WEBVTT

00:00:10.690 --> 00:00:11.492
안녕하세요?

00:00:11.592 --> 00:00:14.480
수포자를 위한 수학
기초특강 김미주입니다.

00:00:14.580 --> 00:00:20.021
이제 6강부터는 복소수와 그 연산이라는
것을 같이 배우게 되겠습니다.

00:00:20.121 --> 00:00:21.059
복소수.

00:00:21.159 --> 00:00:23.747
새로운 수를 배운다고
볼 수가 있어요.

00:00:23.847 --> 00:00:27.579
우리 5강까지 배웠던 것은
식에 대한 것이었죠.

00:00:27.679 --> 00:00:29.432
다항식의 연산을 봤고요.

00:00:29.532 --> 00:00:33.069
그리고 항등식이라는
것을 살펴보았습니다.

00:00:33.169 --> 00:00:36.003
그리고 인수분해라는
것을 같이 배웠어요.

00:00:36.103 --> 00:00:38.784
그리고 이제는 방정식으로 넘어가는데

00:00:38.884 --> 00:00:41.537
그 방정식으로 넘어가기 직전에

00:00:41.637 --> 00:00:45.170
어떤 방정식의 해를
구하는 필요성에 의해서

00:00:45.270 --> 00:00:49.041
어떻게 보면 수학자들로부터
만들어졌다고 할 수 있는

00:00:49.141 --> 00:00:51.725
이 복소수에 대해서
같이 배우게 돼요.

00:00:51.825 --> 00:00:54.167
앞의 것들은 좀 지루했죠.

00:00:54.267 --> 00:00:55.877
식을 계속 계산해야 됐고요.

00:00:55.977 --> 00:01:01.026

정말 끝도 없는 문자 계속 전개하고
손이 굉장히 바쁘고 그랬습니다.

00:01:01.126 --> 00:01:04.148
그래서 수학은 역시 공식 외울
것도 많고 너무 힘들어.

00:01:04.248 --> 00:01:06.262
이런 생각을 했을 수도 있는데

00:01:06.362 --> 00:01:09.482
복소수를 배우고 나면 이것도 그냥

00:01:09.582 --> 00:01:11.377
그래, 이런 공식에
의해서 계산이 되고

00:01:11.477 --> 00:01:13.144
이렇게 하는 거구나,
라고 받아들인다면

00:01:13.290 --> 00:01:15.436
굉장히 재미가 없을 수도 있지만

00:01:15.536 --> 00:01:18.286
이 복소수가 어떻게
해서 탄생이 되었는지

00:01:18.386 --> 00:01:23.633
그 아이디어를 접하고 난다면 수학이
이렇게 창의적인 것이구나,

00:01:23.733 --> 00:01:26.125
창의적인 학문이구나,
정말 대단하다.

00:01:26.225 --> 00:01:29.464
나도 이런 걸 좀 만들어볼 수
있지 않을까, 라는 생각을

00:01:29.564 --> 00:01:31.522
할 수 있지 않을까,
라는 생각이 들어요.

00:01:31.622 --> 00:01:34.590
제가 그래서 굉장히 좋아하는
단원이기도 합니다.

00:01:34.690 --> 00:01:38.295
그리고 여러분, 수학이 문제
풀고 답을 찾아야 되고

00:01:38.395 --> 00:01:40.678
그런 것들이 좀 어려울
수도 있을 거예요.

00:01:40.778 --> 00:01:44.346
형식적인 것에서 시작해서
그걸 구체화 시켜가면서

00:01:44.446 --> 00:01:49.115

체계를 만들어나가고 문제를 푸는
게 굉장히 재미있기도 하지만

00:01:49.215 --> 00:01:52.544
그런 것에 익숙하지 않은
학생들에게는 어려울 수도 있어요.

00:01:52.644 --> 00:01:56.529
특히 뭔가 소설책 읽는 거 좋아하고

00:01:56.629 --> 00:01:59.261
흔히 말해서 문과적
성향이라고 하죠.

