27:08.235

원래 전체적으로 꼭짓점에서
최솟값이 생겼었어요.

00:27:08.335 --> 00:27:12.254

그렇기 때문에 a 가 0보다
크다고 한다면 최솟값은 당연히

00:27:12.354 --> 00:27:16.269

$f(-2a$ 분의 $b)$ 가 될 거고,

00:27:16.369 --> 00:27:22.571

최댓값은 $f(a)$ 와 $f(\beta)$
중에서 나오게 되는 거예요.

00:27:22.671 --> 00:27:28.186

$f(a)$, $f(\beta)$ 중에서
큰 값이 최댓값이 되겠죠.

00:27:28.286 --> 00:27:32.070

만약에 이제 a 가 0보다
작았었다고 한다면

00:27:32.170 --> 00:27:37.384

그래프에서 이 $-2a$ 분의
 b , 그다음에 a , β .

00:27:37.484 --> 00:27:43.081

역시 a , β 속에 이 구간
속에 꼭짓점의 x 좌표가 있을 때

00:27:43.181 --> 00:27:46.620

3개의 값을 다 고려를
해줘야 하는데

00:27:46.720 --> 00:27:51.401

당연히 원래 전체적으로 최댓값이
꼭짓점에서 생겼었어요.

00:27:51.501 --> 00:27:56.442

그렇기 때문에 최댓값은 $f(-2a$ 분의
 $b)$ 가 되는 것이고,

00:27:56.542 --> 00:27:58.378

최솟값은 어떻게 나오죠?

00:27:58.478 --> 00:28:05.617

바로 $f(a)$ 와 $f(\beta)$ 중에서

작은 값이 나오게 됩니다.

00:28:05.717 --> 00:28:08.400
그러면 한번 생각을 해볼게요.

00:28:08.500 --> 00:28:11.971
이거 중에 큰 값, 이거 중에
작은 값을 구하기 위해서

00:28:12.071 --> 00:28:13.049
우리는 2개의 값을

00:28:13.149 --> 00:28:19.174
다 계산을 해줘야 될까요라는
것을 한번 생각해 보세요.

00:28:19.274 --> 00:28:21.775
이따가 우리 퀘스천으로도
또 나오게 될 건데

00:28:21.875 --> 00:28:24.688
지금 이렇게 해놓고 예제를
같이 이따가 풀겠습니다.

00:28:24.788 --> 00:28:26.539
풀고 나서 제가 대답을 해볼게요.

00:28:26.639 --> 00:28:29.370
왜냐하면 제가 지금 바로
사실 대답을 하려고 했는데

00:28:29.470 --> 00:28:32.323
그러면 여러분 생각을 할
기회를 뺏는 것 같아서

00:28:32.423 --> 00:28:36.974
이제 그렇게 꼭 다 일일이
계산하는 것이 아니라

00:28:37.074 --> 00:28:39.175
뭔가 좀 빠르게 찾을 수
있는 방법이 있구나.

00:28:39.275 --> 00:28:42.387
그러면 내가 한번 찾아봐야지,
같이 선생님이랑 문제를 풀면서.

00:28:42.487 --> 00:28:46.628
그렇게 생각을 해보시고 이따가 같이
한번 대답을 해보도록 할게요.

00:28:46.728 --> 00:28:52.045
일단은 이렇게 꼭짓점의 x 좌표가
이 구간 속으로 들어올 때는

00:28:52.145 --> 00:28:55.088
3개의 값을 다 고려해줘야 한다.

00:28:55.188 --> 00:28:58.459
왜냐하면 꺾이게 되기 때문에
꼭짓점이 이 구간에 들어오는 순간,

00:28:58.559 --> 00:29:01.051

이 범위에 들어오는 순간
그래프가 꺾여 있고,

00:29:01.151 --> 00:29:04.680

꺾여 있는 점에서 최소 또는 최대가
나오게 될 수 있기 때문에

00:29:04.780 --> 00:29:07.417

그걸 다 고려를 해줘야
된다는 거고요.

00:29:07.517 --> 00:29:12.568

그래서 여기 a 가 0보다 클 때
이거 중에서 가장 작은 값은

00:29:12.668 --> 00:29:17.303

무엇일까라고 한다면 이건 당연히
 a 가 0보다 크다고 했으니까

00:29:17.403 --> 00:29:19.890

$f(-2a$ 분의 $b)$ 가
된다는 거고요.

00:29:19.990 --> 00:29:21.815

만약에 내가 그래프를 그리지 않고

00:29:21.915 --> 00:29:25.178

굳이 다 계산해 보지 않고
 $f(\alpha)$, $f(\beta)$ 중

00:29:25.278 --> 00:29:26.914

큰 값이 무엇인지 알 수 있을까?

00:29:27.014 --> 00:29:30.387

이따가 문제를 풀면서 같이 한번
생각을 해보도록 하겠습니다.

00:29:30.487 --> 00:29:35.359

이번에는 꼭짓점이 완전히
구간의 왼쪽에 가 있거나

00:29:35.459 --> 00:29:38.022

오른쪽에 가 있는 상황을
생각해 볼 거예요.

00:29:38.122 --> 00:29:39.585

a 가 0보다 작을 때

00:29:39.685 --> 00:29:43.621

꼭짓점의 x 좌표가
그래프가 실제로 그려지는

00:29:43.721 --> 00:29:46.947

여기 이 구간보다
왼쪽에 있는 경우에는

00:29:47.047 --> 00:29:50.619

그래프가 여기에서부터
여기까지만 그려지게 되죠.

00:29:50.719 --> 00:29:54.418

계속 한 방향으로 증가하는
그래프가 그려지게 돼요.

00:29:54.518 --> 00:29:59.142

그리고 만약에 왼쪽
구간이 위치하게 된다.

00:29:59.242 --> 00:30:01.897

꼭짓점보다 왼쪽에
구간이 위치하게 되는

00:30:01.997 --> 00:30:04.163

이런 형태의 그래프라고 할지라도

00:30:04.263 --> 00:30:06.060

이렇게 그래프가 만약에 그려졌었다.

00:30:06.160 --> 00:30:09.702

그러면 이번에는 그래프가
그려지는 모양을 보면

00:30:09.802 --> 00:30:13.035

계속 그냥 감소하는
그래프가 그려지게 되겠죠.

00:30:13.135 --> 00:30:18.158

그렇다면 애는 아예 구간에 없기
때문에 고려 대상이 아니에요.

00:30:18.258 --> 00:30:21.629

꺾인 부분을 포함하지
않는다면 계속 증가하거나

00:30:21.729 --> 00:30:23.849

계속 감소하기만 하게 되기 때문에

00:30:23.949 --> 00:30:28.186

결국에는 범위가 시작되는
곳과 끝이 나는 곳.

00:30:28.286 --> 00:30:31.491

여기 중에서 최댓값과
최솟값이 생기게 되겠죠.

00:30:31.591 --> 00:30:36.002

그래서 $f(a)$ 와 $f(\beta)$ 만
고려하게 되면 됩니다.

00:30:36.102 --> 00:30:40.076

그래서 이거 중에서 큰
값이 최대가 되는 거고,

00:30:40.176 --> 00:30:45.787

그다음에 이 두 값 중에서 작은
값이 최솟값이 되는 거고.

00:30:45.887 --> 00:30:48.753

당연히 그렇게 나오게 될
수밖에 없는 것이죠.

00:30:48.853 --> 00:30:50.612

그래프가 꺾여 있지 않아요.

00:30:50.712 --> 00:30:53.739

그러면 계속 증가 또는 계속 감소.

