WEBVTT

00:00:10.218 --> 00:00:10.974
안녕하세요?

00:00:11.074 --> 00:00:13.134
수포자를 위한 수학 기초 특강.

00:00:13.234 --> 00:00:14.371
저는 김미주입니다.

00:00:14.471 --> 00:00:17.592
이제 8강에서는 우리
지난 강에서 학습했었던

00:00:17.692 --> 00:00:21.143
이차방정식 그것과 또 중학교
3학년 때 학습했던

00:00:21.243 --> 00:00:24.546
이차함수의 관계를
살펴보도록 할 거예요.

00:00:24.646 --> 00:00:28.602
일단 자유롭게 그림을
하나 그려왔는데요.

00:00:28.702 --> 00:00:30.891
이차함수의 그래프 하나가 있고요.

00:00:30.991 --> 00:00:33.934
그리고 직선의 그래프
하나가 있습니다.

00:00:34.034 --> 00:00:36.588
그냥 이렇게 쭉
그려진 것을 봤을 때

00:00:36.688 --> 00:00:39.914
혹시 떠오르는 것
있는지, 이 그래프가.

00:00:40.014 --> 00:00:43.002
제가 보면 식을 하나도
적어 오지 않았죠.

00:00:43.102 --> 00:00:47.572
이차함수는 ax^2+bx+c
그리고 직선은 $mx+n$

00:00:47.672 --> 00:00:49.753
이런 식으로 적었는데 이걸 보면서

00:00:49.853 --> 00:00:54.573
혹시 그래프를 통해서 식에 대해 알
수 있는 정보는 없을까라는 것

00:00:54.673 --> 00:00:57.045
혹시 생각해 보실 수 있겠어요?

00:00:57.145 --> 00:01:00.206
일단 이차함수부터 한번
접근을 해볼까요?

00:01:00.306 --> 00:01:02.226
굉장히 많은 정보를
알 수 있을 텐데.

00:01:02.326 --> 00:01:06.287
간단하게 우리 중학교 때 배웠던
걸 이용해서 살펴본다면

00:01:06.387 --> 00:01:09.917
이 이차함수에 대해서는
일단 아래로 볼록이죠.

00:01:10.017 --> 00:01:11.630
아래로 볼록이 되려면

00:01:11.730 --> 00:01:15.710
여기 계수에서 누구의 부호를
생각해 보면 됐어요?

00:01:15.810 --> 00:01:20.218
바로 a의 부호 이것이 0보다
크다는 것을 알 수 있을 거예요.

00:01:20.318 --> 00:01:24.046
그리고 지금 보니까 여기에 -2,

00:01:24.146 --> 00:01:28.660
그다음에 여기는 값이 뭐라고
나와 있지는 않네요.

00:01:28.760 --> 00:01:30.303
그러면 일단 알 수 있는 것은

00:01:30.403 --> 00:01:34.581
-2를 이 이차함수
식에다 대입했을 때

00:01:34.681 --> 00:01:41.021
$-4a-2b+c$ 이것의 값이 0이
된다는 것을 알 수가 있는데

00:01:41.121 --> 00:01:44.126
직선에도 또 그것을
대입하면 0이 나와요.

00:01:44.226 --> 00:01:47.492
$-2m+n$도 0이 나옵니다.

00:01:47.592 --> 00:01:51.026
그렇다면 이 두 식의 값이
같다고 할 수 있을 거예요.

00:01:51.126 --> 00:01:54.447
또 역시 x가 4일 때
두 개가 만나고 있죠.

00:01:54.547 --> 00:01:56.231

둘 다 값을 6으로 갖죠.

00:01:56.331 --> 00:01:59.675
그 뜻은 이차함수 식에다
4를 대입해 준 것.

00:01:59.775 --> 00:02:05.261
이렇게 나오게 되는 것과
직선에다 4를 대입해준 값

00:02:05.361 --> 00:02:09.140
모두 다 6으로 같아진다고
할 수가 있을 텐데

00:02:09.240 --> 00:02:10.987
이런 모양을 써놓고 나니까

00:02:11.087 --> 00:02:16.106
이제 얘네는 이거 자체가 어떤
방정식의 해를 구하는 것

00:02:16.206 --> 00:02:19.747
그리고 이거 자체가 또 역시
어떤 방정식의 해를 구하는 것

00:02:19.847 --> 00:02:22.408
그런 과정과 좀 관련이
있지 않을까라는

00:02:22.508 --> 00:02:24.770
생각을 좀 해보실
수가 있을 거예요.

00:02:24.870 --> 00:02:26.033
무슨 뜻이냐.

00:02:26.133 --> 00:02:29.131
만약에 이런 방정식을
생각해보자는 거죠.

00:02:29.231 --> 00:02:34.837
ax^2+bx+c 이것과
0이 같도록 하는

00:02:34.937 --> 00:02:38.521
이 방정식의 해를 구한다고 한다면

00:02:38.621 --> 00:02:41.497
이 해 중에 하나는
뭐로 나오게 될까요?

00:02:41.597 --> 00:02:46.782
이 이차함수 ax^2+bx+c가
언제 0이 되죠?

00:02:46.882 --> 00:02:50.515
y의 값이 언제 0이
되는가를 찾으면 되는데.

00:02:50.615 --> 00:02:56.628
지금 이 이차함수의 값 y값이 0이 될

때의 값을 보니까 -2가 나왔고요.

00:02:56.728 --> 00:03:00.891
또는 x가 이 값은 나와 있지
않지만 만약에 α라고 한다면

00:03:00.991 --> 00:03:04.663
α라는 것도 해를 가질 거야라는
걸 알 수가 있을 거예요.

00:03:04.763 --> 00:03:07.924
그리고 지금 두 개가
만나고 있었잖아요.

00:03:08.024 --> 00:03:14.445
이차함수의 식과 직선 y=mx+n이
만나는 두 점이 있는데

00:03:14.545 --> 00:03:20.469
얘네가 만난다는 것은 둘 다 y=,
y= 이렇게 표현이 되어 있으니까

00:03:20.569 --> 00:03:23.015
두 식을 연립한다고 생각했을 때

00:03:23.115 --> 00:03:27.684
y를 소거하기 위해서 둘이 같다고
식을 놓을 수가 있을 거예요.

00:03:27.784 --> 00:03:32.814
그러면 이거를 우리가 좀
일반적인 이차방정식의 형태로

00:03:32.914 --> 00:03:36.011
바꾸어 놓고 생각을 한다고 본다면

00:03:36.111 --> 00:03:39.755
이 이차방정식의 해가
뭐랑 뭐로 나오죠?

00:03:39.855 --> 00:03:46.029
바로 -2 또는 x는 4로 나오게
된다는 것을 알 수가 있다는 거죠.

00:03:46.129 --> 00:03:51.465
x가 -2일 때 두 개의 y값이
같고 4일 때 둘의 y값이 같다.

00:03:51.565 --> 00:03:54.057
교점이 생겼다고 하는 것은

00:03:54.157 --> 00:03:57.833
그 교점이 생기도록
하는 x의 값에 대해서

00:03:57.933 --> 00:04:02.594
둘의 y값이 똑같아진다는
것을 의미한다는 것입니다.

00:04:02.694 --> 00:04:07.447
그래서 여기 동그라미 친

부분이 의미하는 것이 바로

00:04:07.547 --> 00:04:13.496
$ax^2+bx+c=0$ 이것의
해가 될 것이고요.

00:04:13.596 --> 00:04:18.922
이렇게 y=에서 y의 값에
0이 대입되도록 하는 값이니까

00:04:19.022 --> 00:04:21.026
이런 방정식의 해가 될 거고.

00:04:21.126 --> 00:04:24.658
그다음에 지금 이 x값
2개는 이차함수와

00:04:24.758 --> 00:04:27.741
이 직선이 만나는 부분이었죠.

00:04:27.841 --> 00:04:33.201
ax^2+bx+c와 mx+n이
같아지도록 하는

00:04:33.301 --> 00:04:37.392
이 방정식의 해가 될 것이다라고 하는
것을 알 수 있을 거예요.

00:04:37.492 --> 00:04:42.651
그래서 일반적으로 우리 두 함수,
어려운 표현이 나왔네요, 함수라고.

00:04:42.751 --> 00:04:44.629
중학교 때 함수가 뭔지는 배웠죠.

00:04:44.729 --> 00:04:47.177
그리고 함수의 방정식을
우리 일반적으로

00:04:47.277 --> 00:04:52.868
이렇게 y=f(x), y=g(x) 식에
이름을 붙여서 이렇게 나타냈었습니다.

00:04:52.968 --> 00:04:59.222
이렇게 y=f(x), y=g(x)의 교점의
x좌표는 결국 무엇을 의미하느냐.

00:04:59.322 --> 00:05:02.215
이걸 방정식으로 바꾸어서
해석을 했을 때

00:05:02.315 --> 00:05:06.040
교점이라는 것은 만나는 점이죠.

00:05:06.140 --> 00:05:13.395
만나는 점, 교점은
결국 두 그래프가 만나는 점인데

00:05:13.495 --> 00:05:16.064
만나는 점이라는 게 의미하는 것은

00:05:16.164 --> 00:05:20.395
같은 x, 같은 y를
가지게 된다는 거예요.

00:05:20.495 --> 00:05:25.153
그 똑같은 x값에 대해서 같은
x가 동시에 들어갔을 때

00:05:25.253 --> 00:05:29.195
y값끼리도 서로 같아진다는
것을 의미하니까

00:05:29.295 --> 00:05:33.455
결국에 f(x)랑 g(x)랑
같다는 방정식을 생각해 보면

00:05:33.555 --> 00:05:36.297
즉 하나를 또 이항시켜 놓고 나면

00:05:36.397 --> 00:05:41.030
f(x)-g(x)는=0이
되도록 하는 것의 근인데

00:05:41.130 --> 00:05:44.603
그 근 중에 종류는 우리 이제
실근이 있고 허근이 있었어요.

00:05:44.703 --> 00:05:47.826
그중에서 실근을 구할
수 있게 됩니다.

00:05:47.926 --> 00:05:51.969
왜냐하면 좌표평면상에
존재하고 있어요.

00:05:52.069 --> 00:05:56.631
교점이라는 것은 좌표평면상에
존재하는 근이기 때문에

00:05:56.731 --> 00:05:58.721
실근만 나오게 됩니다.

00:05:58.821 --> 00:06:01.227
제가 복소수는,
그러니까 복소수 중에서

00:06:01.327 --> 00:06:04.846
허수는 수직선상에
있지 않다고 했었죠.

00:06:04.946 --> 00:06:09.210
그런데 좌표평면이라는 것은
x축, y축 두 개.

00:06:09.310 --> 00:06:14.103
x값에 대한 실숫값, y값에 대한
실숫값을 가지고 만들어진 평면이에요.

00:06:14.203 --> 00:06:18.347
그렇기 때문에 교점이 생긴다고
하는 것은 근 중에서

00:06:18.447 --> 00:06:23.523
실근을 갖는다고 하는 것을 눈에 보이게
표현해주는 방법이 되는 거죠.

00:06:23.623 --> 00:06:27.511
교점이 없다면 그래도
이차방정식의 근은 존재해요.

00:06:27.611 --> 00:06:31.568
그런데 그 근은 실근이 아니라
우리 눈에 보이지 않는

00:06:31.668 --> 00:06:33.728
좌표평면상에서 표현되지 않고

00:06:33.828 --> 00:06:37.349
다르게 표현을 해야만 하는 허근이
될 것이다라는 것이고요.

00:06:37.449 --> 00:06:41.613
이 내용이 우리가 이번 강에서
다룰 내용의 전부입니다.

00:06:41.713 --> 00:06:46.095
그걸 이제 좀 더 구체적으로
살펴보도록 하겠습니다.

00:06:46.195 --> 00:06:52.445
그러면 목표는 이차함수의 그래프와
이차방정식의 관계를 보는 거예요.

00:06:52.545 --> 00:06:57.456
그러면 우리가 이차방정식에 대해서는
지난 강에서 복습을 했어요.

00:06:57.556 --> 00:06:59.903
어떻게 이차방정식을 풀 수 있는지.

00:07:00.003 --> 00:07:06.870
그리고 이차방정식에서 어떤 근의
공식이 어떤 식으로 도출이 되었는지

00:07:06.970 --> 00:07:10.020
그리고 판별식과 근과 계수의
관계 같은 걸 살펴봤고요.

00:07:10.120 --> 00:07:13.041
중학교 때 이차함수의 그래프
그리는 걸 해봤을 텐데

00:07:13.141 --> 00:07:16.238
잠시 간단하게 좀 복습을
해보도록 하겠습니다.

00:07:16.338 --> 00:07:21.509
$f(x)=ax^2$이라는 아주
기본적인 단순한 형태로 나와 있는

00:07:21.609 --> 00:07:26.297
그래프라고 한다면 이차함수의 특징이

꼭짓점을 갖는다는 거였죠.

00:07:26.397 --> 00:07:29.113
꼭짓점의 좌표가
(0, 0)이 됐었고요.

00:07:29.213 --> 00:07:32.519
대칭축이라는 것도 굉장히 큰
이차함수의 특징입니다.

00:07:32.619 --> 00:07:33.507
이차함수의 특징.

00:07:33.607 --> 00:07:35.834
꼭짓점과 대칭축이에요.

00:07:35.934 --> 00:07:38.390
대칭축은 y축이고 꼭짓점의 좌표가

00:07:38.490 --> 00:07:41.231
(0, 0)이 되면서
그래프를 그릴 때

00:07:41.331 --> 00:07:43.614
이제 그러면 그 그래프를 그린다면

00:07:43.714 --> 00:07:47.183
a의 값의 범위에 따라서
그래프가 달라졌죠.

00:07:47.283 --> 00:07:50.585
예를 들어서 $y=x^2$의
그래프를 그려요.

00:07:50.685 --> 00:07:51.944
어떻게 나오게 되죠?

00:07:52.044 --> 00:07:55.872
$y=x^2$의 그래프는 아래로
볼록이면서 이런 식으로 나오죠.

00:07:55.972 --> 00:08:01.724
1일 때의 값이 1로 나오고, 2일
때의 값은 4로 쑥 올라가 있고

00:08:01.824 --> 00:08:05.898
그런데 -1일 때도
제곱하면 1이 나오고.

00:08:05.998 --> 00:08:09.625
이렇게 좌우 대칭, y축을
기준으로 해서 대칭이 되고

00:08:09.725 --> 00:08:12.721
(0, 0)은 말하자면
중근을 갖는 거예요.

00:08:12.821 --> 00:08:16.281
이 방정식이 $x^2=0$이
된다고 생각했을 때

00:08:16.381 --> 00:08:21.368
중근을 가지게 되면서 x축에 그런
걸 접한다고 표현을 했었어요.