00:01:59.361 --> 00:02:02.541
맥락 속에서 무언가를
이해하는 것을 좋아하고

00:02:02.641 --> 00:02:05.121
그런 다채로운 사고, 좀
유연한 사고를 가지고

00:02:05.221 --> 00:02:09.878
이렇게 맥락 속에서 뭔가를 파악하는
것을 좋아하는 학생들이라고 한다면

00:02:09.978 --> 00:02:14.052
수학에서 인수분해 막 하고
식을 다루고 이러는 것들이

00:02:14.152 --> 00:02:17.351
그냥 외워야 되는 것으로
보이기도 하고 좀 어려워서

00:02:17.451 --> 00:02:20.344
수학은 재미없어, 라고
생각을 할 수도 있을 텐데

00:02:20.444 --> 00:02:23.784
이 복소수는 정말 이
책에 나오는 거 말고

00:02:23.884 --> 00:02:28.388
다른 이야기를 좀 찾아보면
굉장히 다양한 맥락이 있고요.

00:02:28.488 --> 00:02:33.426
이따가 보게 될 텐데 이 복소수
i(아이)라는 것이 탄생하기까지

00:02:33.580 --> 00:02:38.365
수학자들 간의 싸움도 있었고 굉장히
재미있는 역사적 배경도 있었습니다.

00:02:38.465 --> 00:02:42.239
그래서 지금까지 혹시 수학이
너무 힘들었다고 한다면

00:02:42.339 --> 00:02:46.354
서점에 가서 허수를 키워드로
해서 책을 찾아보세요.

00:02:46.454 --> 00:02:48.094
그러면 책이 굉장히 많이 있거든요.

00:02:48.194 --> 00:02:52.531
그걸 읽어나간다면 아, 이런 게
복소수의 탄생배경이 되었구나.

00:02:52.631 --> 00:02:55.223
그리고 복소수가 이렇게
많이 쓰이는구나.

00:02:55.323 --> 00:02:58.590
그리고 복소수를 표현하는
다채로운 표현 수단이

00:02:58.690 --> 00:03:02.164
우리 책이나 교과서에
나오는 것 외에도

00:03:02.264 --> 00:03:03.686
이런 식으로도 나오게 되고

00:03:03.786 --> 00:03:07.555
우리 실생활에 굉장히 여러 분야랑
결합이 되고 있구나, 라는 것을

00:03:07.655 --> 00:03:08.907
보실 수 있을 거예요.

00:03:09.007 --> 00:03:13.183
그래서 굉장히 재미있고
깊이 있게 공부할 수 있는,

00:03:13.283 --> 00:03:18.652
여러분이 책을 통해서 조금 더 비교적
쉽게 공부할 수 있는 단원이

00:03:18.752 --> 00:03:20.448
또 복소수라고 할 수가 있습니다.

00:03:20.548 --> 00:03:24.387
그래서 너무 문제 푸는 것만 하는
것이 힘들다고 하는 학생들에게는

00:03:24.487 --> 00:03:27.603
그렇게 책을 통해서 공부하는
것을 좀 추천해드리고 싶어요.

00:03:27.703 --> 00:03:29.666
도대체 복소수가 뭐길래 그럴까.

00:03:29.766 --> 00:03:31.768
제가 한번 시작을 해보도록 할게요.

00:03:31.868 --> 00:03:37.843
중학교 때 배우던 2차 방정식을
푸는 방법을 생각해보도록 할게요.

00:03:37.943 --> 00:03:39.794
먼저 인수분해를 통해서 풀었습니다.

00:03:39.894 --> 00:03:43.343
1차식 두 개로 인수분해가 돼서
이거는 0이다, 라고 나오게 된다면

00:03:43.443 --> 00:03:46.436
각각이 0 되도록 하는
x의 값을 찾았었죠?

00:03:46.536 --> 00:03:49.367
그러고 나서는 완전제곱식으로
변형을 했어요.

00:03:49.509 --> 00:03:53.458
인수분해가 쉽게 되지 않는다고 한다면
완전제곱식으로 변형을 해주었고요.

00:03:53.558 --> 00:03:57.191
그것을 일반화한 것이
바로 근의 공식이죠?

00:03:57.291 --> 00:04:01.986
그래서 ax^2+bx+c는
0이라는 이 2차 방정식의 근은

00:04:02.086 --> 00:04:08.042
일반적으로 2a분의
$-b\pm\sqrt{b^2-4ac}$라고 할 수가 있는데

00:04:08.142 --> 00:04:12.733
이 근호 안의 식이 음수일
경우를 예를 들어서 -3이다.

00:04:12.833 --> 00:04:14.664
그러면 $\sqrt{-3}$.

00:04:14.764 --> 00:04:19.596
이런 식으로 나오는 것은 해가
존재한다고 할 수 있을까요?