00:30:53.839 --> 00:30:55.846

올라가기만 하고 내려오기만 하고

00:30:55.946 --> 00:30:58.523

이런 식으로 그래프가
그러지게 되기 때문에

00:30:58.623 --> 00:31:00.581

그래프의 형태가 그렇게
된다는 거고요.

00:31:00.681 --> 00:31:02.519

제가 여기를 a 로 적었네요, a .

00:31:02.619 --> 00:31:05.009

a 가 0보다 작을
때도 마찬가지예요.

00:31:05.109 --> 00:31:10.304

만약에 꼭짓점의 x 좌표가 이
구간에 왼쪽에 있었다고 해서

00:31:10.404 --> 00:31:11.951

그래프가 이렇게 그려진다면

00:31:12.051 --> 00:31:14.465

이번에 그래프가 그려지는 구간이

00:31:14.565 --> 00:31:21.675

또 이런 식으로 그래프가 작아지기만
하는 곳에 구간이 그려지게 되고.

00:31:21.775 --> 00:31:27.045

그다음에 a , β 보다 오른쪽에
위치했었다고 할지라도

00:31:27.145 --> 00:31:31.033

그래프의 모양을 보게 된다면
이런 식으로 그래프가

00:31:31.133 --> 00:31:35.738

계속 커지기만 하는 결국 양 끝값만
고려하게 되면 되는 거죠.

00:31:35.838 --> 00:31:37.538

여기가 제일 높고,
여기가 제일 낮고.

00:31:37.638 --> 00:31:40.443

여기가 제일 낮고, 여기가
제일 높으니까 마찬가지로

00:31:40.543 --> 00:31:43.571

$f(a)$, $f(\beta)$ 중에서

큰 값이 최대가 되고,

00:31:43.671 --> 00:31:46.894

작은 값이 최소가 되는 그런
상황이 나오게 됩니다.

00:31:46.994 --> 00:31:50.754

그래서 이렇게 이 주어진
범위 속에 꼭짓점의 x 좌표가

00:31:50.854 --> 00:31:52.081

없었다고 한다면

00:31:52.181 --> 00:31:55.028

정말 그야말로 쉽게 양 끝값만
계산을 해보자는 거예요.

00:31:55.128 --> 00:31:58.491

작은 게 최소, 큰 값이
최대가 된다는 거죠.

00:31:58.591 --> 00:32:02.621

그러면 우리가 이제
실질적으로 문제를 풀 때는

00:32:02.721 --> 00:32:07.596

x 범위가 주어져 있고, 이차함수의
최댓값, 최솟값을 구하여라.

00:32:07.696 --> 00:32:10.983

제일 먼저 뭘 확인하시겠어요?

00:32:11.083 --> 00:32:12.901

제일 먼저 확인하게 되는 것은

00:32:13.001 --> 00:32:14.886

과연 꼭짓점의 x 좌표가

00:32:14.986 --> 00:32:18.639

여기에 들어가느냐 들어가지
않느냐라는 것이 될 것입니다.

00:32:18.739 --> 00:32:21.838

그래서 꼭짓점의
 x 좌표를 구해볼게요.

00:32:21.938 --> 00:32:26.859

꼭짓점의 x 좌표는
 $-2a$ 분의 b 였어요.

00:32:26.959 --> 00:32:30.850

이 식 같은 경우는 꼭짓점의
 x 좌표, 그 p 에 해당하는 것,

00:32:30.950 --> 00:32:35.129

$-2a$ 분의 b 에 해당하는 것이
바로 1로 나오게 되죠.

00:32:35.229 --> 00:32:40.247

그러면 -1과 1 사이에
1이 존재합니다.

00:32:40.347 --> 00:32:42.882
-1과 3 사이에 1이 존재해요.

00:32:42.982 --> 00:32:46.370
그래서 이것의 그래프를
그린다면 -1이 있고,

00:32:46.470 --> 00:32:50.558
그다음에 3이 있고 그다음에
1은 어디에 위치하죠?

00:32:50.658 --> 00:32:54.902
-1부터 0, 1, 2,
3 이렇게 되었을 때

00:32:55.002 --> 00:32:58.997
딱 둘의 정중앙에 1이
위치하게 되겠네요.

00:32:59.097 --> 00:33:01.561
그러면서 아래로 볼록인 그래프예요.

00:33:01.661 --> 00:33:04.225
그리고 1일 때의 값도 우리가
고려를 해줘야 돼요.

00:33:04.325 --> 00:33:08.145
여기다가 1을 대입한다면 애
이름을 $f(x)$ 라고 해볼게요.

00:33:08.245 --> 00:33:13.967
 $f(1)$ 의 값을 계산해 본다면 그
값이 -3으로 나오게 되죠.

00:33:14.067 --> 00:33:20.708
1 대입했을 때 y 값 -3이 나오게
되면서 여기 -3 지나가게 되고.

00:33:20.808 --> 00:33:27.601
그러면 -1을 넣었을 때의 값은
 $2+4-1$ 이 되니까 5가 되죠.

00:33:27.701 --> 00:33:32.774
여기 -1 집어넣었더니 값이 획
올라가서 5까지 올라갔어요.

00:33:32.874 --> 00:33:34.256
여기 지나가게 되고.

00:33:34.356 --> 00:33:36.553
이런 식으로 그래프가 그려지는데

00:33:36.653 --> 00:33:39.115
제가 3 넣었을 때의
값은 계산을 안 해봤죠.

00:33:39.215 --> 00:33:42.785
왜냐하면 딱 1로부터 대칭적이예요.

00:33:42.885 --> 00:33:47.013

그렇다면 y 의 값 똑같이
5로 나오게 될 거예요.

00:33:47.113 --> 00:33:51.253
이렇게 그래프가 그려지기 때문에
최댓값은 얼마가 되죠?

00:33:51.353 --> 00:33:55.491
바로 최댓값은 5가 된다고
할 수가 있고요.

00:33:55.591 --> 00:33:57.180
가장 높은 곳에 위치하는 것.

00:33:57.280 --> 00:34:01.030
셋 중에서 이 3개에 대한
함숫값 중에서 가장 큰 값.

00:34:01.130 --> 00:34:02.334
바로 5가 되죠.

00:34:02.434 --> 00:34:04.039
최댓값이 5가 되는 것이고.

00:34:04.139 --> 00:34:06.614
최솟값은 1 대입했을 때

00:34:06.714 --> 00:34:10.409
어차피 전체 중에서 제일
작은 것이 -3이었어요.

00:34:10.509 --> 00:34:14.858
그렇기 때문에 잘라져 있는
구간에서도 1이 포함되어 있으니까

00:34:14.958 --> 00:34:19.397
제일 작은 값은 그림에서 보는 바와
같이 -3이 된다는 것입니다.

00:34:19.497 --> 00:34:21.443
마찬가지로 이것도 해볼게요.

00:34:21.543 --> 00:34:22.762
꼭짓점의 x 좌표.

00:34:22.862 --> 00:34:29.359
-2a분의 b로 계산을
해보게 되면 3이 나오죠.

00:34:29.459 --> 00:34:34.556
그러면 3은 간신히 이
구간 속에 걸쳐 있네요.

00:34:34.656 --> 00:34:38.642
3일 때 값을 그리고
대입을 해서 계산해 보면

00:34:38.742 --> 00:34:42.786
 $f(3)$ 의 값은 $-9+18$
되니까 9가 되고요.

00:34:42.886 --> 00:34:48.185

(3, 9)가 이렇게 나오고
여기 위로 볼록인 그래프예요.