00:08:21.468 --> 00:08:23.737
이런 모양으로 나오게 되는 거고요.

00:08:23.837 --> 00:08:29.259
만약에 $y=2x^2$ 그래프를
그린다 그러면 어떻게 되죠?

00:08:29.359 --> 00:08:32.133
이번에는 1일 때의 값이
2로 나오게 되죠.

00:08:32.233 --> 00:08:35.225
그래서 1일 때 이
정도의 값을 가지면서

00:08:35.325 --> 00:08:39.319
역시 여기에서 x 대신에
-x를 넣더라도

00:08:39.419 --> 00:08:42.192
식의 값이 똑같아지기
때문에 y축에 대해서

00:08:42.292 --> 00:08:46.577
대칭인 형태가 되면서 이렇게 아래로
볼록인 형태로 그려졌습니다.

00:08:46.677 --> 00:08:51.394
a가 0보다 크기만 하다면
이렇게 아래로 볼록인 형태로

00:08:51.494 --> 00:08:55.078
그래프가 그려지게 되고.

00:08:55.178 --> 00:08:58.781
a의 값 자체가 커지면
커질수록 그래프 자체가

00:08:58.881 --> 00:09:01.343
y축에 가까워지도록
그려지게 되었어요.

00:09:01.443 --> 00:09:04.842
만약에 이제 $y=-x^2$
그래프를 그린다.

00:09:04.942 --> 00:09:05.895
어떻게 되죠?

00:09:05.995 --> 00:09:08.358
1일 때의 값이 -1이고요.

00:09:08.458 --> 00:09:14.016
역시 이 x자리에다 원래
$-x^2$이라는 식으로 되어 있었는데

00:09:14.116 --> 00:09:18.296

x자리에 -x를
대입했다 생각해 보면

00:09:18.396 --> 00:09:23.445
그대로 그냥 $-x^2$으로 나오게 되면서
똑같은 값을 가지게 되잖아요.

00:09:23.545 --> 00:09:27.044
1을 넣을 때와 -1을 넣을
때 똑같다는 거예요, 값이.

00:09:27.144 --> 00:09:29.736
그렇기 때문에 역시 y축에 대해서

00:09:29.836 --> 00:09:31.939
대칭인 형태의 그래프가
그려지게 되고.

00:09:32.039 --> 00:09:38.330
여기다 $y=-2x^2$ 그래프를 그린다면
1일 때의 값이 -2가 되기 때문에

00:09:38.430 --> 00:09:41.557
역시 위로 볼록이면서 이렇게 y축에

00:09:41.657 --> 00:09:44.018
조금 더 가까운 형태의
그래프가 그려지게 되죠.

00:09:44.118 --> 00:09:48.889
a가 0보다 작았다고 한다면
위에서 볼록한 모양이에요.

00:09:48.989 --> 00:09:52.429
그래서 이런 것을 우리가
위로 볼록이라고 불렀어요.

00:09:52.529 --> 00:09:56.479
아래로 볼록, 위로 볼록이라는
이런 그래프가 그려졌고요.

00:09:56.579 --> 00:09:58.531
이거는 식이 굉장히 심플해요.

00:09:58.631 --> 00:09:59.758
ax^2이에요.

00:09:59.858 --> 00:10:05.376
그런데 우리가 일반적으로 이차방정식,
이차함수, 이차식이라고 할 때

00:10:05.476 --> 00:10:08.494
식은 일차항과 상수항이
있을 수도 있죠.

00:10:08.594 --> 00:10:11.829
ax^2+bx+c를 기본으로 합니다.

00:10:11.929 --> 00:10:15.998
그래서 그거의 그래프를 그리기 위해서는
우리가 이것을 어떻게 했느냐.

00:10:16.098 --> 00:10:18.132
평행이동이라는 것을 했어요.

00:10:18.232 --> 00:10:18.913
평행이동.

00:10:19.013 --> 00:10:28.077
x축으로 p만큼, y축으로 q만큼
평행이동했다고 생각을 해보는 거예요.

00:10:28.177 --> 00:10:31.127
그러면 평행이동 한다면
꼭짓점이 어떻게 되죠?

00:10:31.227 --> 00:10:36.430
(p, q)로 옮겨지게 되는 거고
대칭축이 x=p로 가게 됩니다.

00:10:36.530 --> 00:10:39.379
그래프는 같이 따라서
이동이 될 거예요.

00:10:39.479 --> 00:10:41.184
그리고 식이 어떻게 되느냐.

00:10:41.284 --> 00:10:47.151
꼭짓점이 (p, q) 이렇게 나오게
되기 때문에 $(x-p)^2+q$가 되는데

00:10:47.251 --> 00:10:51.466
정확하게 왜 평행이동 했을 때
식이 이런 식으로 나오게 되는지는

00:10:51.566 --> 00:10:55.405
우리 뒷부분 강의에서 한
17강 정도 되었을 때

00:10:55.505 --> 00:10:57.162
우리 도형의 이동이
있었던 것 같아요.

00:10:57.262 --> 00:11:00.834
거기에서 이론적인 걸 배우고 나면 더
확실하게 알 수가 있을 거예요.

00:11:00.934 --> 00:11:04.252
그래서 이런 형태의 식을
가진다면 꼭짓점의 x좌표

00:11:04.352 --> 00:11:05.632
여러분, 어떻게 기억하고 있죠?

00:11:05.732 --> 00:11:07.847
여기 완전제곱식 0 만들어주는 값.

00:11:07.947 --> 00:11:13.058
꼭짓점의 x좌표가 되니까 그게
p 나오려면 $(x-p)^2$.

00:11:13.158 --> 00:11:17.239

그리고 그걸 대입했을 때 y의
값이 꼭짓점 y의 좌표니까

00:11:17.339 --> 00:11:21.505
이렇게 +q가 되는 형태의 식을
만들어줄 수가 있는 거죠.

00:11:21.605 --> 00:11:27.006
그래서 얘를 이제 우리가
이동을 시켰다고 했을 때

00:11:27.106 --> 00:11:30.967
$a(x-p)^2+q$의
형태로 나오게 되고.

00:11:31.067 --> 00:11:35.691
그때 이렇게 평행이동 시켰을
때 그래프를 생각해 본다면

00:11:35.791 --> 00:11:38.785
그 그래프가 꼭짓점의
좌표는 (p, q),

00:11:38.885 --> 00:11:42.063
대칭축은 x=p라고 나오게 되면서

00:11:42.163 --> 00:11:45.271
그래프는 이거 자체가 꼭짓점이

00:11:45.371 --> 00:11:48.786
(p, q)가 되도록 이동시킨
형태로 나오게 됩니다.

00:11:48.886 --> 00:11:53.742
그럼 만약 a가 0보다 큰
상태에서 이동을 시켰다고 하면

00:11:53.842 --> 00:11:56.104
p가 만약 이만큼이고,
q가 이만큼이다.

00:11:56.204 --> 00:11:57.803
여기가 꼭짓점이 되면서

00:11:57.903 --> 00:12:01.493
이렇게 아래로 볼록인 형태의
그래프가 그려지게 되는 거죠.

00:12:01.593 --> 00:12:05.000
그래서 정리해 보면 a가
0보다 크면 어디로 볼록?

00:12:05.100 --> 00:12:06.357
아래로 볼록이 되고요.

00:12:06.457 --> 00:12:08.778
0보다 작으면 위로
볼록이 됐었어요.

00:12:08.878 --> 00:12:12.131
절댓값 a가 클수록 그래프가

아까 제가 보여드렸듯이

00:12:12.231 --> 00:12:13.967
y축에 가까워지게 됩니다.

00:12:14.067 --> 00:12:15.890
이런 형태에서도 마찬가지겠죠.

00:12:15.990 --> 00:12:20.181
얘를 평행이동 했을 뿐이니까
a의 값의 절댓값이 커진다면

00:12:20.281 --> 00:12:24.501
그만큼 y축에 좀 더 좁은
그런 형태의 모양으로

00:12:24.601 --> 00:12:26.689
그래프를 그려줄 수가 있어요.

00:12:26.789 --> 00:12:30.073
이런 형태를 우리가
이차함수에서 바로 꼭짓점을

00:12:30.173 --> 00:12:33.862
알아볼 수 있기 때문에
표준형이라고 부릅니다.

00:12:33.962 --> 00:12:39.183
그러면 한번 이런 표준형으로
바꾸는 방법에 의해서

00:12:39.283 --> 00:12:42.367
우리 이차함수의 그래프를
그려보도록 할까요?

00:12:42.467 --> 00:12:48.646
첫 번째 식, $y=x^2-x+1$이라고
되어 있으면

00:12:48.746 --> 00:12:51.116
이거를 우리 표준형으로 바꾸려면

00:12:51.216 --> 00:12:53.715
완전제곱식으로 바꾸는
걸 의미하고요.

00:12:53.815 --> 00:12:58.634
얘는 2×2분의 1이 여기 곱해져
있다고 생각할 수가 있어요.

00:12:58.734 --> 00:13:03.084
그러면 (x-2분의 1)^{2}이
되고 그럼 내가 마음대로

00:13:03.184 --> 00:13:06.516
4분의 1을 더한 거니까
-4분의 1을 다시 해주고

00:13:06.616 --> 00:13:09.588
원래 있었던 1을
더한다고 생각해보면

00:13:09.688 --> 00:13:14.509
(x-2분의 1)^2+4분의
3이 되죠.

00:13:14.609 --> 00:13:16.481
꼭짓점이 어디에 있어요?

00:13:16.581 --> 00:13:21.934
x=2분의 1, 그리고 y가
4분의 3인 이 점이 되면서

00:13:22.034 --> 00:13:24.007
위로 볼록인가요,
아래로 볼록인가요?

00:13:24.107 --> 00:13:25.974
x^2 앞에 계수가 1이에요.

00:13:26.074 --> 00:13:28.996
양수이기 때문에 아래로 볼록이고.

00:13:29.096 --> 00:13:32.938
y절편, 여기 x에다 0을
대입했다고 생각해 보면

00:13:33.038 --> 00:13:35.126
y절편의 값이 1이 나오게 되죠.

00:13:35.226 --> 00:13:38.487
그래서 이렇게 그래프를
그려줄 수가 있습니다.

00:13:38.587 --> 00:13:42.405
꼭짓점의 좌표는 (2분의
1, 4분의 3)이고요.

00:13:42.505 --> 00:13:46.993
대칭축을 구한다면 y=2분의
1이라고 이렇게 나오죠.

00:13:47.093 --> 00:13:50.927
그다음에 이거는 완전제곱식
바꿨을 때 어떻게 되죠?

00:13:51.027 --> 00:13:56.237
$-x^2+2x$니까 마이너스로
끌어내 놓고 생각했을 때

00:13:56.337 --> 00:14:01.210
여기 -2x가 되고 +1이
되어야지만 완전제곱식이 되죠.

00:14:01.310 --> 00:14:03.467
얘가 2×1이니까요.

00:14:03.567 --> 00:14:07.607
그런데 -1을 더
계산해준 게 돼요.

00:14:07.707 --> 00:14:09.309

그러면 원래대로 돌리기 위해서는

00:14:09.409 --> 00:14:15.653
+1과 함께 여기 -3이 들어가니까
$(x-1)^2-2$입니다.

00:14:15.753 --> 00:14:23.174
그래서 꼭짓점은 (1, -2)로
나오게 되었고 위로 볼록이네요.

00:14:23.274 --> 00:14:25.353
앞에 계수가 마이너스이기 때문에.

00:14:25.453 --> 00:14:30.578
그리고 y절편, x가 0일
때 y값 구해보면 -3.

00:14:30.678 --> 00:14:35.183
우리 그래프를 그릴 때
y절편, x절편 있다고 한다면

00:14:35.283 --> 00:14:38.014
표시를 해주는 것이
그래프에 대한 예의예요.

00:14:38.114 --> 00:14:42.171
그래서 시험 문제 뭔가 그래프를
그려라라는 것이 나왔어요.

00:14:42.271 --> 00:14:45.577
그러면 이렇게 꼭짓점
표현해줄 뿐만 아니라

00:14:45.677 --> 00:14:49.848
y절편, x절편이 존재한다면 그것까지
같이 써주는 것이 좋습니다.

00:14:49.948 --> 00:14:51.852
그래서 이런 식으로
그래프가 나오고요.

00:14:51.952 --> 00:14:54.498
꼭짓점은 (1, -2).

00:14:54.598 --> 00:15:01.300
그리고 대칭축은, 제가 여기다
y=2분의 1이라고 적었군요.

00:15:01.400 --> 00:15:03.000
세상에, 죄송합니다.

00:15:03.100 --> 00:15:05.320
x죠, x는 2분의 1.

00:15:05.420 --> 00:15:06.830
이게 대칭축이니까요.

00:15:06.930 --> 00:15:09.381
그다음에 여기에서는
이게 대칭축이죠.

00:15:09.481 --> 00:15:14.069
$x=1$이라고 이렇게 대칭축을
찾을 수가 있어요.

00:15:14.169 --> 00:15:19.595
지금 완전제곱식으로 바꾸는
방식으로 해서 그래프를 그렸어요.

00:15:19.695 --> 00:15:25.679
그런데 여기에서 저는 사실
완전제곱식으로 고치는 게 어려워요.

00:15:25.779 --> 00:15:29.989
어떤 점이 어렵냐면 계산이
이거는 그래도 좀 할 만해요.

00:15:30.089 --> 00:15:32.654
그런데 마이너스를 또
끌어내고 나니까

00:15:32.754 --> 00:15:35.857
여기가 -1이 된 거니까
더하기를 해야 돼.

00:15:35.957 --> 00:15:38.937
그리고 이거는 뭔가 분수니까

00:15:39.037 --> 00:15:42.883
굉장히 이거를 빼고 더하는데 좀
분수로 신경을 써줘야 되고.

00:15:42.983 --> 00:15:46.920
지금은 이차항의 계수가 1인
것만 제가 지금 썼지만

00:15:47.020 --> 00:15:49.784
이차항의 계수가 3,
4 이렇게 되어 가면

00:15:49.884 --> 00:15:52.889
굉장히 이거 완전제곱식으로
바꾸기가 번거로워집니다.

00:15:52.989 --> 00:15:56.863
$3x^2-x+5$ 이런 거
있었다고 생각해 보세요.

00:15:56.963 --> 00:15:59.872
그러면 이거 완전제곱식으로
바꿀 때 3으로 묶어내고

00:15:59.972 --> 00:16:06.274
x^2-3분의 1x가 되니까 이거를
반으로 나누어서 더하면 36분의 1.

00:16:06.374 --> 00:16:10.561
그러면 -12분의 1+5
이런 식으로 되거든요.