00:04:19.696 --> 00:04:23.924
쉽게 이야기해서 x^2+1이
0 되도록 하는 것.

00:04:24.024 --> 00:04:26.731
이런 것의 해가 존재할까요?

00:04:26.831 --> 00:04:33.364
이거를 우리 근의 공식에 맞춰서 써보면
2*1분의 -b에 해당하는 거는 0이 되고

00:04:33.464 --> 00:04:38.794
$\pm\sqrt{0^2-4ac}$ 해보게 된다면

00:04:38.894 --> 00:04:42.761
2분의 $\sqrt{-4}$ 이런
식으로 나오게 되는데

00:04:42.861 --> 00:04:45.661
이거는 해가 존재한다고
할 수가 있을까요?

00:04:45.761 --> 00:04:50.077
우리 생각에 이거는 해가 존재하지
않는다고 이야기를 했어요.

00:04:50.177 --> 00:04:54.941
그러면 그래도 2차 방정식의
해가 존재했으면 좋겠어, 라고

00:04:55.041 --> 00:04:57.659
수학자들이 욕심을
내기 시작한 거예요.

00:04:57.759 --> 00:05:03.643
사실은 2차 방정식의 해가 존재했으면
좋겠어, 라고 하는 그런 욕심보다도

00:05:03.743 --> 00:05:06.344
나중에 우리가 3차
방정식 배울 건데요.

00:05:06.444 --> 00:05:12.215
3차 방정식도 우리는 나중
강에서 배우게 될 때

00:05:12.315 --> 00:05:14.617
인수분해 해서 하는
것만 배우게 될 텐데

00:05:14.717 --> 00:05:16.336
3차 방정식도 이런 식으로

00:05:16.436 --> 00:05:19.595
근의 공식을 만들려고 하는
수학자들의 노력이 있었어요.

00:05:19.695 --> 00:05:22.076
그런데 근의 공식에 의해서
해가 나오게 되면

00:05:22.176 --> 00:05:25.020
루트 속이 음수가 되지 않는다면.

00:05:25.120 --> 00:05:28.229
그러니까 루트 속이 음수가 되는
것을 수로 인정하지 않는다면

00:05:28.329 --> 00:05:30.572
뭔가 그 근의 공식이
말이 안 되는데

00:05:30.672 --> 00:05:32.347
그런데 말이 되어야 되는 식인데

00:05:32.447 --> 00:05:34.668
뭔가 루트 속이 음수가 꼭
되어야 되는 거예요.

00:05:34.768 --> 00:05:36.595
그렇기 때문에 그런 필요에 의해서.

00:05:36.695 --> 00:05:40.006
3차 방정식이 근의 공식을
만들어내가는 그 과정에 의해서

00:05:40.106 --> 00:05:45.418
꼭 루트 속도 음수가 들어가는 것이
필요하구나, 라는 생각을 가지고

00:05:45.518 --> 00:05:50.749
루트 안, 근호 안이 음수가 되는
것도 수로 인정을 하게 됩니다.

00:05:50.849 --> 00:05:56.537
수로 인정을 하고 그 수를 새롭게 기호를
이용해서 표현을 해주게 되었어요.

00:05:56.637 --> 00:06:01.007
그래서 어떤 수에서 단위가
되는 수라고 하면

00:06:01.107 --> 00:06:02.688
우리 1을 생각할 수 있죠?

00:06:02.788 --> 00:06:03.907
1을 기본으로 해서.

00:06:04.007 --> 00:06:05.621
1에는 몇 배를 하더라도

00:06:05.721 --> 00:06:08.064
그냥 그 몇 배 한 수가
나오도록 하는 거잖아요.

00:06:08.164 --> 00:06:10.777
1에 a배를 하면 a가
그냥 나오게 되죠?

00:06:10.877 --> 00:06:13.886
그래서 1이 단위로써 많이 쓰여요.

00:06:13.986 --> 00:06:17.365
cm도 단위길이하면 1cm, 1m.

00:06:17.465 --> 00:06:19.790
무게도 단위 무게 하면 1kg.

00:06:19.890 --> 00:06:22.975
이런 식으로 쓰는 것처럼
1이 단위가 되니까

00:06:23.075 --> 00:06:29.322
제곱해서 음수가 되는 것 중에
가장 기본 단위가 될 수 있는

00:06:29.422 --> 00:06:31.231
-1이 되는 수.