00:34:48.285 --> 00:34:51.366

그러면서 구간이 -1부터 3까지니까

00:34:51.466 --> 00:34:56.982

그 구간의 시작점에서의 값을
찾아보면 -7이 나오죠.

00:34:57.082 --> 00:35:01.369

-1일 때는 -7 정도
되는 값을 가지고 있고.

00:35:01.469 --> 00:35:04.553

이렇게 올라가다가 원래
여기에서 뚝 떨어지게 되는데

00:35:04.653 --> 00:35:09.715

지금 구간에 끝에 간신히 이 최댓값
전체에서 최대였던 것이 있어요.

00:35:09.815 --> 00:35:15.469

그렇기 때문에 최댓값을 찾는다면
원래 전체적으로 제일 컸던 9.

00:35:15.569 --> 00:35:20.566

최솟값을 찾는다면
-7로 나오게 되죠.

00:35:20.666 --> 00:35:25.626

구간 속에 최댓값 갖도록 하는
그 꼭짓점 x좌표가 들어가는데

00:35:25.726 --> 00:35:30.177

지금 어차피 구간의 끝값도 그
꼭짓점의 x좌표이기 때문에

00:35:30.277 --> 00:35:33.798

굳이 3개를 다 고려하지 않고
중복이 되니까 2개를 고려해서

00:35:33.898 --> 00:35:37.799

이렇게 양 끝값으로써 최댓값과
최솟값을 찾아준 거예요.

00:35:37.899 --> 00:35:41.999

이번에는 x^2+4x+1 .

00:35:42.099 --> 00:35:45.271

이거 같은 경우는 꼭짓점의 x좌표가

00:35:45.371 --> 00:35:48.833

이거 쉬우니까 그냥 바로
완전제곱식으로 바꿔 볼까요?

00:35:48.933 --> 00:35:50.388

-2가 되죠.

00:35:50.488 --> 00:35:53.880

그러면 -2는 이 구간
속에 들어오나요?

00:35:53.980 --> 00:35:55.832
들어오지 않습니다.

00:35:55.932 --> 00:36:00.456
그래서 아예 제외시켜 놓고 이
-3이라는 것도 중요하지 않아요.

00:36:00.556 --> 00:36:04.151
내가 이제 관심 가져야 되는
것은 -1 넣었을 때의 값과

00:36:04.251 --> 00:36:08.074
3 넣었을 때의 값이 무엇이 될
거냐라는 것이 되는 거거든요.

00:36:08.174 --> 00:36:12.776
-1 대입해서 계산해 보면
-2가 나오게 되고요.

00:36:12.876 --> 00:36:18.177
3을 넣어서 계산해 보면 25-3이
되니까 22로 나오게 되죠.

00:36:18.277 --> 00:36:21.878
그러면 사실 굳이 그래프를
그려 보지 않는다고 할지라도

00:36:21.978 --> 00:36:26.754
애가 원래 여기에서 이렇게 제일
낮은 값을 가지는 이런 그래프였는데

00:36:26.854 --> 00:36:32.170
이게 쪽 올라가게 되면서
저기 3이 될 때까지를,

00:36:32.270 --> 00:36:33.815
x가 3이 될 때까지 그려보면

00:36:33.915 --> 00:36:36.402
이렇게 그래프가 나오게 되면서

00:36:36.502 --> 00:36:40.368
-1일 때 이 값이
최소가 되는 거고.

00:36:40.468 --> 00:36:43.009
그다음에 이 값이
최대가 되는 거고.

00:36:43.109 --> 00:36:47.680
양 끝값에서 이렇게 최소와
최대가 결정이 됩니다.

00:36:47.780 --> 00:36:49.028
이거는 어때요?

00:36:49.128 --> 00:36:55.122
우리 꼭짓점의 x좌표 구해본다면

-2a분의 b에 해당하는 값

00:36:55.222 --> 00:36:58.999
계산을 해보니까 4가 나오게 되죠.

00:36:59.099 --> 00:37:00.164
-4가 나오죠.

00:37:00.264 --> 00:37:03.506
그러면 역시 구간 속에
이게 들어오지 않네요.

00:37:03.606 --> 00:37:05.471
그러면 이제 그래프 안 그려 봐도

00:37:05.571 --> 00:37:09.622
f(-1)과 f(3)
중에서 제일 크고

00:37:09.722 --> 00:37:12.226
제일 작은 것이 결정이
될 거라는 거죠.

00:37:12.326 --> 00:37:15.720
-1 넣어서 계산을 해보면
7 나오게 되고요.

00:37:15.820 --> 00:37:19.945
3 넣어서 계산해 보면
-9-24니까 -33이죠.

00:37:20.045 --> 00:37:24.438
이것이 최대가 되는
것이고, 최댓값.

00:37:24.538 --> 00:37:28.452
그다음에 이 값이 최솟값이 됩니다.

00:37:28.552 --> 00:37:33.643
문제를 풀면서 혹시 아까
제가 제기했던 질문.

00:37:33.743 --> 00:37:36.890
과연 계산하지 않고
그래프를 그리지 않고

00:37:36.990 --> 00:37:41.929
f(a), f(β) 중에 큰 것이
무엇인지 알 수 있을까라고 얘기를 했는데

00:37:43.464 --> 00:37:47.844
애는 문제가 아주 충분히
대답하기에 많지는 않았네요.

00:37:47.944 --> 00:37:51.254
여러 가지 상황을 한번
생각해 보도록 하겠습니다.

00:37:51.354 --> 00:37:55.771
α, β가 이렇게 있고,
지금 애는 -2a분의 b가

00:37:55.871 --> 00:37:57.435

아까 우리 처음 풀었던 문제는

00:37:57.535 --> 00:38:01.875

정확하게 이거의 가운데에
-2a분의 b가 있었죠.

00:38:01.975 --> 00:38:04.758

그런데 -2a분의
b에 해당하는 값이

00:38:04.858 --> 00:38:07.951

좀 왼쪽으로 치우쳤다고
생각을 해볼게요.

00:38:08.051 --> 00:38:11.279

그다음에 오른쪽으로 치우친
경우가 있을 수도 있습니다.

00:38:11.379 --> 00:38:15.367

애가 -2a분의 b가
조금 더 β 에 가깝게

00:38:15.467 --> 00:38:20.098

이렇게 오른쪽으로 치우치게 된
세 가지 경우를 생각해 본다면

00:38:20.198 --> 00:38:22.863

a가 0보다 큰
상황에서 이렇게 되면

00:38:22.963 --> 00:38:25.546

지금 여기에 길이가 똑같기 때문에

00:38:25.646 --> 00:38:28.095

이 y값이 서로 똑같아지게 되죠.

00:38:28.195 --> 00:38:37.370

최솟값은 여기, f(-2a분의
b)에서 만들어지게 되고요.

00:38:37.470 --> 00:38:42.358

최댓값은 어차피 a하고
 β 에서의 값이 똑같아요.

00:38:42.458 --> 00:38:46.138

f(a)하고 f(β)하고 똑같은
값으로 이렇게 나오게 됩니다.

00:38:46.238 --> 00:38:48.194

이 경우에는 여기가 최솟값이에요.

00:38:48.294 --> 00:38:52.354

그다음에 여기 양쪽으로
값이 올라갈 때 애가 이제

00:38:52.454 --> 00:38:57.636

꼭짓점의 x좌표이기도 하지만 애의
이름이 뭐였냐면 대칭축이에요.