00:16:10.661 --> 00:16:13.689
상당히 좀 까다롭다고

할 수가 있어요.

00:16:13.789 --> 00:16:18.320
그래서 저는 일반적으로 이렇게 가는
것을 그렇게 선호하지는 않습니다.

00:16:18.420 --> 00:16:20.374
완전제곱식 바꾸는 것을 보지 않고.

00:16:20.474 --> 00:16:24.154
그러면 이렇게 식이 복잡할 때

00:16:24.254 --> 00:16:30.060
우리 예를 들어서 이차방정식
풀 때도 얘를 완전제곱식으로.

00:16:30.160 --> 00:16:32.865
우리 이차방정식 풀 때 이거
완전제곱식으로 바꾸어서

00:16:32.965 --> 00:16:35.577
매번 푸는 것이 복잡하니까

00:16:35.677 --> 00:16:39.368
이걸 완전제곱식으로 바꾸는
일반적인 과정을 정리해서

00:16:39.468 --> 00:16:43.016
근의 공식을 만들었던
것처럼 이차함수에서도

00:16:43.116 --> 00:16:47.803
이거를 완전제곱식으로 바꾸어서
꼭짓점을 구하는 게 번거로우니까

00:16:47.903 --> 00:16:51.090
일반적으로 얘를 한번
바꿔보는 거예요.

00:16:51.190 --> 00:16:56.512
그러면 a로 묶어내고
x^2+a분의 bx에다가,

00:16:56.612 --> 00:17:05.065
이 a분의 bx라는 것은 결국
2×2a분의 bx 이렇게 되니까

00:17:05.165 --> 00:17:09.364
이 2a분의 b라는 것을
제곱해서 더해주게 됐었죠.

00:17:09.464 --> 00:17:14.432
그리고 다시 -4a분의
b^2+c가 돼요.

00:17:14.532 --> 00:17:22.231
그러면 여기 값이 x+(2a분의
b$)^2$, 그다음에 더하기로 써보면

00:17:22.331 --> 00:17:27.604
4a분의 $-b^2+4ac$

이런 식으로 나오게 되는데

00:17:27.704 --> 00:17:31.451
이거는 그러면 이렇게 표준형으로
일반형을 바꾸었을 때

00:17:31.551 --> 00:17:33.045
꼭짓점이 뭐가 되죠?

00:17:33.145 --> 00:17:40.583
바로 -2a분의 b와 4a분의
$-b^2+4ac$ 이게 되고요.

00:17:40.683 --> 00:17:45.958
그다음에 대칭축을 구한다면
x=-2a분의 b였는데

00:17:46.058 --> 00:17:49.038
이거 어떻게 외워요, 근의 공식
외우는 것도 너무 힘들었는데

00:17:49.138 --> 00:17:52.299
이거 공식 외우는 거 너무
힘들어요라고 하는 학생들 있다면

00:17:52.399 --> 00:17:53.920
이것만 외우세요.

00:17:54.020 --> 00:17:58.051
꼭짓점의 x좌표가
-2a분의 b가 된다.

00:17:58.151 --> 00:17:59.514
-2a분의 b.

00:17:59.614 --> 00:18:03.803
-2a분의 b 그것만 외워
놓으면 이건 자동 해결됩니다.

00:18:03.903 --> 00:18:05.217
외우지 않으셔도 돼요.

00:18:05.317 --> 00:18:06.889
외우지 않고 어떻게 할까요?

00:18:06.989 --> 00:18:10.657
이 함수식을 잠시 f(x)
이렇게 이름 붙여 놨을 때

00:18:10.757 --> 00:18:15.979
이거는 그 f 원래식, 함수식에다
-2a분의 b를 대입해서

00:18:16.079 --> 00:18:17.597
그냥 계산한 값이에요.

00:18:17.697 --> 00:18:22.735
예를 들어서 여기에서 꼭짓점의
x좌표, -2a분의 b 해보면

00:18:22.835 --> 00:18:27.659

2×3분의 -(-1)이니까
6분의 1 나오잖아요.

00:18:27.759 --> 00:18:33.420
그러면 꼭짓점의 y좌표는 이 6분의
1을 대입해서 계산해주면 되는 거죠.

00:18:33.520 --> 00:18:34.703
그래서 이것만 계산해주면

00:18:34.803 --> 00:18:37.890
바로 꼭짓점의 y좌표를
구할 수가 있게 됩니다.

00:18:37.990 --> 00:18:41.046
그래서 표준형 이렇게
완전제곱식으로 바꾸어서 풀던가

00:18:41.146 --> 00:18:44.651
아니면 꼭짓점의 x좌표가
-2a분의 b가 되니까

00:18:44.751 --> 00:18:48.798
그것이 꼭짓점의 x좌표이고
그리고 그걸 대입해서

00:18:48.898 --> 00:18:54.344
y좌표를 구한다고 해서 식을
변형해줄 수가 있는 거예요.

00:18:54.444 --> 00:18:58.652
그러면 이거를 한번
내용을 정리해 볼까요?

00:19:00.844 --> 00:19:03.648
일반형으로 표현된
이차함수의 그래프.

00:19:03.748 --> 00:19:05.357
이차함수의 이 일반형.

00:19:05.457 --> 00:19:09.342
만약 ax^2+bx+c 이렇게
표현이 되어 있었다.

00:19:09.442 --> 00:19:14.289
그러면 표준형으로 바꾸어서 평행이동해서
그린다고 할 수 있는 거고요.

00:19:14.389 --> 00:19:16.601
제가 아까 그 예제에서
보여드렸던 방법.

00:19:16.701 --> 00:19:18.965
아니면 꼭짓점의 좌표를 구할 때

00:19:19.065 --> 00:19:23.128
x좌표가 -2a분의 b가 된다는
걸 활용하자는 거예요.

00:19:23.228 --> 00:19:29.863

x좌표가 -2a분의 b이면 그것을
함수식에 대입한 게 y좌표가 되고.

00:19:29.963 --> 00:19:32.761
그걸 계산해서 꼭짓점의 좌표를
구할 수가 있는 거죠.

00:19:32.861 --> 00:19:35.742
그리고 a가 0보다
크면 아래로 볼록,

00:19:35.842 --> 00:19:39.920
0보다 작으면 위로 볼록인
그래프를 잘 그려주시면 되고.

00:19:40.020 --> 00:19:45.119
만약 절편이 있는 경우에 잘
표시를 해주시면 되고요.

00:19:45.219 --> 00:19:48.777
그래서 꼭짓점의 좌표,
대칭축의 방정식, y절편이

00:19:48.877 --> 00:19:52.845
일반형에서는 ax^2+bx+c
이렇게 되어 있으면

00:19:52.945 --> 00:19:54.901
마지막 상수항이 y절편인 거죠.

00:19:55.001 --> 00:19:56.730
그것까지 구해줄 수가 있습니다.

00:19:56.830 --> 00:20:01.988
그러면 꼭짓점의 y좌표랑
혹시 판별식 관계가 있는 거

00:20:02.088 --> 00:20:05.107
아까 제가 여기에서 일반적으로
정리할 때 보셨나요?

00:20:05.207 --> 00:20:08.583
-2a분의 b가
꼭짓점의 x좌표이고,

00:20:08.683 --> 00:20:12.627
이 f(-2a분의 b)를
계산해보게 된다면

00:20:12.727 --> 00:20:16.706
그 값이 이거 어떻게 외워요하고
이제 막 화내게 된다고 했었잖아요.

00:20:16.806 --> 00:20:22.168
그게 2a분의 $-b^2+4ac$인가
뭐 이런 식으로 나오게 됩니다.

00:20:22.268 --> 00:20:30.560
여기 보면 이 꼭짓점의 y좌표에 판별식에
-D를 해준 값이 들어가게 돼요.

00:20:30.660 --> 00:20:36.803
그러면 이 D를 해준 값, -D가
의미하는 것이 무엇이냐.

00:20:36.903 --> 00:20:38.991
이것은 그냥 듣고 싶은
사람만 들으세요.

00:20:39.091 --> 00:20:41.243
필수적으로 알아야
되는 건 아니고요.

00:20:41.343 --> 00:20:45.649
만약에 a가 0보다 큰 상황에서
우리가 그래프를 그렸을 때

00:20:45.749 --> 00:20:48.907
그래프가 이런 식으로
나왔다고 생각을 해봅시다.

00:20:49.007 --> 00:20:54.187
2a분의 -D는 지금
보면 어떤가요?

00:20:54.287 --> 00:20:58.007
-2a분의 D, 꼭짓점의
y좌표가 0보다 작아요.

00:20:58.107 --> 00:21:00.259
그런데 a가 0보다
크다고 했거든요.

00:21:00.359 --> 00:21:03.234
그렇다면 -D가 0보다 작은 거죠.

00:21:03.334 --> 00:21:05.736
그러면 D가 0보다 큰 거죠.

00:21:05.836 --> 00:21:08.031
D가 0보다 크면
무슨 일이 생겨요?

00:21:08.131 --> 00:21:10.617
서로 다른 두 실근을 갖습니다.

00:21:10.717 --> 00:21:15.156
그런데 지금 보니까 여기 두
점에서 만나고 있어요.

00:21:15.256 --> 00:21:18.035
이게 이제 잠시 후에
같이 볼 내용인데.

00:21:18.135 --> 00:21:25.843
판별식이 0보다 크다는 것은 이
$ax^2+bx+c=0$이라는 이 방정식이

00:21:25.943 --> 00:21:30.691
서로 다른 두 실근을 가지게
된다는 것을 의미하게 되잖아요.

00:21:30.791 --> 00:21:33.460
서로 다른 두 실근을 가지게
된다는 걸 의미하고,

00:21:33.560 --> 00:21:38.197
그래프를 보니까 이렇게
x축, x축이 결국

00:21:38.297 --> 00:21:42.869
y=0이 되도록 하는 값이니까 두
점에서 만난다는 걸 알 수 있어요.

00:21:42.969 --> 00:21:45.558
꼭짓점의 y좌표가 만약에
0이었다 그러면

00:21:45.658 --> 00:21:48.456
x축에 딱 접하면서 중근을
가지게 되는 거고.

00:21:48.556 --> 00:21:51.336
꼭짓점의 y좌표가
0보다 컸다고 한다면

00:21:51.436 --> 00:21:55.393
판별식이 0보다 작으면서 만나지
않는 그런 상태가 되어서

00:21:55.493 --> 00:21:58.964
꼭짓점의 y좌표와 판별식
값은 판별식으로

00:21:59.064 --> 00:22:03.259
우리가 꼭짓점의 y좌표가 0보다
클지 작을지도 알 수가 있고

00:22:03.359 --> 00:22:06.335
꼭짓점의 y좌표를 통해서
판별식의 부호를 알 수 있고.

00:22:06.435 --> 00:22:11.810
서로 부호를 알려주는 관계가 있다는
것 정도를 생각할 수가 있습니다.

00:22:11.910 --> 00:22:15.614
그래서 본격적으로 이 아이디어를
이용해서 이차함수하고

00:22:15.714 --> 00:22:19.171
이차방정식의 관계를 보도록 할게요.

00:22:19.271 --> 00:22:21.200
판별식에 따라서 보자는 거예요.

00:22:21.300 --> 00:22:24.727
그런데 이게 누구의
판별식이냐라고 하는 것.

00:22:24.827 --> 00:22:28.584
여기에서 잠시 내용을
정리해드리고 가도록 하겠습니다.

00:22:28.684 --> 00:22:32.426
$y=ax^2+bx+c$.

00:22:32.526 --> 00:22:36.304
제가 아까 그래프 그리는
과정을 말씀드리면서

00:22:36.404 --> 00:22:42.565
그래프에 대한 예의로 절편이
있으면 다 표시하자고 했죠.

00:22:42.665 --> 00:22:49.534
그래서 y절편은 쉽게 c로 나와요.

00:22:49.634 --> 00:22:53.699
y절편이라는 것이
y축과의 교점이고,

00:22:53.799 --> 00:22:56.985
y축은 x가 0이 되도록
하는 값이에요.

00:22:57.085 --> 00:23:00.858
그러니까 x에 0 대입했을
때 c로 나오게 되고

00:23:00.958 --> 00:23:03.226
y절편 다시 정의를 보면

00:23:03.326 --> 00:23:07.061
혹시 여러분 중학교 때 놓치셨을까
봐 다시 써드릴게요.

00:23:07.161 --> 00:23:09.934
y축과의 교점을 의미하고요.

00:23:10.034 --> 00:23:14.597
그런데 y축은 우리
그래프를 생각해 보면

00:23:14.697 --> 00:23:17.818
x, y, 0 이렇게
되어 있었을 때

00:23:17.918 --> 00:23:23.918
이 y축이라는 것은 x의 값이 무조건
다 0이 되도록 하는 값이죠.

00:23:24.018 --> 00:23:30.970
그렇기 때문에 y축은 x=0이라는 것을
의미해서 y절편은 결국 무엇이냐.

00:23:31.070 --> 00:23:34.689
x가 0일 때의 y의 값이 됩니다.

00:23:34.789 --> 00:23:40.544
그래서 y축과의 교점이라는 것은
x가 0일 때의 y의 값.

00:23:40.644 --> 00:23:45.189

그러면 이제 x절편에
대해서 생각을 해볼까요?

00:23:45.289 --> 00:23:47.240
x절편을 구하려고 한다면

00:23:47.340 --> 00:23:53.115
이 x절편이라는 것은 정의가
x축과의 교점이거든요.

00:23:53.215 --> 00:24:01.542
그럼 x축과의 교점을 찾으려고 할
때 x축은 y의 값이 뭐예요?

00:24:01.642 --> 00:24:05.703
x값 점들이 만약에
여기에 있다고 한다면

00:24:05.803 --> 00:24:09.565
y 쪽으로는 올라가지 않았어요,
0을 기점으로 해서.

00:24:09.665 --> 00:24:12.390
원점은 x랑 y랑
모두 0인 점이죠.

00:24:12.490 --> 00:24:18.535
y가 0인 상태에서 올라가지 않고 y가
0인 곳에 머물러 있다는 거예요.

00:24:18.635 --> 00:24:26.243
x축 자체 식이 이걸 식으로 나타난다면
$y=0$이라고 나오게 됩니다.

00:24:26.343 --> 00:24:34.161
x축과의 교점이라는 것은 결국
y가 0일 때의 x의 값이

00:24:34.261 --> 00:24:38.755
어떻게 되느냐라는 걸 통해서
x절편을 찾아줄 수가 있어요.

00:24:38.855 --> 00:24:44.186
그러면 y가 0이 된다고 했는데
지금 이차함수의 식을 봤을 때

00:24:44.286 --> 00:24:48.190
$y=ax^2+bx+c$였잖아요.