00:06:31.331 --> 00:06:35.188
그 수를 √-1이라고
할 수가 있겠죠?

00:06:35.288 --> 00:06:37.611
제곱해서 -1이 되는 수.

00:06:37.711 --> 00:06:41.785
그래서 -1의 제곱근이다,
라고 하는 수.

00:06:41.885 --> 00:06:45.700
이거를 i(아이)라고 표현을
하게 되었습니다.

00:06:45.800 --> 00:06:53.080
i라고 나타내고 이
i를 우리 말로는

00:06:53.180 --> 00:06:57.660
제곱해서 음수가 되는 수의
종류를 허수라고 부르게 되는데

00:06:57.760 --> 00:07:01.422
그 허수에 하나의 단위가
되는 수라고 해서

00:07:01.522 --> 00:07:04.916
이 i를 허수단위라고 불러요.

00:07:05.016 --> 00:07:11.770
그래서 이 i는 -1에 근호를
씌운 거다, 라고 할 수가 있고

00:07:11.870 --> 00:07:15.058
i^2은 -1이 되는 거고요.

00:07:15.158 --> 00:07:19.228
x^2이 -1이 되는
것을 그래서 구한다면

00:07:19.328 --> 00:07:26.171
x가 i가 되거나 형식적으로
마이너스라는 기호를 붙여서 -i.

00:07:26.271 --> 00:07:29.245
이렇게 두 가지를 찾아줄
수가 있습니다.

00:07:29.345 --> 00:07:35.673
마이너스를 가지고 제곱했을 때
계산은, 만약에 -i를 제곱한다 그러면

00:07:35.773 --> 00:07:39.236
마이너스 두 번 곱하면 1이
되는 건 그대로 유지를 하는 거예요.

00:07:39.336 --> 00:07:44.936
그리고 i를 제곱한 게 -1이니까
이렇게 -i를 제곱한 것도

00:07:45.036 --> 00:07:48.511
-1이 된다고 해서 이런
식으로 쓸 수가 있고

00:07:48.611 --> 00:07:51.703
제가 방금 이거를
이야기하면 i가 있고

00:07:51.803 --> 00:07:55.085
형식적으로 마이너스를
붙인다고 했습니다.

00:07:55.185 --> 00:07:58.395
이 허수는 특징이 크기
비교가 안 돼요.

00:07:58.495 --> 00:08:00.589
양이다, 음이다,
라는 것이 없어요.

00:08:00.689 --> 00:08:06.093
수직선이 이미 실수로 꽉 채워져 있어서
허수가 들어갈 자리가 없어요.

00:08:06.193 --> 00:08:08.892
그래서 허수를 뭔가 눈에
보이게 표현하고 싶으면

00:08:08.992 --> 00:08:12.485
우리가 이 고등학교
과정에서 배우지는 않지만

00:08:12.585 --> 00:08:15.521
평면이라는 곳에 표현하게 되고

00:08:15.621 --> 00:08:17.621
왜 그게 평면으로 표현이 되는지

00:08:17.721 --> 00:08:20.513
그 아이디어를 도출하는
과정이 상당히 재미있어요.

00:08:20.613 --> 00:08:22.455
그래서 제가 자꾸 책을 읽어보면

00:08:22.555 --> 00:08:25.743
참 재미있게 공부를 할 수
있다고 말을 하고 있고요.

00:08:25.843 --> 00:08:28.202
i라는 새로운 기호가 필요합니다.

00:08:28.302 --> 00:08:33.344
그러니까 우리가 가지고 있는 수들은
이미 수직선을 꽉 채우고 있어요.

00:08:33.444 --> 00:08:38.532
뭔가 제곱해서 -1이 되도록 하려면
새로운 기호가 필요한 거예요.

00:08:38.632 --> 00:08:41.257
우리 무리수도 √2, √3.

00:08:41.357 --> 00:08:44.311
이런 거는 제곱해서 2가 되는

거, 제곱해서 3이 되는 거.

00:08:44.411 --> 00:08:47.975
이런 식으로 해서 근호라는
새로운 기호가 필요했죠?

00:08:48.075 --> 00:08:52.231
그런데 근호로 다 표현이 되지
않는 무리수도 있었어요.

00:08:52.331 --> 00:08:53.967
예를 들어서 π(파이) 같은 거.

00:08:54.067 --> 00:08:55.336
원주율에 해당하는 것.