00:38:57.736 --> 00:39:01.471

이걸 대칭으로 해서 좌우 같은
속도로 올라가게 되거든요.

00:39:01.571 --> 00:39:05.841

그런데 애가 올라가려고 하니까
 a 쪽에는 금방 도달했고요.

00:39:05.941 --> 00:39:07.589

β 는 조금 더 가야 됐어요.

00:39:07.689 --> 00:39:09.491

더 쪽 올라가게 됩니다.

00:39:09.591 --> 00:39:13.260

그렇다면 대칭축이 좀 더
대칭축에서 멀어질수록

00:39:13.360 --> 00:39:15.264

더 많이 올라가게 될 수가 있겠죠.

00:39:15.364 --> 00:39:20.844

그래서 최솟값은 $-2a$ 분의
 b 일 때 가지게 되지만

00:39:20.944 --> 00:39:25.840

최댓값을 찾는다면 그 최댓값은
 $f(\beta)$ 가 나오게 돼요.

00:39:25.940 --> 00:39:28.849

더 멀리 떨어져 있는 값에서
최댓값이 나오게 되는 거죠.

00:39:28.949 --> 00:39:30.160

이 경우는 어떻겠어요.

00:39:30.260 --> 00:39:32.659

이번에는 a 가 더
멀리 떨어져 있으니까

00:39:32.759 --> 00:39:34.819

a 쪽으로 더 많이 갈 수 있습니다.

00:39:34.919 --> 00:39:38.375

그렇기 때문에 최댓값이
 a 에서 생기게 돼요.

00:39:38.475 --> 00:39:44.526

이번에는 최대가 $f(a)$, 최소가
 $f(-2a$ 분의 $b)$ 로 나오게 되는 거예요.

00:39:44.626 --> 00:39:50.914

그러면 예를 들어서 $y=x^2-2x+5$ 라는
함수식이 있었다고 해볼게요.

00:39:51.014 --> 00:39:54.595

그러면 애는
 $(x-1)^2+4$ 가 되죠.

00:39:54.695 --> 00:39:58.698

만약에 구간이 0부터

5까지였을 때,

00:39:58.798 --> 00:40:03.572

그다음에 구간이 -2부터
3까지였을 때,

00:40:03.672 --> 00:40:10.062

그다음에 구간이 -3부터 2였을 때

00:40:10.162 --> 00:40:12.626

이렇게 세 가지 가지고
한번 연습을 해볼까요?

00:40:12.726 --> 00:40:16.275

최소, 최대 이렇게 구한다고 할 때

00:40:16.375 --> 00:40:19.665

모두 다 꼭짓점의 x 좌표를
포함하고 있는 경우에 대해서

00:40:19.765 --> 00:40:22.833

제가 생각을 해보려고
이렇게 식을 적었죠.

00:40:22.933 --> 00:40:28.841

1이 위치하고 있는 곳에서 0과
5 중에서 어디가 더 먼가요?

00:40:28.941 --> 00:40:31.131

값을 본다면 5가 더 멀어요.

00:40:31.231 --> 00:40:34.150

그렇다면 최댓값은
 $f(5)$ 가 될 거예요.

00:40:34.250 --> 00:40:38.075

최소는 당연히 여기 구간 속에 1이
있으니까 $f(1)$ 이 나오게 되고.

00:40:38.175 --> 00:40:40.097

모두 다 최솟값은 $f(1)$ 입니다.

00:40:40.197 --> 00:40:44.165

지금 이 함수식을 봤을 때 아래로
볼록이니까 최솟값은 이렇게

00:40:44.265 --> 00:40:46.049

꼭짓점에서 생기게 되죠.

00:40:46.149 --> 00:40:48.883

그다음에 이번에는 1에서
어디가 더 먼가요?

00:40:48.983 --> 00:40:50.801

여기는 3만큼 떨어져 있고요.

00:40:50.901 --> 00:40:53.169

여기는 2만큼 떨어져 있어요.

00:40:53.269 --> 00:40:57.073

3만큼 떨어진 곳에 도달하기가

더 멀리 있는 거죠.

00:40:57.173 --> 00:41:00.198

그런데 최댓값이 $f(2)$ 에서
만들어지게 되고요.

00:41:00.298 --> 00:41:04.565

이때는 그 꼭짓점 x 좌표 1에서
얘는 4만큼 떨어져 있고,

00:41:04.665 --> 00:41:06.095

이거 1만큼 떨어져 있어요.

00:41:06.195 --> 00:41:09.293

그러면 최대가 $f(-3)$ 이
될 거라는 것입니다.

00:41:09.393 --> 00:41:10.362

무슨 뜻이냐.

00:41:10.462 --> 00:41:15.596

그래프를 그렸을 때 1에서
우리 꼭짓점이 생겼었잖아요.

00:41:15.696 --> 00:41:23.423

그런데 -3 여기에서 0, 1, -1,
-2, -3 이만큼 4만큼 떨어져 있고

00:41:23.523 --> 00:41:25.096

2는 이만큼 떨어져 있어요.

00:41:25.196 --> 00:41:27.497

그러면 1을 기점으로
대칭적으로 갈 때

00:41:27.597 --> 00:41:30.701

더 멀리 떨어질수록 위로
더 올라가게 되는 거죠.

00:41:30.801 --> 00:41:32.615

그래서 더 멀리 떨어져 있는 값에서

00:41:32.715 --> 00:41:35.850

최댓값을 가지게 된다고 하는
그걸 말씀드린 거예요.

00:41:35.950 --> 00:41:43.223

얘도 마찬가지로 1에서부터 -2로
갈 때가 3으로 갈 때보다

00:41:43.323 --> 00:41:45.287

조금 더 멀리 갈 수
있게 되는 거고.

00:41:45.387 --> 00:41:49.026

0으로 갈 때보다 1에서
0으로 가기보다 5로 갈 때

00:41:49.126 --> 00:41:50.417

더 멀리 가게 되는 거고.

00:41:50.517 --> 00:41:53.097

그만큼 더 높이 올라갈
수 있다고 하는 거니까

00:41:53.197 --> 00:41:56.614

혹시 그래프 그리는 게 매번
그리는 것이 힘들다고 한다면

00:41:56.714 --> 00:41:59.184

이런 식으로 판단을
해볼 수도 있는 것인데

00:42:01.008 --> 00:42:03.336

헛갈린다면 반드시
그래프를 그리세요.

00:42:03.436 --> 00:42:06.515

이제 문제가 복잡해질수록
여러분이 헛갈릴 수 있습니다.

00:42:06.615 --> 00:42:08.563

그러면 반드시 그래프를
그려서 확인하시고

00:42:08.663 --> 00:42:13.554

간단한 문제 같은 경우는 이렇게
생각을 해보실 수가 있다는 거예요.

00:42:13.654 --> 00:42:16.740

내용을 좀 정리
해보도록 하겠습니다.

00:42:16.840 --> 00:42:19.191

우리 굉장히 많은 내용을
지금 살펴봤는데

00:42:19.291 --> 00:42:22.381

결국 알고리즘이 어떻게
되는 것이냐면

00:42:22.481 --> 00:42:27.066

이차함수의 최댓값,
최솟값을 구하려고 할 때.

00:42:29.522 --> 00:42:39.493

이차함수 $f(x)=ax^2+bx+c$ 의
최댓값, 최솟값 구하려고 할 때.

00:42:41.798 --> 00:42:46.132

어떻게 구해줄 수 있냐면
먼저 고려를 해주는 것이

00:42:46.232 --> 00:42:57.058

x 의 범위가 제한되었는가라는
것을 확인해 볼게요.