00:24:48.290 --> 00:24:53.022
그러면 이때 이 y가
0이 된다는 거예요.

00:24:53.122 --> 00:24:58.365
y가 0일 때 x의 값이라는 것은
그렇다면 무엇을 의미할까요?

00:24:58.465 --> 00:25:06.734
$ax^2+bx+c=0$에서 이걸
만족하는 x값을 찾는 것이니까

00:25:06.834 --> 00:25:12.100
이것의 근이 무엇이냐라는
것을 찾게 된다는 거죠.

00:25:12.200 --> 00:25:18.399
x절편이 결국 이렇게 이차함수
일반적으로 표현이 되어 있었던 것을

00:25:18.499 --> 00:25:24.485
이것은 0이다라고 써준 이
이차방정식의 근으로 나오게 된다.

00:25:24.585 --> 00:25:30.039
그러면 x절편이 존재하느냐
존재하지 않느냐라는 것이

00:25:30.139 --> 00:25:33.044
항상 존재하지 않는 것이
아니었다는 거예요.

00:25:33.144 --> 00:25:36.416
그래프를 그려보면 아래로
볼록을 기준으로 했을 때

00:25:36.516 --> 00:25:39.006
그래프가 이렇게
그려졌을 수도 있고요.

00:25:39.106 --> 00:25:41.444
이렇게 그려졌을 수도 있고요.

00:25:41.544 --> 00:25:44.293
아니면 이렇게 그려질
수도 있다는 거죠.

00:25:44.393 --> 00:25:47.072
이때는 x절편이 없는 거고요.

00:25:47.172 --> 00:25:50.539
이때는 x절편이 눈에
보이는 거 한 개,

00:25:50.639 --> 00:25:53.396
이때는 x절편이
두 개가 되는 거예요.

00:25:53.496 --> 00:25:55.855
x절편을 기준으로 했을 때.

00:25:55.955 --> 00:26:05.352
그렇다면 과연 이 실근의 입장에서
생각했을 때 $ax^2+bx+c=0$

00:26:05.452 --> 00:26:10.595
이거의 실근을 기준으로 생각했을
때는 이때 실근이 없는 거고,

00:26:10.695 --> 00:26:14.487
이때는 하나만 가지게 되는 거니까
눈에 가시적으로 보이는 거,

00:26:14.587 --> 00:26:17.851
서로 다른 것으로는 하나만
있으니까 중근이 되는 거고

00:26:17.951 --> 00:26:20.646
이때는 서로 다른 두 실근이 된다.

00:26:20.746 --> 00:26:24.924
그래서 서로 다른 두 실근 이렇게
두 개의 값을 갖는다는 것을

00:26:25.024 --> 00:26:27.341
직접 찾을 수 있는 상태가
되는 거라는 거죠.

00:26:27.441 --> 00:26:29.269
그런데 이렇게 되는지 이렇게 되는지

00:26:29.369 --> 00:26:32.646
이렇게 되는지를 판별해주는
것이 바로 누구이죠?

00:26:32.746 --> 00:26:34.485
제가 말하는 과정 중에서 나왔지만,

00:26:34.585 --> 00:26:37.506
바로 이 방정식의
판별식이 되는 거고요.

00:26:37.606 --> 00:26:40.815
아까 제가 좀 전에 여기로
넘어오기 전에 봤었던 것이

00:26:40.915 --> 00:26:43.957
판별식이 그러면 이거는
0보다 작은데

00:26:44.057 --> 00:26:47.274
그때 꼭짓점의 y좌표가
2a분의 -D.

00:26:47.374 --> 00:26:50.950
이런 식으로 됐었기 때문에 꼭짓점의
y좌표는 0보다 큰 거고,

00:26:51.050 --> 00:26:54.465
꼭짓점의 y좌표가 0일
때 판별식 0인 거고.

00:26:54.565 --> 00:26:57.172
이렇게 밑으로 내려갔다,
판별식이 0보다 큰

00:26:57.272 --> 00:26:59.643
그런 상태가 된다는 것입니다.

00:26:59.743 --> 00:27:04.014
이런 아이디어를 가지고 내용을
다시 정리를 해보겠습니다.

00:27:04.114 --> 00:27:08.347

이차함수의 그래프와
x축하고의 위치 관계.

00:27:08.447 --> 00:27:11.629
다시 말하면 그 x절편의
계수라고 볼 수가 있겠죠.

00:27:11.729 --> 00:27:15.592
그것이 판별식이 만약에
0보다 크다라고 한다면

00:27:15.692 --> 00:27:18.711
서로 다른 두 실근을
가지게 된다는 거예요.

00:27:18.811 --> 00:27:21.719
그리고 이 판별식이라는
건 누구의 판별식이냐면

00:27:21.819 --> 00:27:29.377
$ax^2+bx+c=0$의 판별식
D를 의미하는 거죠.

00:27:29.477 --> 00:27:37.614
함수의 식이 원래 $f(x)$가 ax^2+bx+c
이렇게 나와 있었다고 한다면

00:27:37.714 --> 00:27:41.517
이거의 값이 0이 되도록 하는
그런 이차방정식이 있을 때

00:27:41.617 --> 00:27:47.132
그것의 판별식 D에 대해서
D가 0보다 컸다라고 한다면

00:27:47.232 --> 00:27:49.581
서로 다른 두 실근을 가지게 되죠.

00:27:50.544 --> 00:27:52.102
그러니까 이게 방정식의 입장에서.

00:27:52.202 --> 00:27:57.130
죄송해요, 여기에서 서로 다른 두
실근을 가지게 되는 것이고.

00:27:57.230 --> 00:28:03.019
그렇게 된다면 이차함수와
그래프와 x축의 위치 관계는

00:28:03.119 --> 00:28:10.002
서로 다른 두 점에서 만난다고
얘기할 수 있는 거고요.

00:28:11.185 --> 00:28:14.772
그러면 그때 이차함수의
그래프가 어떻게 되느냐.

00:28:14.872 --> 00:28:18.425
이차함수의 그래프가 a가 0보다
클 때 그려지게 되는 것은

00:28:18.525 --> 00:28:21.519
이렇게 나오게 되고,
0보다 작을 때 그려지는 것

00:28:21.619 --> 00:28:24.244
이런 식으로 되면서
서로 다른 두 점에서

00:28:24.344 --> 00:28:27.322
만나는 상태가 된다고
할 수가 있습니다.

00:28:27.422 --> 00:28:32.109
그러면 판별식이 0일 때는
어떻게 되느냐라고 하는 것은

00:28:32.209 --> 00:28:36.155
이 이차방정식의 해를 봤을 때는
우리 중근이 나오는 거예요.

00:28:36.255 --> 00:28:37.746
그러면 중근이 나온다.

00:28:37.846 --> 00:28:41.878
이것이 그냥 그 교점의
입장에서 봤을 때는

00:28:41.978 --> 00:28:44.971
한 점에서 만난다고 할 수가 있고.

00:28:45.071 --> 00:28:50.773
이 한 점에서 만나는 상태를 우리는
세련되게 접한다고 표현합니다.

00:28:50.873 --> 00:28:54.856
그래서 이렇게 x축이 있고,
이차함수의 그래프가 있을 때

00:28:54.956 --> 00:28:58.025
슬며시 접하면서 하나의
점에서 만나는 상태.

00:28:58.125 --> 00:29:01.845
이건 위로 볼록이면서 이렇게 접해서
만나는 상태가 되는 거예요.

00:29:01.945 --> 00:29:06.915
판별식이 0보다 작을 때는 우리
근은 허근으로써 존재하는데

00:29:07.015 --> 00:29:11.994
그것을 좌표평면에 보이도록 표현할
수 있는 방법이 없다는 거예요.

00:29:12.094 --> 00:29:15.147
그래서 만나지 않는
상태가 되는 거고요.

00:29:15.247 --> 00:29:19.637
이차함수의 그래프는 이렇게 되거나
이렇게 되거나라고 나오게 되고.

00:29:19.737 --> 00:29:24.076
이때 해를 본다면 해가
없는 것은 아니었어요.

00:29:24.176 --> 00:29:25.893
실수인 해가 없는 거예요.

00:29:25.993 --> 00:29:27.940
그래서 서로 다른 두 허근인데

00:29:28.040 --> 00:29:33.827
그걸 좌표평면에다 보이게 표현해줄
수 있는 방법이 없다는 것이죠.

00:29:33.927 --> 00:29:37.649
그래서 앞으로 여러분이 이차함수의
그래프의 계형을 그린다.

00:29:37.749 --> 00:29:41.263
여섯 가지 케이스를
생각해주시면 좋겠어요.

00:29:41.363 --> 00:29:44.541
판별식에 따라서 판별식이
0보다 클 때는

00:29:44.641 --> 00:29:47.669
x축과 두 점에서 만날 수 있다.

00:29:47.769 --> 00:29:51.831
x축과 기준을 잡는 이유는
x축의 식이 뭐라고요?

00:29:51.931 --> 00:29:55.378
바로 y=0이기 때문에.

00:29:55.478 --> 00:29:59.014
이 이차함수 이게 0과 같도록 하는

00:29:59.114 --> 00:30:03.331
그 근이 의미하는 것이 바로
x축과의 교점이라는 거죠.

00:30:03.431 --> 00:30:07.884
그러면 그 교점이 두 개가
존재한다는 것은 이 방정식이

00:30:07.984 --> 00:30:10.219
서로 다른 두 실근을
가지게 된다는 거고.

00:30:10.319 --> 00:30:13.664
그래서 서로 다른 두 점에서
만난다고 생각을 해주시면 돼요.

00:30:13.764 --> 00:30:16.903
한 점에서 만난다는 거
이렇게 접하는 거고요.

00:30:17.003 --> 00:30:18.078

중근을 가지고요.

00:30:18.178 --> 00:30:19.707
완전제곱식이 되는 거고요.

00:30:19.807 --> 00:30:21.375
그다음에 만나지 않는다.

00:30:21.475 --> 00:30:24.790
그러면 충분히 얼마든지
이차함수 같은 경우는

00:30:24.890 --> 00:30:28.328
이런 식으로 축과 만나지
않을 수도 있어요.

00:30:28.428 --> 00:30:30.748
x절편이 존재하지
않을 수도 있습니다.

00:30:30.848 --> 00:30:35.441
그래서 이렇게 이거는 0이
되도록 하고 싶었어요.

00:30:35.541 --> 00:30:37.976
이차방정식, 이 이차함수로 표현된

00:30:38.076 --> 00:30:40.180
이 식의 y값이 0이
되도록 하고 싶은데

00:30:40.280 --> 00:30:42.103
그게 실수 중에는 없는 거예요.

00:30:42.203 --> 00:30:46.232
그렇다면 실제로 x축과 만나지
못하는 그런 일이 생긴다는 거죠.

00:30:46.332 --> 00:30:49.912
그래서 이렇게 우리가
이차함수하고 이차방정식의 관계를

00:30:50.012 --> 00:30:53.987
축과 몇 개의 점에서 만나느냐라는
것을 가지고 생각할 수 있고,

00:30:54.087 --> 00:30:58.683
그것을 판별해주는 기준이 되는 것이
바로 판별식이 될 수 있습니다.

00:30:58.783 --> 00:31:04.682
그러면 이 이차함수가 x축과 서로
다른 두 점에서 만난다고 했어요.

00:31:04.782 --> 00:31:05.929
아래로 볼록이네요.

00:31:06.029 --> 00:31:08.487
그런데 x축과 서로 다른
두 점에서 만난다.

00:31:08.587 --> 00:31:10.150
x축의 식이 뭐라고요?

00:31:10.250 --> 00:31:11.808
y=0이라고요.

00:31:11.908 --> 00:31:21.525
그러면 $x^2-3x+k-3$ 이것이
0이 되도록 하는 이런 실근.

00:31:21.625 --> 00:31:29.613
실근이 실제로 있어야 축에서
그것이 교점으로 눈에 보이도록

00:31:29.713 --> 00:31:34.994
연결이 되는 것이기 때문에 이
실근이 서로 다른 두 개로

00:31:35.094 --> 00:31:38.908
존재한다는 것을 의미한다는 거예요.

00:31:39.008 --> 00:31:41.736
x축과 서로 다른 두
점에서 만난다.

00:31:41.836 --> 00:31:45.645
그러면 x축이 y=0이라고요.

00:31:45.745 --> 00:31:47.400
다시 강조해서 말씀드리면.

00:31:47.500 --> 00:31:52.672
y=0이니까 얘가 0이 되도록
표현을 해준 거고요.

00:31:52.772 --> 00:31:54.993
서로 다른 두 점에서 만난다는 것은

00:31:55.093 --> 00:31:57.503
결국 실근이 서로
다른 두 개가 있다.

00:31:57.603 --> 00:32:01.718
그러면 이거는 이제 이차함수
문제처럼 보였지만,

00:32:01.818 --> 00:32:05.157
바꿔서 써보니까 이차방정식의
문제가 되었다는 거예요.

00:32:05.257 --> 00:32:07.994
이렇게 이차함수하고
이차방정식의 관계가 있고요.

00:32:08.094 --> 00:32:12.610
이 이차방정식이 서로 다른
두 실근을 가지도록 해요.

00:32:12.710 --> 00:32:14.689
그럼 우리가 무엇을 고려하면 되죠?

00:32:14.789 --> 00:32:17.607
바로 판별식을 생각해주면 됩니다.

00:32:17.707 --> 00:32:20.749
판별식이 0보다 커지면 되는 거죠.

00:32:20.849 --> 00:32:27.140
판별식을 구해보니까 b²-4ac
이것이 0보다 크다.

00:32:27.240 --> 00:32:33.714
그래서 풀어주게 되면
9-4k+12가 0보다 큰 것이니까

00:32:33.814 --> 00:32:36.553
그럼 4k가 21보다 작죠.

00:32:36.653 --> 00:32:42.539
그래서 k가 4분의 21보다 작다라고
하는 이 결론을 끌어낼 수 있어요.

00:32:42.639 --> 00:32:45.063
그래서 이렇게 k의
범위를 찾았습니다.

00:32:45.163 --> 00:32:49.306
그러면 이제 방금 봤었던
것은 이차함수하고

00:32:49.406 --> 00:32:52.413
x축의 관계라고 볼
수가 있을 텐데.

00:32:52.513 --> 00:32:56.666
일반적으로 이차함수하고
직선의 위치 관계.

00:32:56.766 --> 00:33:00.873
그러니까 뭔가 우리가 좌표평면에다
직선을 그려줄 수 있잖아요.

00:33:00.973 --> 00:33:06.024
그 직선 중에서 기울기가 존재하는
직선에 대해서 생각을 해볼게요.