00:08:55.436 --> 00:08:57.162
참 많이 나오는 무리수인데

00:08:57.262 --> 00:09:00.572
어떻게 근호를 이용해서 표현할
방법이 없는 거예요.

00:09:00.672 --> 00:09:03.809
다항식으로 표현되는 방정식의
해가 아닌 거예요.

00:09:03.909 --> 00:09:08.553
그래서 그걸 뭔가 이 수가 되게
중요하긴 한데, 존재하는 건 아닌데

00:09:08.653 --> 00:09:13.668
근호로 표현할 방법이 없으니까
새로운 기호 π를 썼던 것처럼

00:09:13.768 --> 00:09:18.241
허수도 기존에 우리가 가지고 있는
기호들로는 표현이 안 되는 거죠.

00:09:18.341 --> 00:09:20.905
그래서 새로운 기호 i를
가지고 오게 되는데요.

00:09:21.005 --> 00:09:23.599
얘는 그리스어에서 가지고 온 거고

00:09:23.699 --> 00:09:25.792
i는 영어에서 가지고 왔어요.

00:09:25.892 --> 00:09:31.482
이 수의 존재성은 옛날 그리스
때부터 사용하려고 했었고

00:09:31.582 --> 00:09:34.631
이거는 비교적 최근에 나오게 되면서

00:09:34.731 --> 00:09:39.263
영어로 imaginary
number라는 것에서 따왔습니다.

00:09:39.363 --> 00:09:44.617

imaginary 상상의 그런
수를 생각하게 될 수가 있고

00:09:44.717 --> 00:09:46.557
그래서 얘네 둘이 싸운다면

00:09:46.657 --> 00:09:49.860
굉장히 수학에서는 유명한
싸움이라고 할 수가 있는데

00:09:49.960 --> 00:09:53.716
얘가 be rational이라고
얘한테 이야기하는 거예요.

00:09:53.816 --> 00:09:57.035
무리수는 영어로
irrational이라고 그래요.

00:09:57.193 --> 00:10:01.297
그런데 영어로 rational이 합리적이다,
이런 뜻을 가지고 있는 거 아시죠?

00:10:01.397 --> 00:10:06.054
그래서 얘가 irrational 그러면
뭔가 비합리적인 그런 뜻이 되기도 해서

00:10:06.154 --> 00:10:07.956
얘가 야, 좀 합리적이여져라.

00:10:08.056 --> 00:10:10.813
이렇게 이야기를 하는 거고 get
real 너나 정신 차려.

00:10:10.913 --> 00:10:12.505
이런 식으로 생각을
해볼 수 있겠죠?

00:10:12.605 --> 00:10:15.418
뭔가 얘는 실수가 아닌 거예요.

00:10:15.518 --> 00:10:16.864
우리가 기존에 알고 있던 실수.

00:10:16.964 --> 00:10:20.002
나는 그래도 실수인데
너는 현실성을 가져라.

00:10:20.102 --> 00:10:26.293
좀 망상에 있지 말고 사실을
직시해라, be real.

00:10:26.393 --> 00:10:30.651
진실해져라, 이런 식으로
해서 둘이 만약에 싸운다면

00:10:30.751 --> 00:10:32.867
서로 너는 좀 합리적일
필요가 있어.

00:10:32.967 --> 00:10:36.077
너나 좀 정신 차려, 이

현실을 바라 봐, 라고

00:10:36.200 --> 00:10:38.102
이렇게 이야기하는 그런 싸움.

00:10:38.202 --> 00:10:41.446
재미있는 만화 컷 중의
하나인데 이런 싸움도 가능합니다.

00:10:41.546 --> 00:10:43.026
어쨌든 이런 건 다른 이야기였고요.

00:10:43.126 --> 00:10:44.431
이렇게 좀 복소수에서는

00:10:44.531 --> 00:10:46.192
재미있게 이야기할 수
있는 것들이 너무 많은데

00:10:46.292 --> 00:10:48.564
시간관계상 제가 많이
생략하도록 할게요.

00:10:48.664 --> 00:10:51.840
이제 복소수라는 것.

00:10:51.940 --> 00:10:56.815
제가 허수까지는 언급했는데
그거를 우리가 확장을 시켜서

00:10:56.915 --> 00:10:59.959
커다랗게 복소수라는
걸로 묶어줄 거예요.