00:42:57.158 --> 00:43:02.160

x 의 범위가 제한되었는가라는
것을 확인해서 그렇지 않다,

00:43:02.260 --> 00:43:06.598

모든 실수값을 다 갖는다고
한다면 a 가 0보다 클 때

00:43:06.698 --> 00:43:08.123
그래프가 이렇게 나오고,

00:43:08.223 --> 00:43:11.975
 a 가 0보다 작을 때의
그래프가 이렇게 나오게 돼요.

00:43:12.075 --> 00:43:17.839
그렇기 때문에 최솟값이, 최솟값
제가 앞으로 이제 많이 적을 거니까

00:43:17.939 --> 00:43:21.099
최솟값을 이렇게 적어
보도록 하겠습니다.

00:43:21.199 --> 00:43:23.412
최댓값은 이렇게 표현을 해줄게요.

00:43:23.512 --> 00:43:27.928
최솟값이 $f(-2a$ 분의
 $b)$ 가 되는 거고

00:43:28.028 --> 00:43:30.374
최댓값은 존재하지 않게 되죠.

00:43:30.474 --> 00:43:33.902
 a 가 0보다 작았다면
최솟값이 존재하지 않고,

00:43:34.002 --> 00:43:38.547
최댓값으로 나오는 것이
 $f(-2a$ 분의 $b)$ 가 된다고

00:43:38.647 --> 00:43:41.392
이렇게 심플하게 정리가
되는 거예요.

00:43:41.492 --> 00:43:44.437
 x 의 범위가 제한이 되어
있지 않았다고 한다면요.

00:43:44.537 --> 00:43:48.100
그런데 만약에 x 의 범위가
제한이 되어 있느냐,

00:43:48.200 --> 00:43:52.237
yes라고 해서 x 가
만약에 a 부터 β 까지

00:43:52.337 --> 00:43:55.882
이렇게 제한이 되어 있었다고 한다면

00:43:55.982 --> 00:43:58.835
그다음에 어떤 걸 질문하시겠어요?

00:43:58.935 --> 00:44:01.397
여기에서 또 하나의
질문이 필요합니다.

00:44:01.497 --> 00:44:06.430

어떤 거를 생각해줘야
되냐면 a 와 β 사이에

00:44:06.530 --> 00:44:13.432

- $2a$ 분의 b 가 들어가는가라는
것을 질문을 하는 거예요.

00:44:13.532 --> 00:44:17.928

그렇게 해서 만약에 yes
들어가 있어요라고 한다면

00:44:18.028 --> 00:44:23.425

그래프가 이렇게 되면서 또는
이렇게 되면서 여기 꼭짓점이

00:44:23.525 --> 00:44:27.973

여기에 포함이 되어 있는 형태의
그래프가 그려지게 된다는 거죠.

00:44:28.073 --> 00:44:31.968

그렇다면 최솟값은 어디에서
생기게 된다고요?

00:44:32.068 --> 00:44:38.616

a 가 만약 0보다 컸다면 최솟값은
 $f(-2a$ 분의 $b)$ 에서 생기게 되고

00:44:38.716 --> 00:44:43.988

그다음에 최댓값은 $f(a)$ 와
 $f(\beta)$ 중에서 큰 값이

00:44:44.088 --> 00:44:46.374

최댓값이 된다는 것입니다.

00:44:46.474 --> 00:44:50.050

이것과 같이 a 가 0보다
작았다고 한다면

00:44:50.150 --> 00:44:56.876

최솟값이 $f(a)$ 와 $f(\beta)$
중에서 작은 값으로 나오게 되고

00:44:56.976 --> 00:45:04.075

최댓값은 바로 $f(-2a$ 분의
 $b)$ 로 이렇게 나오게 되겠죠.

00:45:04.175 --> 00:45:09.422

그런데 아까 제가 한참 설명을 드렸던
것은 $f(a)$ 와 $f(\beta)$ 중에서

00:45:09.522 --> 00:45:12.220

큰 값이 어디에서 나오게 되느냐.

00:45:12.320 --> 00:45:24.322

이것은 $-2a$ 분의 b 에서 더
멀리 떨어진 값에서의

00:45:24.422 --> 00:45:30.820

함숫값이 될 거라는 것이고요.

00:45:30.920 --> 00:45:35.096
마찬가지로 이때도 대칭축으로부터
더 멀리 떨어질수록,

00:45:35.196 --> 00:45:38.270
대칭축에서 시작해서 더
멀리 x값이 갈수록

00:45:38.370 --> 00:45:39.968
더 밑으로 떨어지게 되겠죠.

00:45:40.068 --> 00:45:41.690
그런 방법으로 찾는다면

00:45:41.790 --> 00:45:45.031
굳이 그래프를 그리지 않고도
찾을 수가 있다는 거고요.

00:45:45.131 --> 00:45:48.376
만약에 구간 속에 이게
들어가 있지 않았었어요.

00:45:48.476 --> 00:45:50.803
그렇다면 그래프가 그려지는 것이

00:45:50.903 --> 00:45:53.172
이렇게 되거나 이렇게 되거나

00:45:53.272 --> 00:45:56.598
아니면 이렇게 됐거나 이렇게
됐거나 이런 식으로

00:45:56.698 --> 00:45:57.976
나오게 될 거라는 거예요.

00:45:58.076 --> 00:45:59.795
위로 볼록일 때, 아래로 볼록일 때

00:45:59.895 --> 00:46:02.539
각각 이런 방식으로
나오게 될 테니까

00:46:02.639 --> 00:46:09.281
최댓값은 그냥 $f(\alpha)$ 와 $f(\beta)$
중에서 계산을 해보고 큰 값.

00:46:09.381 --> 00:46:12.198
어차피 둘 다 계산을 해봐야
되기 때문에 앞에서처럼

00:46:12.298 --> 00:46:15.025
그래프를 안 그리고 여기에서
클까 저기에서 클까

00:46:15.125 --> 00:46:17.947
이런 거를 계산하기보다는
어쨌든 양 끝값을

00:46:18.047 --> 00:46:20.245
다 계산을 해봐야

돼요, 이 경우에는.

00:46:20.345 --> 00:46:25.343
그래서 $f(\alpha)$ 랑 $f(\beta)$
계산해놓고 양 구간의 끝값 중에서

00:46:25.443 --> 00:46:29.042
큰 값이 최댓값이 되고
그다음에 둘 중에서 작은 값이

00:46:29.142 --> 00:46:31.785
최솟값이 된다고 하면 되겠죠.

00:46:31.885 --> 00:46:34.149
그래서 첫 번째 체크해주는 거.

00:46:34.249 --> 00:46:36.625
다시 범위가 제한이 되어 있는가,

00:46:36.725 --> 00:46:39.247
제한이 되어 있지
않는가라는 것을 보고

00:46:39.347 --> 00:46:42.046
제한이 안 되어 있을 때는
꼭짓점만 고려해주면 되는 거고요.

00:46:42.146 --> 00:46:45.766
제한이 되어 있다 그러면 그다음
질문이 바로 이어지는 것이

00:46:45.866 --> 00:46:50.097
바로 꼭짓점의 x좌표를 구간
속에 포함을 하는가라는 걸

00:46:50.197 --> 00:46:52.402
반드시 체크를 해주자는 거예요.

00:46:52.502 --> 00:46:54.785
그렇다고 한다면 고려해야
될 게 세 가지.

00:46:54.885 --> 00:46:59.122
그렇지 않다고 하면 고려하는 것이
두 가지로 나오게 되는 거죠.