00:33:06.124 --> 00:33:08.437
나중에 도형의 방정식으로 가면

00:33:08.537 --> 00:33:11.181
기울기가 존재하지 않는
직선도 있습니다.

00:33:11.281 --> 00:33:13.448
x=1 이렇게 되는 거.

00:33:13.548 --> 00:33:21.170
그런 거 말고 이제 직선이라고 할 때
y=mx+n과 같이 기울기가 m,

00:33:21.270 --> 00:33:26.224
절편이 n으로 표현되는 일반적인

일차함수로써 표현이 되는

00:33:26.324 --> 00:33:29.044
그런 직선의 위치 관계를
생각해 볼 거예요.

00:33:29.144 --> 00:33:31.937
우리 조금 전에 x축 직선입니다.

00:33:32.037 --> 00:33:34.494
일종의 직선인데 기울기가 0인 직선.

00:33:34.594 --> 00:33:37.304
그거 같은 경우는
y=0이 된 거니까.

00:33:37.404 --> 00:33:41.690
그런데 이제 y=mx+n
이런 식으로 해서

00:33:41.790 --> 00:33:45.416
일반적인 직선하고의 위치
관계를 생각해 볼게요.

00:33:45.516 --> 00:33:50.489
그러면 예를 들어서 이차함수의
그래프가 이런 식으로 나왔다.

00:33:50.589 --> 00:33:54.437
어떤 직선이 얘랑 위치
관계를 가지게 될 때

00:33:54.537 --> 00:33:58.427
우리 처음에 제가 도입하면서
들어가면서 가지고 왔던

00:33:58.527 --> 00:34:01.925
그래프의 경우에는 이
이차함수하고 직선하고

00:34:02.025 --> 00:34:04.403
두 점에서 만나는 걸
보셨을 거예요.

00:34:04.503 --> 00:34:11.013
그런데 항상 얘네 직선과 이 이차함수는
두 점에서 만날 수 있을까요?

00:34:11.113 --> 00:34:15.669
얘가 쭉 밑으로 점점
내려오다 보면 한 점에서만

00:34:15.769 --> 00:34:18.866
살며시 접하는 경우가
있을 수 있습니다.

00:34:18.966 --> 00:34:21.324
그리고 좀 더 내려오다 보면

00:34:21.424 --> 00:34:24.242
아예 만나지 않는 경우가

있을 수도 있어요.

00:34:24.342 --> 00:34:28.586
그래서 이차함수와 직선의
위치 관계라고 했을 때

00:34:28.686 --> 00:34:36.161
지금 여기에서처럼 서로 다른
두 점에서 만난다고 할 수 있고요.

00:34:36.261 --> 00:34:39.877
아니면 한 점에서 만나는
경우도 있는데.

00:34:39.977 --> 00:34:45.198
이렇게 곡선과 직선이 한 점에서
만나는 것을 아까도 표현했었지만

00:34:45.298 --> 00:34:47.131
접한다고 표현을 합니다.

00:34:47.231 --> 00:34:48.807
접하게 될 수도 있고요.

00:34:48.907 --> 00:34:52.467
한 점에서 만난다는 뜻이에요.

00:34:54.888 --> 00:34:57.731
아니면 만나지 않을
수도 있다는 거예요.

00:34:57.831 --> 00:35:00.641
이차함수 그래프는 꺾였어요.

00:35:00.741 --> 00:35:04.257
좌표평면에 일부분에만
위치하게 될 수 있습니다.

00:35:04.357 --> 00:35:06.502
직선은 모든 y의 값을 다 가져요.

00:35:06.602 --> 00:35:11.898
그런데 이차함수는 이렇게
뭔가 꺾여 있으면서 꼭짓점,

00:35:11.998 --> 00:35:15.254
아래로 볼록이라면 꼭짓점의
이상의 값만 가지게 되잖아요.

00:35:15.354 --> 00:35:18.061
그렇기 때문에 그 밑에
존재하는 직선이 있다면

00:35:18.161 --> 00:35:20.771
이런 식으로 만나지 않을
수도 있는 거예요.

00:35:20.871 --> 00:35:23.561
그래서 만나지 않는다.

00:35:23.661 --> 00:35:28.625

이렇게 세 가지의 위치
관계가 가능합니다.

00:35:28.725 --> 00:35:35.039
그러면 이 위치 관계를
어떻게 판별할 것인가.

00:35:36.670 --> 00:35:41.078
그거에 대한 생각을 해보자는 거죠.

00:35:43.566 --> 00:35:46.502
일단 그럼 이렇게 생각을 해볼게요.

00:35:46.602 --> 00:35:52.683
내가 알고 싶은 것은 무엇이냐면
이차함수와 직선이 만난다는 것.

00:35:52.783 --> 00:36:03.936
이차함수 $y=ax^2+bx+c$와
직선 $y=mx+n$.

00:36:04.036 --> 00:36:06.626
이것이 만난다.

00:36:07.740 --> 00:36:11.272
만난다는 것의 의미가 무엇이죠?

00:36:11.372 --> 00:36:16.216
만난다는 것의 의미는
교점을 갖는다.

00:36:16.316 --> 00:36:18.883
교점의 개수를 의미하는 거예요.

00:36:18.983 --> 00:36:21.022
교점이라는 것은 뭐였죠?

00:36:21.122 --> 00:36:28.616
x하고 y의 값이, 그러니까 이차함수
그래프 위에 있는 x, y의 값과

00:36:28.716 --> 00:36:33.422
직선 위에 있는 x,
y의 값이 서로 같은.

00:36:34.622 --> 00:36:41.218
그러니까 이 어떤 좌표가 있어서

00:36:41.318 --> 00:36:45.020
좌표를 (x, y)라고
놓을 수도 있을 거고요.

00:36:45.120 --> 00:36:49.508
아니면 좀 더 좌표처럼, 상수처럼
보이도록 우리가 표현해주려면

00:36:49.608 --> 00:36:55.744
$(a, f(a))$라는 것을 공유하게
된다고 말을 해줄 수가 있습니다.

00:36:55.844 --> 00:37:00.190

만약에 두 근이 있다고 한다면
(β, f(β))까지 이렇게 두 점.

00:37:00.290 --> 00:37:03.519
이런 것을 공유한다는 것을 뜻해요.

00:37:03.619 --> 00:37:07.838
그러면 이 f(α)라는 값이
뭐라고 나오게 될 텐데

00:37:07.938 --> 00:37:10.829
만약 이차함수의 식이
f(x)였다고 했을 때

00:37:10.929 --> 00:37:12.925
α를 여기에 대입한 것과

00:37:13.025 --> 00:37:16.847
여기에 대입한 것이 서로
같아야 한다는 거잖아요.

00:37:16.947 --> 00:37:22.208
만난다, 교점을 갖는다, 같은 x,
y값을 갖는다고 하는 것이니까

00:37:22.308 --> 00:37:25.955
결국 만난다는 상황을
식으로 표현해 본다면

00:37:26.055 --> 00:37:31.437
ax^2+bx+c와 $mx+n$이
같다는 상황으로

00:37:31.537 --> 00:37:33.461
우리 들어가면서에서 봤던 것처럼

00:37:33.561 --> 00:37:35.822
그렇게 표현을 해줄 수가 있게 되고

00:37:35.922 --> 00:37:40.324
얘는 결국에 하나를
이항시켜 놓고 봤을 때

00:37:40.424 --> 00:37:45.643
이런 이차방정식의 상황으로
바꿔줄 수가 있다는 거죠.

00:37:45.743 --> 00:37:51.194
그래서 이거의 두 근을
만약에 구하셨다고 한다면

00:37:51.294 --> 00:38:00.997
이 두 근이 바로
$y=ax^2+bx+c$와 $y=mx+n$.

00:38:01.097 --> 00:38:06.469
이것의 교점의 x좌표가 됩니다.

00:38:06.569 --> 00:38:08.340
x에 대한 방정식이에요.

00:38:08.440 --> 00:38:13.405
그렇기 때문에 이걸 풀어서 나오는
것은 교점의 x의 값이에요.

00:38:13.505 --> 00:38:17.552
그래서 교점의 x의 좌표를
구한다는 것이 두 식이 같다.

00:38:17.652 --> 00:38:19.572
같다고 놓는 이유가 뭐라고요?

00:38:19.672 --> 00:38:24.641
교점이니까, 교점이면 같은 x에
대해서 같은 y값을 갖게 된다.

00:38:24.741 --> 00:38:28.367
이런 어떤 점을 공유한다는
것을 뜻하게 되기 때문에

00:38:28.467 --> 00:38:33.373
같은 y의 값을 가져야 하니까
같다고 표현을 해준 거예요.

00:38:33.473 --> 00:38:37.082
우리가 말로 하는 걸 식으로
바꿔서 썼을 뿐입니다.

00:38:37.182 --> 00:38:40.271
이차함수에다 특정한 x를 넣었을 때

00:38:40.371 --> 00:38:44.785
직선의 어떤 특정한 똑같은
x, 같은 x를 넣었을 때

00:38:44.885 --> 00:38:50.085
y의 값도 같아져야 된다고
하는 것이니까 이것의 두 근.

00:38:50.185 --> 00:38:55.157
그런데 눈에 보이게 교점의 좌표를
표현해주려면 두 실근이었죠.

00:38:55.257 --> 00:38:59.233
근 중에서 이렇게 두 실근이
나온다고 하는 것이

00:38:59.333 --> 00:39:04.068
바로 이 두 그래프의 교점의
x좌표가 된다는 것이고.

00:39:04.168 --> 00:39:08.823
그렇다면 어떻게 판별할 수
있을까라는 관점에서 봤을 때

00:39:08.923 --> 00:39:13.286
이것의 두 실근은 결국 누구에
의해서 결정이 되나요?

00:39:13.386 --> 00:39:17.923
여기에서 나오게 되는
이 방정식의 판별식.

00:39:18.023 --> 00:39:24.413
굳이 식을 써본다면
$(b-m)^2-4a(c-n)$으로 나오게 되겠죠.

00:39:24.513 --> 00:39:32.651
이것의 부호에 의해서 그 개수가
결정이 된다고 할 수 있습니다.

00:39:33.548 --> 00:39:35.529
이거랑 이거랑 같다고 써놓고.

00:39:35.629 --> 00:39:39.564
그러면 이게 새로운 a,
b, c에 해당하는

00:39:39.664 --> 00:39:44.083
우리 일반적인 방정식 형태에서 a, b,
c에 해당하는 그런 값이 되는 거니까

00:39:44.183 --> 00:39:48.588
이것의 제곱 빼기 둘을 곱해준
것, 이것의 부호에 따라서

00:39:48.688 --> 00:39:51.831
교점의 개수가 결정이
될 것이라는 거예요.

00:39:51.931 --> 00:39:54.714
그러면 내용을 한번 정리를
해보도록 할게요.

00:39:54.814 --> 00:40:00.395
이차함의 그래프
$y=ax^2+bx+c$의 그래프와

00:40:00.495 --> 00:40:03.538
그리고 a가 0보다 큰 상황에
대해서 생각을 해보겠습니다.

00:40:03.638 --> 00:40:06.629
작은 것도 그대로 대칭점으로
생각하면 되고요.

00:40:06.729 --> 00:40:09.880
그다음에 직선 $y=mx+n$의
위치 관계.

00:40:09.980 --> 00:40:13.043
두 식을 연립해서
얻은 이차방정식의.

00:40:13.143 --> 00:40:16.527
두 식을 연립해서라고 한다는
것이 이 연립이라는 의미가

00:40:16.627 --> 00:40:20.220
동시에 해를 만족한다는 거니까
같은 y를 가지게 되어서

00:40:20.320 --> 00:40:22.503

두 개를 같다고 표현을
했다는 거예요.

00:40:22.603 --> 00:40:27.165
같은 x에 대해서 얘하고 얘하고
같다고 표현이 되어 있는 것.

00:40:27.265 --> 00:40:31.000
이거를 연립해서 얻은
이차방정식의 판별식에 따라서

00:40:31.100 --> 00:40:34.735
판별식이 0보다 크면 서로 다른
두 점에서 만나게 되는 거고

00:40:34.835 --> 00:40:38.943
판별식이 0이면 접한다고
표현을 해줄 수가 있게 되고

00:40:39.043 --> 00:40:45.784
이 판별식이 0보다 작다, 그러면 만나지
않는다라는 상황이 된다는 거죠.

00:40:45.884 --> 00:40:49.730
교점의 개수로 봤을 때
2개, 1개, 0개.

00:40:49.830 --> 00:40:53.558
이렇게 교점의 개수가 서로
다른 것이 2개, 1개,

00:40:53.658 --> 00:40:58.357
하나도 없는 상태가 되는
이런 것이 누구에 의해서?

00:40:58.457 --> 00:41:01.229
이 이차방정식의 판별식에 의해서

00:41:01.329 --> 00:41:06.086
결정을 해줄 수가 있다고
하는 그런 내용이에요.

00:41:06.186 --> 00:41:07.724
굉장히 당연한 것입니다.

00:41:07.824 --> 00:41:14.388
당연한 것인데 이것을 제가 좀
깊이 자세하게 설명을 드렸어요.

00:41:14.488 --> 00:41:17.334
당연하다고 생각을 하기
때문에 그냥 조작적으로

00:41:17.434 --> 00:41:21.338
여러분이 쭉 쓰면서 문제를 풀다
보면 내가 뭘 하고 있는 거지,

00:41:21.438 --> 00:41:26.514
왜 이걸 하고 있는 거지라는 의구심에
빠질 때가 한 번 딱 생겨요.

00:41:26.614 --> 00:41:30.580
그렇기 때문에 왜 이렇게 교점을
찾기 위해서 둘을 연립했는지

00:41:30.680 --> 00:41:33.389
그런 과정을 좀 자세하게
설명을 드렸어요.

00:41:33.489 --> 00:41:35.800
그러면 예를 들어서 한번
문제를 풀어볼게요.

00:41:35.900 --> 00:41:37.092
문제는 심플합니다.

00:41:37.192 --> 00:41:44.253
이 이차함수의 그래프에 접하고,
접한다는 것은 교점이 1개인 거죠.

00:41:44.353 --> 00:41:47.584
서로 같은 두 실근을
가지게 되는 거고요.

00:41:47.684 --> 00:41:50.378
판별식의 입장에서 봤을
때는 그러면 0이 된다.

00:41:50.478 --> 00:41:54.234
기울기가 2인 직선의
방정식을 구하자고 했어요.

00:41:54.334 --> 00:41:57.988
기울기가 2인 직선은
어떻게 써줄 수 있죠?

00:41:58.088 --> 00:42:03.383
y=2x+n 이런 식으로
나타내줄 수 있죠.