00:11:00.059 --> 00:11:02.824
뭐냐면, 우리 유리수까지
알고 있었죠?

00:11:02.924 --> 00:11:04.568
무리수가 나왔어요.

00:11:04.668 --> 00:11:08.837
그러면 유리수와 무리수를
통틀어서 실수라고 불렀었잖아요.

00:11:08.937 --> 00:11:12.590
그런데 실수가 있는데 거기에
허수까지 나온 거예요.

00:11:12.690 --> 00:11:17.205
실수와 허수를 통틀어서
복소수라고 부르려고 합니다.

00:11:17.305 --> 00:11:18.176
주의해야 될 점.

00:11:18.276 --> 00:11:21.051
이 강에서 새로운
용어들 많이 나오니까

00:11:21.151 --> 00:11:23.336

용어를 잘 정리해가면서 보세요.

00:11:23.436 --> 00:11:25.535
그래서 복소수를 어떻게 쓰느냐,

00:11:25.635 --> 00:11:28.355
어떤 임의의 실수, 어떤 실수.

00:11:28.455 --> 00:11:30.872
아무거나 끄집어낸 실수
a, b에 대하여

00:11:30.972 --> 00:11:36.937
a와 더하기 어떤 실수 곱하기 i의
형태로 쓸 수 있게 되는 수.

00:11:37.037 --> 00:11:40.399
그런 수를 복소수라고 부르게 돼요.

00:11:40.499 --> 00:11:46.592
즉, (실수)+(실수)*i의
형태로 나타내지는 수.

00:11:46.692 --> 00:11:49.078
이런 걸 복소수라고 한다는 거예요.

00:11:49.178 --> 00:11:50.915
1+i.

00:11:51.015 --> 00:11:53.565
이런 거 복소수가 될 수 있고요.

00:11:53.665 --> 00:11:56.485
2i, 이런 거 복소수가
될 수 있고요.

00:11:56.585 --> 00:11:59.581
아니면 여기서 b가
임의의 실수였잖아요.

00:11:59.681 --> 00:12:01.593
어떤 실수든 될 수 있거든요?

00:12:01.693 --> 00:12:03.083
b가 0일 수도 있어요.

00:12:03.183 --> 00:12:05.748
그래서 3, 이런 것도
복소수라는 거죠.

00:12:05.848 --> 00:12:10.248
이때 분명히 얘네는 좀 들어가
있는 부분이 다르잖아요.

00:12:10.348 --> 00:12:15.589
여기는 실수만 있고 여기는 이
실수에 허수 단위가 곱해져 있고

00:12:15.689 --> 00:12:21.440
그렇기 때문에 이 a에 해당하는
수를 실수부분이라고 부르고요.

00:12:21.540 --> 00:12:26.209
b에 해당하는 수를
허수부분이라고 부릅니다.

00:12:26.309 --> 00:12:32.904
예를 들어서 1+i에서는 실수부분이
1, 허수부분은 i가 아니라 1이에요.

00:12:33.004 --> 00:12:34.985
b가 허수부분이에요.

00:12:35.085 --> 00:12:38.868
1*i이기 때문에 이거
같은 거는 실수부분이 1,

00:12:38.968 --> 00:12:41.443
허수부분은 1이라고 나오게 되고요.

00:12:41.543 --> 00:12:44.656
이거는 실수부분이 없죠, 0이죠.

00:12:44.756 --> 00:12:46.273
허수부분은 2.

00:12:46.373 --> 00:12:50.504
이거는 실수부분이 3이고
허수부분이 0이다, 라고

00:12:50.604 --> 00:12:52.731
이런 식으로 표현이 되는 거예요.

00:12:52.831 --> 00:12:58.548
실수부분, 허수부분이라고 할 때는 복소수를
(실수)+(실수)*i로 표현했을 때

00:12:58.648 --> 00:13:03.684
각각 그 실수에 해당하는 것만
골라서 이야기를 해주시면 됩니다.

00:13:03.784 --> 00:13:08.572
그러면 우리가 기존에 알고 있던
실수와 무슨 관계가 있을까.

00:13:08.672 --> 00:13:13.556
임의의 복소수 a+bi를
우리가 기호로 써줄 때

00:13:13.656 --> 00:13:17.316
영어 알파벳에서 제일
마지막에 있는 알파벳 있죠?

00:13:17.416 --> 00:13:20.193
z를 이용해서 많이
쓰게 될 거예요.