00:46:59.222 --> 00:47:01.475
그래서 이 알고리즘을
머릿속에 넣어 놓고

00:47:01.575 --> 00:47:05.649
이제 최대, 최소를 구한다면 실수하지
않고 잘 찾을 수가 있을 거예요.

00:47:05.749 --> 00:47:08.616
특히 많이 실수하는 부분이
저 꼭짓점의 x좌표를

00:47:08.716 --> 00:47:10.258
포함하느냐 안 하느냐입니다.

00:47:10.358 --> 00:47:12.508

그래서 그거 실수하지
않게 잘 조심하세요.

00:47:12.608 --> 00:47:14.942

그러면 이제 개념 확인
문제 풀어보겠습니다.

00:47:15.042 --> 00:47:18.205

이 이차함수의 축의
방정식이 $x=1$ 이래요.

00:47:18.305 --> 00:47:21.508

축의 방정식, 꼭짓점의
 x 좌표를 얘기하는 거죠.

00:47:21.608 --> 00:47:28.175

꼭짓점의 x 좌표 구해보면 $-2a$ 분의
 b 에 해당하는 것, 그것이 1입니다.

00:47:28.275 --> 00:47:32.264

그러면 a 를 구했을 때 a 의
값이 4가 나오게 되겠죠.

00:47:32.364 --> 00:47:38.746

그래서 $y=-2x^2+4x+b$ 인데
위로 볼록이에요.

00:47:38.846 --> 00:47:40.522

최댓값 어디에서 생겨요?

00:47:40.622 --> 00:47:46.067

바로 이렇게 대칭축이 있었던,
대칭축이 1이라고 했잖아요.

00:47:46.167 --> 00:47:49.310

거기에서의 y 의 값이
바로 최댓값이죠.

00:47:49.410 --> 00:47:52.162

그러면 1을 대입해보니까,
이 식에.

00:47:52.262 --> 00:47:56.840

$-2+4+b$ 가 꼭짓점의 y 좌표인데

00:47:56.940 --> 00:48:00.162

그것이 바로 3으로 나오게
됐다는 뜻입니다.

00:48:00.262 --> 00:48:05.165

그래서 이거를 풀어준다면 b 의
값은 1이라고 찾을 수가 있죠.

00:48:05.265 --> 00:48:09.317

a 가 4, b 가 1이니까 둘을 더한
값 5라고 구할 수가 있어요.

00:48:09.417 --> 00:48:13.420

이번에는 0부터 3 사이에서
애의 최댓값이 4래요.

00:48:13.520 --> 00:48:16.046

0부터 3 사이에서라고 했는데

00:48:16.146 --> 00:48:20.037

그렇다면 꼭짓점이 들어가는가 안 들어가는가 확인을 해봐야겠죠.

00:48:20.137 --> 00:48:21.995

범위가 제한이 되어 있다고 했으니까

00:48:22.095 --> 00:48:23.931

꼭짓점부터 확인을 해주자는 거예요.

00:48:24.031 --> 00:48:30.508

꼭짓점의 x 좌표 구해보면 $-2a$ 분의 b 로 계산했을 때 1이네요.

00:48:30.608 --> 00:48:34.156

그러면 0과 3 사이에 1이 들어가게 됩니다.

00:48:34.256 --> 00:48:40.093

그러면 그래프를 생각했을 때 1에서 최솟값을 가지게 되는 것이고,

00:48:40.193 --> 00:48:44.674

그다음에 0부터 3까지 이런 식으로 그래프가 그려지게 될 때

00:48:44.774 --> 00:48:46.999

이런 식으로 그래프가 나오잖아요.

00:48:47.099 --> 00:48:51.836

0부터 3까지 그래프가 그려진다면 최댓값 어디에서 가지겠어요?

00:48:51.936 --> 00:48:54.435

3일 때 가질까요, 0일 때 가질까요?

00:48:54.535 --> 00:48:57.834

1에서부터 0보다 3이 더 멀리 있어요.

00:48:57.934 --> 00:49:00.540

그만큼 그래프가 더 위로 올라가줄 수가 있죠.

00:49:00.640 --> 00:49:05.987

최댓값이라는 것은 결국 저 식에다 이 함수의 식을 $f(x)$ 라고

00:49:06.087 --> 00:49:11.142

이름을 붙였을 때 결국 $f(3)$ 의 값이 최댓값이 되었던 거예요.

00:49:11.242 --> 00:49:15.165

그러면 $27-18+k$ 의 값,

00:49:15.265 --> 00:49:20.058

이게 4가 되는 것이니까 k 가
-5였다는 걸 알 수가 있죠.

00:49:20.158 --> 00:49:25.457
그래서 상수 k 의 값을 구한다면
-5가 된다고 구할 수 있습니다.

00:49:25.557 --> 00:49:28.908
그냥 습관적으로 최댓값 뭔가
꼭짓점 대입한 게 4 아니야.

00:49:29.008 --> 00:49:30.178
이런 식으로 하시면 안 돼요.

00:49:30.278 --> 00:49:33.017
그래프를 보시고 어디에서
최대가 될 수 있는지

00:49:33.117 --> 00:49:34.984
그래프를 통해 판단을 하는 거죠.

00:49:35.084 --> 00:49:38.503
그랬을 때 이렇게 바른 k 의
값을 찾을 수가 있어요.

00:49:38.603 --> 00:49:41.274
9-3, 9-4는 약간
어려운 문제입니다.

00:49:41.374 --> 00:49:43.966
9-3에서는 두 실수
 x, y 에 대해서

00:49:44.066 --> 00:49:45.474
갑자기 뭔가 이차함수가 아니라

00:49:45.574 --> 00:49:48.039
이런 식이 나와서
당황했을 수도 있는데.

00:49:48.139 --> 00:49:51.285
약간 어렵게 나올 수
있는 문제예요.

00:49:51.385 --> 00:49:54.121
 $x^2 + y^2$ 사이의 관계식이 나왔고

00:49:54.221 --> 00:49:57.590
 $x^2 - 2y$ 의 최댓값,
최솟값을 구하라고 했어요.

00:49:57.690 --> 00:50:03.124
그러면 일단 애를 한 문자로
표현을 해주는 것이 좋습니다.

00:50:03.224 --> 00:50:06.196
그러면 한 문자로 표현할
때 누구로 표현하겠어요?

00:50:06.296 --> 00:50:08.781
 x, y 사이의 관계가

나와 있잖아요.

00:50:08.881 --> 00:50:13.838

애를 x^2 을 $4-y^2$ 이라고
할 수 있죠.

00:50:13.938 --> 00:50:17.209

그래서 여기 x^2 에다
이거를 대입해 주면

00:50:17.309 --> 00:50:21.145

이 식의 값은
 $4-y^2-2y$ 가 되어서

00:50:21.245 --> 00:50:25.165

이것을 y 에 대한
함수식으로 봤을 때

00:50:25.265 --> 00:50:27.621
애의 최대, 최소를 구하면 되는데.

00:50:27.721 --> 00:50:33.780

여기에서 정말 조심할 것, x^2 을
없애서 $4-y^2$ 이라고 썼어요.

00:50:33.880 --> 00:50:38.467

그러면 여기에 숨어 있는
 x 의 범위가 있었습시다.

00:50:38.567 --> 00:50:40.930

y 의 범위로 이어지게
되는 숨어 있는

00:50:41.030 --> 00:50:44.558

어떤 범위가 있었는데
뭐냐면, x^2 이죠.