00:42:03.483 --> 00:42:09.100
그런데 얘네가 접한다, 교점 2개가
같도록 하는 점이 1개가 존재한다.

00:42:09.200 --> 00:42:14.045
그래서 판별식을 쓸 건데 이
판별식은 누구의 판별식일까요?

00:42:14.145 --> 00:42:19.984
바로 얘하고 얘하고 만나야 되는
거니까 둘의 같은 x에 대해서

00:42:20.084 --> 00:42:26.172
같은 y를 갖는다는 상황을 쓸
것이기 때문에 x²-2x+9랑

00:42:26.272 --> 00:42:32.402
2x+n이 같다고 하는 이
방정식의 판별식을 구하는 거죠.

00:42:32.502 --> 00:42:36.227
다시 표현하자면 좀

식을 간단하게 바꿔서

00:42:36.327 --> 00:42:41.475
이렇게 생긴 이차방정식 이거의
판별식 D를 생각해 준 것.

00:42:41.575 --> 00:42:43.406
그런데 일차항의 계수가 4네요.

00:42:43.506 --> 00:42:47.598
그러니까 짝수이기 때문에
4분의 D로 생각을 해준다면

00:42:47.698 --> 00:42:49.769
b'에 해당하는 값이 2죠.

00:42:49.869 --> 00:42:56.215
그래서 2^2-ac를 해주면 $9-n$을
빼주게 되는 거니까 $-5+n$

00:42:56.315 --> 00:42:58.805
이것이 0이 되도록
하면 되는 거예요.

00:42:58.905 --> 00:43:05.612
그러면 n은 5로 나오게 되어서 그
직선은 바로 $y=2x+5$였던 거죠.

00:43:05.712 --> 00:43:07.499
정말 그런지 확인해 볼까요?

00:43:07.599 --> 00:43:15.084
x^2-2x+9랑 그다음에
$2x+5$라고 했어요.

00:43:15.184 --> 00:43:19.389
그럼 $x^2-4x+4=0$이라고
나오게 되고

00:43:19.489 --> 00:43:23.083
얘는 $(x-2)^2=0$이라는
식으로 인수분해가 되죠.

00:43:23.183 --> 00:43:25.858
$x=2$라는 상황으로 나오게 됩니다.

00:43:25.958 --> 00:43:28.130
교점의 좌표까지도
구할 수가 있어요.

00:43:28.230 --> 00:43:31.776
교점의 x좌표는 2가 되고요.

00:43:31.876 --> 00:43:37.581
y좌표는 2를 여기 원래 이차함수
식에 넣거나 일차함수 식에 넣거나.

00:43:37.681 --> 00:43:39.509
당연히 같은 결과로 나오겠죠.

00:43:39.609 --> 00:43:41.270

그렇게 되도록 식을 푼 거니까.

00:43:41.370 --> 00:43:45.011
그래서 대입을 해보면 9로 이렇게
나오는 거 보실 수 있어요.

00:43:45.111 --> 00:43:47.156
교점까지도 찾을 수가 있습니다.

00:43:47.256 --> 00:43:50.000
그래서 이런 식으로
직선의 방정식이 나오고

00:43:50.100 --> 00:43:54.347
우리가 이렇게 접하면서
기울기가 2인 직선의 방정식을

00:43:54.447 --> 00:43:56.588
다르게 또 워딩을 해줄 수가 있는데

00:43:56.688 --> 00:43:58.886
얘를 어떻게 나타내기도 하냐면

00:43:58.986 --> 00:44:05.459
기울기가 2인 접선이다라고
말을 해주기도 해요.

00:44:05.559 --> 00:44:09.302
저 이차함수의 그래프를
대략적으로 그려보면

00:44:09.402 --> 00:44:14.261
꼭짓점의 좌표가 x좌표가 1이고,
2a분의 b 계산했을 때

00:44:14.361 --> 00:44:17.256
y의 좌표가 8이 나오게
되면서 아래로 볼록이니까

00:44:17.356 --> 00:44:22.273
이런 그래프를 대략적으로 그렸을
때 이런 식으로 나오게 될 텐데

00:44:22.373 --> 00:44:27.188
여기에서 이렇게 기울기가
2인 접선이 존재하게 되는데

00:44:27.288 --> 00:44:32.089
그 접선의 방정식을 구하면 바로
y=2x+5가 된다는 거예요.

00:44:32.189 --> 00:44:34.258
그리고 이 접점의 좌표를 구한 것.

00:44:34.358 --> 00:44:36.969
x값 찾아보니까 2가 나왔죠.

00:44:37.069 --> 00:44:42.164
(2, 9) 여기가 교점이
되는 이런 상황의 그래프가

00:44:42.264 --> 00:44:44.271
그려지게 된다는 것입니다.

00:44:44.371 --> 00:44:48.349
그러면 이번에는 어떤 점
(5, 1)을 지나면서

00:44:48.449 --> 00:44:53.927
이차함수에 접하는 두 직선의 방정식의
기울기의 곱을 구하여라라고 했어요.

00:44:54.027 --> 00:44:56.704
이번에는 그림을 먼저 그려볼까요?

00:44:56.804 --> 00:45:03.293
이거는 꼭짓점의 x좌표가 -2a분의 b에
해당하는 값 구해본다면 1이 되죠.

00:45:03.393 --> 00:45:06.360
그리고 1을 대입했을
때 값이 6이 되니까

00:45:06.460 --> 00:45:10.701
(1, 6)이 꼭짓점이 되면서
y절편이 5가 나오게 되는

00:45:10.801 --> 00:45:12.380
이런 그래프가 되네요.

00:45:12.480 --> 00:45:16.040
그런데 (5, 1)을
지난다고 했어요.

00:45:16.140 --> 00:45:19.964
(5, 1)이 대략적으로
만약 이쯤에 있었다고 한다면

00:45:20.064 --> 00:45:22.142
여기 지나면서 여기에 접한다.

00:45:22.242 --> 00:45:24.506
그러면 접하는 것은 이렇게
하나가 나올 수 있고,

00:45:24.606 --> 00:45:27.246
여기에서 이렇게 그어서 또
하나가 나올 수가 있고.

00:45:27.346 --> 00:45:29.429
접선이 두 개가 있게 될 텐데

00:45:29.529 --> 00:45:33.293
그 두 방정식의 그러면
그 기울기를 구했을 때

00:45:33.393 --> 00:45:37.473
곱이 얼마가 될 것인가라는 걸
생각해 보자고 했습니다.

00:45:37.573 --> 00:45:39.626
그럼 어떻게 하면 될까요?

00:45:39.726 --> 00:45:44.123
이 직선의 식, 아까는 기울기가
5이다라고 했으니까 $5x+n$

00:45:44.223 --> 00:45:49.132
이런 식으로 적었는데 이거는 기울기의
정보가 나오지 않았기 때문에

00:45:49.232 --> 00:45:52.659
$mx+n$ 이렇게 일반적인
상황으로 적어볼게요.

00:45:52.759 --> 00:45:55.958
그런데 얘가 (5, 1)을 지나요.

00:45:56.593 --> 00:46:01.480
(5, 1)을 지난다면,
지난다는 것은 무슨 뜻이냐면

00:46:01.580 --> 00:46:09.643
여기에 대입했을 때 식을
만족한다는 것을 뜻해요.

00:46:09.743 --> 00:46:16.219
어떤 점을 지난다 그러면 그 점을
대입해서 식이 당연히 성립해야 되죠.

00:46:16.319 --> 00:46:20.176
얘가 의미하는 것이 이
직선 위에 있는 점들이

00:46:20.276 --> 00:46:22.588
만족하는 관계식을 써 놓은 거예요.

00:46:22.688 --> 00:46:27.446
그렇기 때문에 (5, 1)을 지난다면
(5, 1)은 이 식에다 대입했을 때

00:46:27.546 --> 00:46:29.423
식을 만족해주는 점이 됩니다.

00:46:29.523 --> 00:46:32.230
그래서 $5m+n$이 1이 돼요.

00:46:32.330 --> 00:46:36.951
그렇다면 n은 $1-5m$이다라고
써줄 수가 있겠죠.

00:46:37.051 --> 00:46:39.097
문자 하나를 소거해 보는 거예요.

00:46:39.197 --> 00:46:45.126
그래서 $y=mx+1-5m$
이렇게 쓸 수가 있고요.

00:46:45.226 --> 00:46:49.394
뒤에서 우리 직선의 방정식 배우고
나면 (5, 1)을 지나는 직선.

00:46:49.494 --> 00:46:52.273

바로 한 번에 쓸 수 있는
방법이 나오게 돼요.

00:46:52.373 --> 00:46:55.766
그전까지는 이런 식으로 문자를
소거해 가면서 보면 되는데

00:46:55.866 --> 00:46:57.826
이거하고 누가 만난다고요?

00:46:57.926 --> 00:47:03.851
$y=-x^2+2x+5$
이것이 만나는 상황,

00:47:03.951 --> 00:47:07.110
접하는 상황을 생각해보려고
하는 거예요.

00:47:07.210 --> 00:47:09.000
그러면 이렇게 2개가 접한다.

00:47:09.100 --> 00:47:14.125
같은 x에 대해서 또 같은 y의
값을 갖는다고 할 수 있으니까

00:47:14.225 --> 00:47:20.176
얘하고 얘하고 같다는
상황의 식을 적게 되죠.

00:47:20.276 --> 00:47:23.443
이차항의 계수가 양수인 것이
좋기 때문에 오른쪽으로,

00:47:23.543 --> 00:47:24.905
그래야 좀 계산이 편하죠.

00:47:25.005 --> 00:47:31.140
오른쪽으로 이항을 시킨다면 이렇게
식을 정리해줄 수가 있고.

00:47:32.238 --> 00:47:35.375
이제 이런 이차방정식 만들어졌을 때

00:47:35.475 --> 00:47:39.784
이것의 판별식을 우리가
생각해주면 되는 거죠.

00:47:39.884 --> 00:47:44.905
$(m-2)^2-4(-4-5m)$을
해주었다.

00:47:45.005 --> 00:47:48.565
이 값이 0이 나오도록
하면 되는 것이죠.

00:47:48.665 --> 00:47:51.065
접하는 거니까 중근을 가지는 거죠.

00:47:51.165 --> 00:47:59.246
판별식이 0이 된다고 해서 풀어주게
되면 $m^2-4m+4+16+20m$.

00:47:59.979 --> 00:48:05.263
그러면 $m^2+16m+20$이 되네요.

00:48:06.257 --> 00:48:11.211
그럼 여기에서 m의 값
직접 구하셔도 되고요.

00:48:11.311 --> 00:48:14.142
이렇게 되도록 하는 기울기의
곱을 구하자고 했어요.

00:48:14.242 --> 00:48:18.408
m의 값의 곱을 찾는 것이니까

00:48:18.508 --> 00:48:21.659
근과 계수의 관계에 의해서
20으로 나오게 되죠.

00:48:21.759 --> 00:48:25.994
한 번에 이렇게 기울기의 곱은
20이 된다고 할 수가 있습니다.

00:48:26.094 --> 00:48:29.179
만약에 직접 직선을
구하는 거였다고 한다면

00:48:29.279 --> 00:48:33.231
여기에서 m의 값 2개를 찾아서
대입해서 구할 수도 있었을 거고요.

00:48:33.331 --> 00:48:37.289
그러면 이제 개념 확인 문제 풀면서
내용 복습 해보도록 할게요.

00:48:37.389 --> 00:48:43.249
어떤 이차함수의 그래프가 x축과 두 점
(-4, 0), (2, 0)이 나온다.

00:48:43.349 --> 00:48:49.370
ax^2+bx+c라는 이 이차함수가
어떻게 근을 갖는 건가요?

00:48:49.470 --> 00:48:51.985
이것은 0이라고 생각을 했을 때

00:48:52.085 --> 00:48:56.229
이거의 두 근이 -4하고
2가 된다는 뜻입니다.

00:48:56.329 --> 00:49:00.006
y가 0일 때 y에다
그래서 0을 넣었을 때

00:49:00.106 --> 00:49:03.145
x의 값이 -4하고 2가
된다는 뜻이잖아요.

00:49:03.245 --> 00:49:06.854
그렇기 때문에 이것의 두
근이 -4하고 2가 되고요.

00:49:06.954 --> 00:49:10.414
그러면 이거를 a로 묶어서
인수분해 했다 생각해 보면

00:49:10.514 --> 00:49:14.285
x+4와 x-2로 인수분해가 되죠.

00:49:14.385 --> 00:49:17.394
그런데 꼭짓점의
y좌표가 18이래요.

00:49:17.494 --> 00:49:23.603
얘는 다시 전개해 보면 x^2+2x-8
이런 식으로 나오게 되는데

00:49:23.703 --> 00:49:27.770
여기에서 꼭짓점의 x좌표가 뭐예요?

00:49:29.676 --> 00:49:34.997
꼭짓점의 x좌표를 구해본다면 우리
-2a분의 b에 해당하는 거였죠.

00:49:35.097 --> 00:49:38.926
-2a분의 b에 해당하는
것이 지금 2a예요.

00:49:39.026 --> 00:49:41.009
그렇기 때문에 -1이죠.

00:49:41.109 --> 00:49:43.799
그러면 그걸 대입했을
때 나오게 되는 값이

00:49:43.899 --> 00:49:48.833
지금 이 함수의 식을 우리
$a(x^2+2x-8)$이라고 할 수 있는데

00:49:48.933 --> 00:49:52.595
꼭짓점 x좌표, 대칭축의
방정식이 -1이니까

00:49:52.695 --> 00:49:58.057
그거를 대입했을 때 나오게 되는
값이 바로 18이 된다는 것입니다.

00:49:58.157 --> 00:50:03.406
그러면 -9a가 18이고,
a가 -2가 되는 거죠.

00:50:03.506 --> 00:50:09.623
그러면 이 식은
$y=-2(x^2+2x-8)$이 돼요.

00:50:09.723 --> 00:50:16.542
$-2x^2-4x+16$이니까 y절편에
해당하는 것은 16이 됩니다.

00:50:16.642 --> 00:50:20.851
여기에서 혹시 눈치 빠른 학생들은
이거 (-4, 0), (2, 0)

00:50:20.951 --> 00:50:24.364
보자마자 대칭축을 찾을
수도 있었을 것 같아요.

00:50:24.464 --> 00:50:29.374
그래프를 생각해 보면 -4하고
2에서 만난다는 거잖아요.

00:50:29.474 --> 00:50:33.367
아래로 볼록이었든 위로 볼록이었든
어쨌든 -4하고 2에서

00:50:33.467 --> 00:50:39.061
여기 두 점에서 만난다는 것은 이
둘의 중점이 대칭축이 되는 거죠.

00:50:39.161 --> 00:50:41.966
대칭축이라는 게 그래프에서
y값 갖도록,

00:50:42.066 --> 00:50:46.174
같은 y값 갖도록 하는 것에 그
중간의 값이 되는 것이니까

00:50:46.274 --> 00:50:48.536
그러면 둘의 중간의
값을 계산해 보면

00:50:48.636 --> 00:50:51.545
-4하고 2를 더해서
-1이 나와요.

00:50:51.645 --> 00:50:56.240
바로 꼭짓점의 x좌표가 -1이
된다는 것을 두 근을 보면

00:50:56.340 --> 00:50:57.482
바로 구할 수가 있고.

00:50:57.582 --> 00:51:03.745
이거를 조금 제가 일반적으로 정리를
해드리자면 $y=ax^2+bx+c$.

00:51:03.845 --> 00:51:07.329
이거의 꼭짓점의 x좌표.

00:51:07.429 --> 00:51:14.219
아까 우리 일반적으로 바꾸어서 봤을
때 -2a분의 b가 나왔었어요.

00:51:14.319 --> 00:51:20.720
그렇다면 대칭축 당연히
-2a분의 b죠.

00:51:20.820 --> 00:51:29.809
그런데 $ax^2+bx+c=0$
이것의 두 근의 합이 뭐죠?

00:51:29.909 --> 00:51:34.148
근의 합을 구해본다면 우리

지난 강의에서 배웠던

00:51:34.248 --> 00:51:38.052
근과 계수의 관계에
의해서 뭐가 나와요?

00:51:38.152 --> 00:51:40.024
-a분의 b입니다.

00:51:40.124 --> 00:51:42.982
얘랑 얘하고의 관계 알겠어요?

00:51:43.082 --> 00:51:46.386
여기다 2배 해주면
-a분의 b가 나오죠.

00:51:46.486 --> 00:51:49.961
거꾸로 여기에서 이리로 갈 때는
나누기 2를 해주면 돼요.

00:51:50.061 --> 00:51:52.450
두 근의 합을 나누기
2 해주는 거,

00:51:52.550 --> 00:51:55.603
두 근의 중점이 당연히
대칭축이 된다고 하는 것

00:51:55.703 --> 00:51:58.692
이렇게 일반적으로
보여줄 수도 있어요.

00:51:58.792 --> 00:52:02.778
이제 이 이차함수의 성질에
대해서 한번 생각을 해볼게요.

00:52:02.878 --> 00:52:05.776
그래프를 해석할 수
있느냐라는 것인데.

00:52:05.876 --> 00:52:08.512
(1, 0)을 지나는 이차함수.

00:52:08.612 --> 00:52:10.695
보자마자 뭘 쓸 수가 있나요?

00:52:10.795 --> 00:52:15.164
(1, 0)을 지난다는 것은
x에다 1 대입했을 때

00:52:15.264 --> 00:52:17.809
y의 값이 0 된다는 걸 뜻해요.

00:52:17.909 --> 00:52:20.334
a, b, c 더한 값이
그래서 0이 됩니다.

00:52:20.434 --> 00:52:25.198
여기 x 자리에 1 집어넣은 것,
그때 y의 값이 0이 나오는 거예요.

00:52:25.298 --> 00:52:28.334
a, b, c 더한
값은 0 이렇게 되고.

00:52:28.434 --> 00:52:33.403
그다음에 b가 어떻게 되느냐고 했는데
우리 이런 a, b의 부호를

00:52:33.503 --> 00:52:37.245
판별하는 거 본다면
일단 위로 볼록이죠.

00:52:37.345 --> 00:52:43.218
그래프의 계형을 봤을 때 위로 볼록이기
때문에 a는 0보다 작습니다.

00:52:43.318 --> 00:52:45.173
그런데 이게 대칭축이잖아요.

00:52:45.273 --> 00:52:48.895
얘가 y축보다 왼쪽에 있어요.

00:52:48.995 --> 00:52:54.875
대칭축은 우리 -2a분의
b인데 이것이 0보다 작죠.

00:52:54.975 --> 00:52:57.254
그런데 a가 0보다 작아요.

00:52:57.354 --> 00:53:04.483
그러면 -2a 부분은 0보다 클 거니까
b가 0보다 작다는 것을 의미해요.

00:53:04.583 --> 00:53:07.457
결국 b가 0보다 작다는
걸 알 수가 있고.

00:53:07.557 --> 00:53:10.079
그래서 중학교 때
이거 보셨을 거예요.

00:53:10.179 --> 00:53:13.551
같다 이렇게 외웠던 거
혹시 기억하시나요?

00:53:13.651 --> 00:53:21.080
$y=ax^2+bx+c$ 이거의 그래프에서
a하고 b하고의 부호가 같을 때

00:53:21.180 --> 00:53:24.764
그래프는 이쪽에 있고, 다를
때 이쪽에 있게 됩니다.

00:53:24.864 --> 00:53:27.585
아래로 볼록일 때도 그렇고
위로 볼록일 때도 그래요.

00:53:27.685 --> 00:53:33.966
왜냐하면 -2a분의 b가
대칭축이니까 둘의 부호가 같다면

00:53:34.066 --> 00:53:39.211
만약 둘의 부호가 서로 같다고
한다면 대칭축은 음수가 되겠죠.

00:53:39.311 --> 00:53:45.139
-2a분의 b에서 a하고 b의
부호가 다르다면 이거는 다른,

00:53:45.239 --> 00:53:50.248
서로 달라서, 부호가 달라서
2a분의 b 자체가 음수인데

00:53:50.348 --> 00:53:53.870
거기다 마이너스를 붙였으니까
부호가 양이 돼요.

00:53:53.970 --> 00:53:57.649
그러니까 둘의 부호가
같았으면 대칭축이 음수여서

00:53:57.749 --> 00:53:59.634
왼쪽의 그래프가 치우치게 되고

00:53:59.734 --> 00:54:02.483
다르면 오른쪽에
치우치게 되는 거예요.

00:54:02.583 --> 00:54:04.199
지금 그래프가 왼쪽에 있었죠.

00:54:04.299 --> 00:54:07.858
그럼 a의 부호를 구하는 순간
두 개의 부호가 같기 때문에

00:54:07.958 --> 00:54:11.077
b도 이 과정을 거쳐서
이렇게 0보다 작다.

00:54:11.177 --> 00:54:13.277
아니면 외워 놓은 것에
의해서, 작다에 의해서

00:54:13.377 --> 00:54:16.642
0보다 작다가 되기 때문에
이것은 틀립니다.

00:54:16.742 --> 00:54:19.887
그러면 a, b를 곱한
건 어떻게 되죠?

00:54:19.987 --> 00:54:23.582
둘의 부호가 같기 때문에 a,
b 곱한 게 0보다 커요.

00:54:23.682 --> 00:54:25.928
c는 누구에 의해서
알 수가 있어요?

00:54:26.028 --> 00:54:28.084
바로 c가 상수항.

00:54:28.184 --> 00:54:32.170
x에다 0 대입했을 때
값이니까 y절편이죠.

00:54:32.270 --> 00:54:38.441
c는 y절편 값인데, 지금 보니까
y절편이 0보다 큰가요, 작은가요?

00:54:38.541 --> 00:54:41.235
0인 것보다 위쪽에 있어요.

00:54:41.335 --> 00:54:44.356
좌표평면에서 위쪽에 있다는 건
더 크다는 걸 의미하죠.

00:54:44.456 --> 00:54:46.393
0보다 큰 쪽에 있습니다.

00:54:46.493 --> 00:54:47.625
c도 0보다 커요.

00:54:47.725 --> 00:54:48.841
그러면 둘을 더한 것은

00:54:48.941 --> 00:54:52.707
당연히 양수인 두 수를 더한
것이니까 0보다 커지게 되죠.

00:54:52.807 --> 00:54:54.784
그래서 ㄴ은 옳은 것이 되고요.

00:54:54.884 --> 00:54:59.007
제가 a, b, c 더한 것이 0이
된다는 것을 바로 끌어냈었는데

00:54:59.107 --> 00:55:02.492
이건 a-b+c를 구하라고 했어요.

00:55:02.592 --> 00:55:04.587
a, b, c 더한
것이 0이 된다는 건

00:55:04.687 --> 00:55:07.098
뭐로부터 알 수가 있었던 건가요?

00:55:07.198 --> 00:55:10.111
바로 1을 대입해서 알
수 있었던 거죠.

00:55:10.211 --> 00:55:13.323
그러면 a-b+c를 구하려고 한다면

00:55:13.423 --> 00:55:16.072
이 값은 어디로부터
찾을 수 있어요?

00:55:16.172 --> 00:55:21.864
x에다 이번에는 -1을
대입해 보면 ax^2에서

00:55:21.964 --> 00:55:24.841

ax^2에 해당하는 건
a가 될 거고요.

00:55:24.941 --> 00:55:27.756
bx가 -b가 되고, c는 c예요.

00:55:27.856 --> 00:55:30.558
그런데 -1 대입한 게
어떻게 되어 있나요?

00:55:30.658 --> 00:55:33.823
1이 여기에 있었으면
-1은 이쯤에 있잖아요.

00:55:33.923 --> 00:55:37.850
그러니까 여기 대칭축이
이미 음수였기 때문에

00:55:37.950 --> 00:55:41.688
-1이 이거보다 넘어갈
리는 절대로 없습니다.

00:55:41.788 --> 00:55:46.544
1을 이 y축에 대해서
대칭시키면 여기보다 좀 더

00:55:46.644 --> 00:55:49.037
못 미치는 곳에 있든지 더
넘어가는 곳에 있든지

00:55:49.137 --> 00:55:51.265
완전히 넘어가는 일은
일어날 수 없죠.

00:55:51.365 --> 00:55:54.303
만약에 대칭축이 0이었다고 한다면

00:55:54.403 --> 00:55:57.271
1이 0일 때 -1이
0이었을 거예요.

00:55:57.371 --> 00:55:59.753
그런데 그거보다 왼쪽으로
치우쳐 있으니까

00:55:59.853 --> 00:56:04.631
절대로 -1은 여기를 넘어가지 못하기
때문에 이 범위 안에 존재하겠죠.

00:56:04.731 --> 00:56:07.219
그래서 0보다 커지게 됩니다.

00:56:07.319 --> 00:56:11.568
그러면 옳은 것을 찾아 보면 ㄴ하고
ㄷ, 2개가 나오는 거죠.

00:56:11.668 --> 00:56:13.207
그래서 답은 4번이 돼요.

00:56:13.307 --> 00:56:14.973
이거는 사실 중학교 문제예요.

00:56:15.073 --> 00:56:17.740
중학교 때 이렇게 그래프에
대해서 해석하는 문제

00:56:17.840 --> 00:56:19.213
아마 풀어봤을 거예요.

00:56:19.313 --> 00:56:25.086
이제 3번에서는 얘가 직선
y=x와 오직 한 점에서 만난다.

00:56:25.186 --> 00:56:27.979
이제 이거 쉽게 찾을 수
있지 않으시겠어요?

00:56:28.079 --> 00:56:33.980
얘하고 y=x가 만난다고 했으니까

00:56:34.080 --> 00:56:39.248
역시 또 같은 y값을 가져야 되기
때문에 두 식을 같다고 쓴 거예요.

00:56:39.348 --> 00:56:45.580
그러면 이걸 일반적인 이차방정식 형태로
바꿨을 때 이렇게 나오게 되고.

00:56:45.680 --> 00:56:47.640
얘가 오직 한 점에서 만난다.

00:56:47.740 --> 00:56:50.969
교점 한 개를 가지게 된다.

00:56:51.069 --> 00:56:52.982
눈에 보이는 교점이 한 개예요.

00:56:53.082 --> 00:56:56.557
그렇다는 것은 서로 다른
실근으로써 존재하는 것이 아니라

00:56:56.657 --> 00:57:00.117
같은 중복되는 하나의 실근을
가지게 된다는 거죠.

00:57:00.217 --> 00:57:05.238
판별식을 구했을 때 그 판별식이
이 이차방정식의 판별식.

00:57:05.338 --> 00:57:07.017
둘의 y를 소거해서 쓴

00:57:07.117 --> 00:57:13.021
이 이차방정식의 판별식이 0이
된다는 것을 의미한다는 거예요.

00:57:13.121 --> 00:57:20.838
그래서 이걸 풀어주게 된다면
$4a^2$-16a+1=0인데

00:57:20.938 --> 00:57:23.233
x의 합을 구하라고 했어요.

00:57:23.333 --> 00:57:24.844
그러면 합은 어떻게 나오죠?

00:57:24.944 --> 00:57:27.720
근과 계수의 관계를 바로
여기에서 또 써주면 되겠죠.

00:57:27.820 --> 00:57:30.432
이걸 풀면 a의 값이
2개가 나올 거예요.

00:57:30.532 --> 00:57:32.072
a에 대한 이차방정식이니까.

00:57:32.172 --> 00:57:33.914
그런데 그것의 합을
구하라고 했으니까

00:57:34.014 --> 00:57:38.185
근과 계수의 관계를 적용시켜서
-a분의 b 해보면

00:57:38.285 --> 00:57:40.157
그냥 4로 값이 나오게 됩니다.

00:57:40.257 --> 00:57:43.124
그래서 답은 4번
찾아주시면 되고요.

00:57:43.224 --> 00:57:47.062
8-4번에서는 이번에는 얘네가
서로 다른 두 점에서 만난대요.

00:57:47.162 --> 00:57:57.082
그러면 x^2+ax+3과 $2x+b$가
이렇게 만난다고 했으니까

00:57:57.182 --> 00:58:01.302
또 같은 y의 값, 같은 x에
대해서 같은 y값을 같도록 하는

00:58:01.402 --> 00:58:07.342
이 방정식을 적었을 때 이렇게
이차방정식 바꿔서 쓸 수가 있고요.

00:58:07.442 --> 00:58:09.113
이게 서로 다른 두 실근을 가져요.

00:58:09.213 --> 00:58:12.172
그러면 판별식이 0보다 크다는
건데 그것뿐만 아니라

00:58:12.272 --> 00:58:14.881
두 교점의 x좌표를 줬어요.

00:58:14.981 --> 00:58:18.178
이 두 교점의 x좌표가
의미하는 것이 뭐였나요?

00:58:18.278 --> 00:58:19.655

이것의 해입니다.

00:58:19.755 --> 00:58:21.253
교점의 x좌표라는 것.

00:58:21.353 --> 00:58:22.943
만나도록 하는 그 x의 값.

00:58:23.043 --> 00:58:28.185
그게 바로 이거를 같다라고 써 놓은
이 방정식의 해가 되는 거죠.

00:58:28.285 --> 00:58:31.212
이것의 해가 -2하고
1이라는 거예요.