00:50:44.658 --> 00:50:46.939

두 실수 x, y 라고 했죠.

00:50:47.039 --> 00:50:50.330

x^2 은 0보다 크거나 같아요.

00:50:50.430 --> 00:50:54.350

그러면 $4-y^2$ 도 0보다
크거나 같아야 되겠죠.

00:50:54.450 --> 00:50:58.601

두 개가 똑같다고 했으니까
 x^2 이 0보다 크거나 같으면

00:50:58.701 --> 00:51:01.255

$4-y^2$ 이 0보다 크거나 같고요.

00:51:01.355 --> 00:51:04.492

그러면 y^2 이 4보다
작거나 같습시다.

00:51:04.592 --> 00:51:07.136

y^2 이 4보다 작거나 같다는 것은

00:51:07.236 --> 00:51:10.381

y가 -2 이상, 2
이하가 된다는 거예요.

00:51:10.481 --> 00:51:16.256

식을 이렇게 바꾸는 순간 y의
범위가 자동으로 생성이 돼요.

00:51:16.356 --> 00:51:24.087

만약에 한 문자를 소거해서
식을 표현했다.

00:51:24.187 --> 00:51:28.209

소거와 동시에 소거된 문자의
범위가 생기는 것이

00:51:28.309 --> 00:51:31.147

이런 최대, 최소 문제에서
반드시 일어나는 일이에요.

00:51:31.247 --> 00:51:33.183

거의 대부분 일어나는 일입니다.

00:51:33.283 --> 00:51:37.914

그래서 애를 이제 y에
대한 함수식으로 봤어요.

00:51:38.014 --> 00:51:42.813

$-y^2-2y+4$ 가 되었다.

00:51:42.913 --> 00:51:47.009

최대, 최소를 구하려고 할 때
범위가 제한이 되어 있잖아요.

00:51:47.109 --> 00:51:50.754

그렇기 때문에 또 먼저 체크를
해주는 것이 꼭짓점의

00:51:50.854 --> 00:51:53.427

이번에는 y좌표라고
쓸 수가 있겠죠.

00:51:53.527 --> 00:51:54.673

y에 대한 함수니까.

00:51:54.773 --> 00:51:58.077

그래프를 그린다면 y의
값이 여기로 오게 되고,

00:51:58.177 --> 00:52:01.371

여기 y축의 값을 t
이런 식으로 써도 되고,

00:52:01.471 --> 00:52:05.040

$f(y)$ 의 값이 여기에 그려지는
상황이다라고 해놓는다면

00:52:05.140 --> 00:52:09.692

이 y에 대한 이차함수에서의
대칭축이 누구예요?

00:52:09.792 --> 00:52:13.222

-2a분의 b 계산해
보면 -1로 나오죠.

00:52:13.322 --> 00:52:18.414

-2a분의 b의 값 계산해
보면 -1이 됩니다.

00:52:18.514 --> 00:52:21.721

-1은 이 범위 속에 포함이 돼요.

00:52:21.821 --> 00:52:24.701

그러니까 거기에서 최댓값을
가지게 될 것이고

00:52:24.801 --> 00:52:26.808

누가 더 멀리 떨어져 있죠?

00:52:26.908 --> 00:52:33.426

-2하고 2까지 올 때 2가 더
훨씬 -2는 1만큼 떨어져 있는데

00:52:33.526 --> 00:52:35.769

2는 3만큼이나 떨어져 있잖아요.

00:52:35.869 --> 00:52:38.733

그래서 2로 오게 된 이
값이 최소가 되고,

00:52:38.833 --> 00:52:42.964

그 -1에서의 값이
최대로 나오게 되겠죠.

00:52:43.064 --> 00:52:49.314

그래서 최댓값을 구한다면 -1을
대입했을 때 값이에요.

00:52:49.414 --> 00:52:58.973

그래서 -1을 대입해 주면 $-1+2+4$
해서 값이 5로 나오게 되고요.

00:52:59.073 --> 00:53:02.338

그다음에 최솟값을 구한다.

00:53:02.438 --> 00:53:05.728

그래프를 보니까 그
-1에서 2로 갈 때

00:53:05.828 --> 00:53:07.373

더 많이 떨어지게 된다는 거예요.

00:53:07.473 --> 00:53:12.858

$f(2)$ 를 구하면 $-4-4+4$
해서 -4로 나오게 되죠.

00:53:12.958 --> 00:53:20.123

최댓값이 이렇게 5가 되고,
최솟값은 -4가 된다고

00:53:20.223 --> 00:53:23.997

2개의 최댓값과 최솟값을

찾아줄 수가 있습니다.

00:53:24.097 --> 00:53:27.964

그래서 이렇게 값을 우리가
구하게 되었고요.

00:53:28.064 --> 00:53:30.243

이번에는 9-4번으로 갈게요.

00:53:30.343 --> 00:53:34.514

이번에는 x 의 범위가 -2부터
2까지라고 나와 있어요.

00:53:34.614 --> 00:53:37.960

그때 이 함수의 최댓값과
최솟값을 구하라고 했는데

00:53:38.060 --> 00:53:39.914

눈에 확 띄는 것이 무엇인가요?

00:53:40.014 --> 00:53:44.125

x^2-2x , x^2-2x 니까
우리 치환할게요.

00:53:44.225 --> 00:53:48.869

t 로 치환을 하는데 치환을 하자마자

00:53:48.969 --> 00:53:50.551

앞에서 인수분해나

00:53:50.683 --> 00:53:54.212

그런 거 할 때 치환할 때는
치환하고 끝났는데

00:53:54.312 --> 00:53:55.924

지금은 함수를 다루고 있어요.

00:53:56.024 --> 00:53:58.344

x 를 말하자면 소거하는 거예요.

00:53:58.444 --> 00:54:03.515

t 로 소거해서 이제 $f(x)$ 에
관해서 나왔었던 식을

00:54:03.615 --> 00:54:07.569

t 에 대해서 t^2+3t-1 로
쓸 거거든요.

00:54:07.669 --> 00:54:09.837

그러면 반드시 뭐가 나와야 되느냐.

00:54:09.937 --> 00:54:13.546

t 의 범위가 이거로 소거하는
순간 어디부터 어디까지

00:54:13.646 --> 00:54:17.143

분포하게 된다는 것을
자동으로 써주셔야 합니다.

00:54:17.243 --> 00:54:23.258

그러면 t 가 x^2-2x 인데 x 의

범위가 -2부터 2까지였어요.

00:54:23.358 --> 00:54:25.531
그런데 t 는 x^2-2x 라는 걸

00:54:25.631 --> 00:54:30.902
 x 에 대한 함수식으로 생각을
해본다면 애는 $(x-1)^2-1$ 이죠.

00:54:31.002 --> 00:54:32.706
꼭짓점의 x 좌표가 1이에요.

00:54:32.806 --> 00:54:35.882
그렇기 때문에 이 범위
속으로 들어오게 되고

00:54:35.982 --> 00:54:38.675
1을 대입했을 때 y 값 -1이고요.

00:54:38.775 --> 00:54:41.834
그래프가 이런 식으로
가니까 1 대입했을 때

00:54:41.934 --> 00:54:45.220
최솟값을 갖고 -2
대입했을 때 최댓값.

00:54:45.320 --> 00:54:46.773
여기에서 최댓값 갖고,

00:54:46.873 --> 00:54:51.767
여기에서 최솟값 갖는 그런 함수식으로
나오게 되었다는 거예요.

00:54:51.867 --> 00:54:54.661
그렇기 때문에 t 의
최솟값 뭐라고요?