00:58:31.312 --> 00:58:33.328
그런데 계수를 모르는 거로 줬네요.

00:58:33.428 --> 00:58:35.743
그러면 바로 우리가
뭘 할 수 있죠?

00:58:35.843 --> 00:58:40.588
근과 계수의 관계를 적용시켜주면
편하게 값을 구할 수 있습니다.

00:58:40.688 --> 00:58:42.285
중학교 때는 아마 이렇게
풀었을 거예요.

00:58:42.385 --> 00:58:43.966
이것의 해가 -2하고 1이다.

00:58:44.066 --> 00:58:48.121
-2 대입해서 성립하고, 1 대입해서
성립하고, a, b 연립해서 풀었겠지만

00:58:48.221 --> 00:58:52.121
지금은 근과 계수의 관계를 아니까
두 근의 합이 -1이죠.

00:58:52.221 --> 00:58:55.932
이게 바로 근과 계수의 관계에
의하면 -a+2가 되죠.

00:58:56.032 --> 00:58:58.889
그래서 a는 3이 된다는
걸 끌어낼 수 있고.

00:58:58.989 --> 00:59:01.424
두 근의 곱이 -2예요.

00:59:01.524 --> 00:59:03.428
이거는 합이었고요.

00:59:03.528 --> 00:59:08.749
곱을 구하면 -2인데 이것이 근과
계수의 관계에 의하면 3-b죠.

00:59:08.849 --> 00:59:11.469

그러면 b의 값은 5가 되는 거죠.

00:59:11.569 --> 00:59:14.411
그래서 2b-a를 구하라고 했네요.

00:59:14.511 --> 00:59:15.246
어렵습니다.

00:59:15.346 --> 00:59:19.333
2b-a를 해주면 값이
7로 이렇게 나오게 돼요.

00:59:19.433 --> 00:59:21.189
너무 아름다운 문제입니다.

00:59:21.289 --> 00:59:22.363
역시 평가원 문제.

00:59:22.463 --> 00:59:25.554
평가원이라는 곳이 수능
문제를 내는 곳이에요.

00:59:25.654 --> 00:59:29.682
그래서 교육청 보면
제가 학평 써 놓은 게 있고

00:59:29.782 --> 00:59:30.890
평가원이라고 써 놓은 게 있는데

00:59:30.990 --> 00:59:36.163
학평은 교육청에서 이제 매년 아이들의
실력을 측정하기 위해서 내는

00:59:36.263 --> 00:59:39.347
그런 학교에서 전국적으로
연합해서 하는 시험이고요.

00:59:39.447 --> 00:59:43.298
평가원 문제는 수능을 치르기 전에
이 문제가 이런 게 수능으로써

00:59:43.398 --> 00:59:46.756
이번 아이들에게 괜찮을까라는
것을 알아보기 위해서

00:59:46.856 --> 00:59:49.622
뭔가 파일럿으로 시행해보는
그런 시험인 거고.

00:59:49.722 --> 00:59:52.487
그래서 굉장히 문제를
신경써서 잘 내게 됩니다.

00:59:52.587 --> 00:59:54.877
그래서 지금 보면 이 한 문제에서

00:59:54.977 --> 01:00:02.357
그 교점의 x좌표와 방정식의
해의 관계에 대한 정확한 이해와

01:00:02.457 --> 01:00:05.982

계수의 값을 구하는 과정에 있어서
두 근의 합과 곱을 사용해주는

01:00:06.082 --> 01:00:08.524
그런 아이디어들이 잘 들어갔어요.

01:00:08.624 --> 01:00:12.353
그다음에 이 이차함수가
x축과 서로 다른 두 점

01:00:12.453 --> 01:00:15.312
$(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$에서 만난다.

01:00:15.412 --> 01:00:20.535
$f(x)$의 식을 정리했을 때
$a(x-\alpha)(x-\beta)$.

01:00:20.635 --> 01:00:22.878
이런 식으로 인수분해
된다는 걸 뜻해요.

01:00:22.978 --> 01:00:25.631
$\alpha+\beta$가 20이라고 나왔어요.

01:00:25.731 --> 01:00:31.237
그런데 이번에는 $f(2x-5)=0$을
보자고 했거든요.

01:00:31.337 --> 01:00:36.006
$f(x)$의 식이 만약에 이렇게
주어져 있다면 $f(1)$이 뭔가요?

01:00:36.106 --> 01:00:40.702
$f(1)$은 $a(1-\alpha)(1-\beta)$죠.

01:00:40.802 --> 01:00:42.371
$f(2)$는 뭐예요?

01:00:42.471 --> 01:00:46.459
$a(2-\alpha)(2-\beta)$죠.

01:00:46.559 --> 01:00:49.460
그러면 $f(☆)$은 뭘까요?

01:00:49.560 --> 01:00:52.379
$a(☆-\alpha)(☆-\beta)$.

01:00:52.479 --> 01:00:54.991
☆이라는 건 사실 넣으면
안 되긴 하지만.

01:00:55.091 --> 01:00:58.652
어쨌든 x에 넣는 것을 그대로
여기에 대입을 한다는 거예요.

01:00:58.752 --> 01:01:02.945
그러면 $2x-5$라는 게 x
대신에 들어갔습니다.

01:01:03.045 --> 01:01:09.523
그러면 이거는

(2x-5-α)(2x-5-β)가 돼요.

01:01:09.623 --> 01:01:11.099
이렇게 쓸 수가 있어요.

01:01:11.199 --> 01:01:14.926
그런데 이것은 0이 되도록
하는 것의 근을 구하래요.

01:01:15.026 --> 01:01:17.708
근이라는 것은 얘가 언제
0이 되도록 하는지

01:01:17.808 --> 01:01:19.917
그 x의 값을 찾으라는 거거든요.

01:01:20.017 --> 01:01:26.221
그러면 이 식이
(2x-5-α)(2x-5-β) 이렇게 나와서

01:01:26.321 --> 01:01:28.713
둘을 곱한 것이 0이 되었잖아요.

01:01:28.813 --> 01:01:32.278
그러면 얘가 0이 되거나
이게 0이 될 때

01:01:32.378 --> 01:01:36.612
그때 이 전체적으로 식의
값이 0이 나오게 되죠.

01:01:36.712 --> 01:01:41.832
이게 0이 된다는 것은
2x-5-α가 0이 되는 것이니까

01:01:41.932 --> 01:01:44.873
2x가 α+5와 같아지게 되고,

01:01:44.973 --> 01:01:47.252
그러면 x의 값은 어떻게
나오게 되나요?

01:01:47.352 --> 01:01:49.568
2분의 α+5가 됩니다.

01:01:49.668 --> 01:01:56.067
마찬가지로 2x-5-β가 0이
되니까 2x가 5+β가 되고요.

01:01:56.167 --> 01:02:00.113
x를 구해본다면 2분의 β+5예요.

01:02:00.213 --> 01:02:07.745
즉, f(2x-5)=0 이것의
두 실근은 어떻게 되느냐.

01:02:07.845 --> 01:02:12.256
2분의 α+5와 2분의 β+5예요.

01:02:12.356 --> 01:02:14.824
둘을 더한 값을 구하자고 했습니다.

01:02:14.924 --> 01:02:18.305
그러면 2분의 $\alpha+\beta+10$이 되는데

01:02:18.405 --> 01:02:22.385
원래 $\alpha+\beta$의 값이 20으로
나와 있었어요, 문제에.

01:02:22.485 --> 01:02:24.859
그렇기 때문에 값은 15가 됩니다.

01:02:24.959 --> 01:02:28.748
제가 쭉 전개해서 보여드렸는데
앞으로는 여러분이 이거

01:02:28.848 --> 01:02:30.668
지금 이렇게 돼서
한번 이해를 하셨다면

01:02:30.768 --> 01:02:33.827
문제를 어떻게 푸실
거냐면 이렇게 푸세요.

01:02:33.927 --> 01:02:38.727
$y=f(x)$의 그래프를
생각해 보는 거예요.

01:02:38.827 --> 01:02:45.689
x축과 $(\alpha, 0)$,
$(\beta, 0)$에서 만난다.

01:02:47.152 --> 01:02:49.009
식으로 바꿔서 써보세요.

01:02:49.109 --> 01:02:51.138
어떻게 쓸 수 있나요?

01:02:51.238 --> 01:02:56.655
f에다 α를 대입하면 y값이
0이 나온다는 거예요.

01:02:56.755 --> 01:02:58.435
β를 대입하면 0이 나와요.

01:02:58.535 --> 01:03:02.128
f라는 이 함수 기계에는
무엇이 들어가면?

01:03:02.228 --> 01:03:06.423
α라는 것이 들어가서 조작이
되면 0이 나오고,

01:03:06.523 --> 01:03:11.296
β가 들어갔을 때 또 0이
나오도록 하는 그런 기계입니다.

01:03:11.396 --> 01:03:18.453
그런데 $f(2x-5)=0$이라는
방정식을 풀고 싶어요.

01:03:18.553 --> 01:03:24.261

그러려면 이 f라는 기계는 α,
β가 들어가야지만 0이 나오잖아요.

01:03:24.361 --> 01:03:29.426
그렇기 때문에 이 2x-5라는
것이 α가 되거나

01:03:29.526 --> 01:03:36.334
또는 2x-5라는 것이 β일 때
성립하게 되는 식인 거예요.

01:03:36.434 --> 01:03:37.969
이 방정식 자체가.

01:03:38.069 --> 01:03:41.531
그런데 이 방정식의 근을
구하라고 하는 것은

01:03:41.631 --> 01:03:44.957
이 방정식을 만족시키는
x의 값을 찾는 거거든요.

01:03:45.057 --> 01:03:48.994
그래서 이걸 풀어서 x를 구하니까
2분의 α+5가 나오고.

01:03:49.094 --> 01:03:52.191
여기에서 x를 구하면
2분의 β+5가 나와서

01:03:52.291 --> 01:03:55.194
아까 식에 직접 대입한 것과
같은 식이 나오게 되죠.

01:03:55.294 --> 01:03:56.961
얘가 통째로 α가 되고,

01:03:57.061 --> 01:03:59.462
β가 되도록 하는 값을
찾으면 되는 것입니다.

01:03:59.562 --> 01:04:01.048
그게 이 함수식의 의미인데.

01:04:01.148 --> 01:04:02.969
이거 한 번에 이해
안 되실 거예요.

01:04:03.069 --> 01:04:07.451
나중에 함수에 가서 또 이렇게
합성함수라는 걸 배우게 되거든요.

01:04:07.551 --> 01:04:09.717
그걸 보시면 조금 더
나아지실 수 있어요.

01:04:09.817 --> 01:04:12.357
그래서 자꾸만 이 f식에
익숙해지셔야 됩니다.

01:04:12.457 --> 01:04:16.275

f식을 다루는 것에서 많은
학생이 너무 많이 어려워해요.

01:04:16.375 --> 01:04:18.500
그리고 제가 아까 이거 너무
빨리 설명한 것 같은데

01:04:18.600 --> 01:04:22.262
혹시 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$
지난다 그러면 바로 이렇게

01:04:22.362 --> 01:04:23.644
식 쓸 수 있는 거 아시겠죠?

01:04:23.744 --> 01:04:27.655
제가 이렇게 설명하다가 이거
알까라면서 불안해하면서 설명했어요.

01:04:27.755 --> 01:04:31.698
α 대입했을 때 0 되고, β
대입했을 때 0 된다는 것은

01:04:31.798 --> 01:04:36.370
ax^2+bx+c를 인수분해 했을
때 α, β가 근인 것이니까

01:04:36.470 --> 01:04:39.508
이차방정식의 근인 것이니까
인수분해 했을 때 이렇게 이렇게

01:04:39.608 --> 01:04:41.920
인수로 가지게 되면
결국 인수정리예요.

01:04:42.020 --> 01:04:46.446
$f(\alpha)$가 0이고, $f(\beta)$가
0인 것이니까 $x-\alpha$와 $x-\beta$를

01:04:46.546 --> 01:04:52.657
인수로 가져서 이렇게 인수분해 된다고
이해를 하시면 되는 거고요.

01:04:52.757 --> 01:04:57.583
이렇게 우리가 이제 이차함수하고
이차방정식의 관계를 살펴봤습니다.

01:04:57.683 --> 01:04:59.963
함수를 이용해서 방정식의
해를 구하는 거.

01:05:00.063 --> 01:05:03.736
지금까지는 좀 그렇게 유용성을
모르실 수도 있어요.

01:05:03.836 --> 01:05:04.613
제가 그랬거든요.

01:05:04.713 --> 01:05:09.631
고등학교 때 이 부분 배울 때
굳이 방정식 이거를 함수로?

01:05:09.731 --> 01:05:11.023
약간 그런 생각을 했었어요.

01:05:11.123 --> 01:05:14.266
그런데 이렇게 방정식과 함수의
관계를 알아 놓고 나면

01:05:14.366 --> 01:05:19.589
나중에 굉장히 복잡한 방정식을
다룰 때 복잡한 함수는

01:05:19.689 --> 01:05:21.471
나중에 미적분을 배우고 나면

01:05:21.571 --> 01:05:23.786
그 그래프를 구하는 게
쉬워지게 되거든요.

01:05:23.886 --> 01:05:28.327
그래서 그래프하고 그래프 사이의
교점을 통해서 근의 개수,

01:05:28.427 --> 01:05:32.393
근의 존재성, 근의 부호 이런
것들을 구할 수가 있게 되면서

01:05:32.493 --> 01:05:36.276
정말 이게 유용한 도구가 된다는
것을 알 수 있을 거예요.

01:05:36.376 --> 01:05:40.179
그래서 잘 기억하고
이해를 해주시고요.

01:05:40.279 --> 01:05:44.905
그리고 특히 이차부등식으로
가면 이 그래프를 이용해서

01:05:45.005 --> 01:05:49.042
부등식의 해가 이렇게 구해지는구나라는
것을 잘 보실 수가 있고.

01:05:49.142 --> 01:05:54.680
그 부등식으로 다다다음 강에서 그
부등식을 다루게 될 거고.

01:05:54.780 --> 01:05:58.424
그 전에 일단 다음 강은
이차함수의 그래프에 대해서

01:05:58.524 --> 01:06:00.256
조금 더 살펴보도록 하겠습니다.

01:06:00.356 --> 01:06:05.117
이차함수의 최대, 최소를 구하는
거 같이 한번 살펴보고요.

01:06:05.217 --> 01:06:08.312
그다음에 여러 가지 방정식을 다룬
다음에 부등식을 보게 될 거예요.

01:06:08.412 --> 01:06:10.529
그러면 오늘 내용 복습 잘 하시고,

01:06:10.629 --> 01:06:12.836
다음 강에서 만나도록 하겠습니다.