00:54:54.761 --> 00:54:57.969
1을 대입했을 때 나오는 -1.

00:54:58.069 --> 00:55:00.208
이거 x 가 1일 때.

00:55:00.308 --> 00:55:02.561
그다음에 t 의 최댓값은 얼마라고요?

00:55:02.661 --> 00:55:07.319
1에서부터 더 멀리 떨어져 있는
 x 에다 -2 대입했을 때.

00:55:07.419 --> 00:55:10.757
그러면 $4+4$ 로 나오게
되니까 8이 되겠죠.

00:55:10.857 --> 00:55:13.435
 t 의 범위 -1부터 8까지 해서

00:55:13.535 --> 00:55:16.353
이 식의 최댓값과 최솟값을
구해주시면 됩니다.

00:55:16.453 --> 00:55:21.619

그러면 이거는 x 좌표, 이걸
 t 에 대한 이차함수로 봤을 때

00:55:21.719 --> 00:55:24.807

꼭짓점의 x 좌표가 $-\frac{2}{3}$ 의
3에 해당하게 돼요.

00:55:24.907 --> 00:55:27.159

이 범위 속으로 들어오지 않죠.

00:55:27.259 --> 00:55:30.680

$-\frac{2}{3}$ 의 3은 -1 보다
더 작으니깐요.

00:55:30.780 --> 00:55:33.845

그렇기 때문에 최댓값,
최솟값을 구하려고 할 때

00:55:33.945 --> 00:55:35.339

우리가 무엇을 구하면 되느냐.

00:55:35.439 --> 00:55:39.637

그냥 t 에다 -1 대입하고
8 대입한 값을 대입해서,

00:55:39.737 --> 00:55:41.636

그야말로 대입해서 계산을 해주면

00:55:41.736 --> 00:55:44.879

어차피 이 그래프를 상상했을 때

00:55:44.979 --> 00:55:49.736

$-\frac{2}{3}$ 의 3 포함하지 않고
 -1 부터 8까지만 그려지게 되니까

00:55:49.836 --> 00:55:55.057

-1 대입해서 나오게 되는 값,
이게 최솟값이 되는 것이고

00:55:55.157 --> 00:56:00.422

8 대입해서 나오게 되는 이 값이
이제 최댓값으로 나오게 되는 것이죠.

00:56:00.522 --> 00:56:04.954

그래서 최댓값은 계산해
보면 $92-1$ 이니까 91.

00:56:05.054 --> 00:56:08.524

그다음에 최솟값은
 -3 이라고 나오게 되면서

00:56:08.624 --> 00:56:10.435

이제 둘을 더해준 것으로

00:56:10.535 --> 00:56:14.272

그 최댓값, 최솟값을 계산할 수 있는데

00:56:14.372 --> 00:56:15.821

여기에서 계산이

틀렸네요, 죄송해요.

00:56:15.921 --> 00:56:18.893
64+24-1이죠.

00:56:18.993 --> 00:56:21.826
그러면 88-1이니까
87이 되고요.

00:56:21.926 --> 00:56:26.007
여기 -3과 더해서 합을 구하면
84가 나오게 됩니다.

00:56:26.107 --> 00:56:29.126
이번에는 이 직선이
y축과 만나는 점을,

00:56:29.226 --> 00:56:33.660
A, x축과 만나는 점을 B라고
했을 때 P(a, b)가

00:56:33.760 --> 00:56:36.408
여기에서 여기를 따라서
움직이고 있어요.

00:56:36.508 --> 00:56:39.746
여기 위에 점이 (a, b)라는
것이 있습니다.

00:56:39.846 --> 00:56:42.069
애가 만족하는 식이 무엇일까요?

00:56:42.169 --> 00:56:45.146
애가 어떤 직선 위에 있다라는 것은

00:56:45.246 --> 00:56:48.693
여기다가 이 식을 대입했을 때
성립한다는 걸 의미해요.

00:56:48.793 --> 00:56:52.587
b가 -4분의 1a+1이라는
것을 의미하고,

00:56:52.687 --> 00:56:56.695
이때 a가 어디부터
어디까지 움직인다고요?

00:56:56.795 --> 00:56:58.866
여기에서부터 여기까지 움직여요.

00:56:58.966 --> 00:57:01.414
여기에서 a의 값은 0이고요.

00:57:01.514 --> 00:57:06.119
여기에서 a의 값은 애가 x축과
만나도록 하는 값이니까

00:57:06.219 --> 00:57:09.302
이게 0이 되도록 하는 x의
값 구해보면 4가 되죠.

00:57:09.402 --> 00:57:10.950
4까지 움직입니다.

00:57:11.050 --> 00:57:15.007
a의 범위가 0부터 4까지일 때
b가 이렇게 만들어졌어요.

00:57:15.107 --> 00:57:18.659
그때 a^2+8b 를
구하라고 했거든요.

00:57:18.759 --> 00:57:21.016
 a^2+8b 에 해당하는 것.

00:57:21.116 --> 00:57:23.358
b 대신에 이거를
넣을 수가 있어요.

00:57:23.458 --> 00:57:29.006
그래서 a^2-2a+1 인데 a의
범위가 어떻게 나온다고요?

00:57:29.106 --> 00:57:32.428
이런 문제에서 정말 문장으로
나오는 문제에서 범위가

00:57:32.528 --> 00:57:34.236
직접적으로 주어지는 게 아니라

00:57:34.336 --> 00:57:36.936
이렇게 설명 중에 은연
중에 숨어 있어요.

00:57:37.036 --> 00:57:40.698
a부터 b까지 움직인다고 했으니까
0부터 4까지라는 거예요.

00:57:40.798 --> 00:57:42.481
그런데 이거의 최솟값을 구하래요.

00:57:42.581 --> 00:57:46.837
그러면 꼭짓점의 a좌표를
구해보면

00:57:46.937 --> 00:57:49.913
 $a=1$ 일 때 최소가 되는 거잖아요.

00:57:50.013 --> 00:57:50.602
죄송해요.

00:57:50.702 --> 00:57:54.209
그리고 여기에서 제가 계산할
때 여기 8이 되어야 되죠.

00:57:54.309 --> 00:57:58.238
그러면 1일 때인데, 그게
여기 범위 속으로 들어갑니다.

00:57:58.338 --> 00:58:00.448
그러면 최솟값을 구하라고 했으니까

00:58:00.548 --> 00:58:04.419

그 1을 여기다 대입해서
계산을 해주면 되겠죠.

00:58:04.519 --> 00:58:06.680

그러면 값이 7로 나오게 됩니다.

00:58:06.780 --> 00:58:07.840

그래서 답은 4번이 되고요.

00:58:07.940 --> 00:58:10.188

만약에 최댓값 구하라고
했었다고 한다면

00:58:10.288 --> 00:58:12.273

여기에서 더 멀리 떨어져
있는 게 4죠.

00:58:12.373 --> 00:58:14.871

4를 대입한 것이 최대가
된다는 것까지도

00:58:14.971 --> 00:58:16.104

찾을 수 있었을 거예요.

00:58:16.204 --> 00:58:18.673

이렇게 우리 이차함수의
최대, 최소를 봤고요.

00:58:18.773 --> 00:58:21.495

이렇게 되어서 우리가
이차방정식부터 이차함수까지

00:58:21.595 --> 00:58:23.894

이어져 오는 내용을 살펴봤습니다.

00:58:23.994 --> 00:58:28.906

다음 강부터는 이제 여러 가지 다른
방정식들 푸는 것을 살펴보겠습니다.