00:13:20.293 --> 00:13:27.145
그래서 이 복소수 어떤 z가 a+bi로
표현이 되어있다고 했을 때

00:13:27.245 --> 00:13:33.470

만약에 b가 뭐가 되면 얘는 그냥
임의의 실수를 나타내게 될까요?

00:13:33.570 --> 00:13:37.507
이 허수부분이 0으로 없다고 한다면

00:13:37.607 --> 00:13:40.078
그냥 a라는 실수가 되겠죠.

00:13:40.178 --> 00:13:43.714
그래서 b가 0이라면
z는 실수가 돼요.

00:13:43.814 --> 00:13:47.493
즉 실수는 모두 다 복소수라고
할 수가 있어요.

00:13:47.593 --> 00:13:50.225
예를 들어서 유리수가 다 실수였죠?

00:13:50.325 --> 00:13:51.849
무리수가 실수였죠?

00:13:51.949 --> 00:13:57.119
그런 것처럼 다 실수라고 하면
무조건 복소수가 되는 거예요.

00:13:57.219 --> 00:14:00.464
그런데 실수가 아닌 복소수이면서.

00:14:00.564 --> 00:14:02.791
그러니까 b가 0이 만약에
아니었다고 한다면

00:14:02.891 --> 00:14:07.769
실수가 아닌 복소수이며 이때
z를 뭐라고 불러주냐면,

00:14:07.869 --> 00:14:09.279
실수가 아니잖아요?

00:14:09.379 --> 00:14:12.199
허수라고 부르게 된다는 거고

00:14:12.299 --> 00:14:15.138
a가 만약에 0이에요.

00:14:15.238 --> 00:14:17.410
아예 이번에는 실수부분이 없어요.

00:14:17.510 --> 00:14:23.639
그러면서 이 허수부분이 존재하는
수를 순허수라고 합니다.

00:14:23.739 --> 00:14:26.374
여러분, 예를 들어서
써보실 수 있겠어요?

00:14:26.474 --> 00:14:30.243
b가 0인 복소수,
예를 들어서 3.

00:14:30.343 --> 00:14:31.450
이렇게 나오는 거.

00:14:31.550 --> 00:14:33.554
3+0i가 되어서 3.

00:14:33.654 --> 00:14:37.928
우리가 기존에 다루었던 모든
실수에 해당하는 거죠.

00:14:38.028 --> 00:14:40.000
그야말로 실수가 되는 거고요.

00:14:40.100 --> 00:14:42.063
복소수 중에서 실수가 있는 것이고

00:14:42.163 --> 00:14:44.945
허수부분이 있어요.

00:14:45.045 --> 00:14:47.885
그때 얘를 허수라고 한다는 거죠.

00:14:47.985 --> 00:14:48.965
1+i.

00:14:49.065 --> 00:14:51.619
이런 거 허수고요, 2i
이런 것도 허수고요.

00:14:51.719 --> 00:14:54.462
3-i 이런 거 허수고요,
전부 다 허수.

00:14:54.562 --> 00:14:57.834
그런데 실수부분도 0이다.

00:14:57.934 --> 00:15:01.604
그냥 이렇게 i가 들어간
부분만 있다고 한다면

00:15:01.704 --> 00:15:04.601
실수가 곱해지는 거니까
√2i가 있을 수도 있고요.

00:15:04.701 --> 00:15:09.813
얘네들을 허수부분만 존재한다고
해서 순허수라고 부르게 됩니다.

00:15:09.913 --> 00:15:14.292
그래서 복소수는 크게 실수인 것.

00:15:14.392 --> 00:15:16.785
b가 0이라고 한다면
실수가 되겠죠?

00:15:16.885 --> 00:15:19.841
실수와 허수로 구성이 되어있어요.

00:15:19.941 --> 00:15:24.430
그 허수 중에서는 만약에

실수부분이 0이라고 한다면

00:15:24.530 --> 00:15:27.443
순허수도 있다는 것이죠.

00:15:27.543 --> 00:15:29.659
그리고 실수의 안에는 누가 있었죠?

00:15:29.759 --> 00:15:33.055
유리수와 무리수가 있고
유리수 안에는 정수가 있고

00:15:33.155 --> 00:15:34.442
그 안에 또 자연수가 있고.

00:15:34.542 --> 00:15:37.837
그런 것처럼 수 체계가 쭉
확장되어가는 거예요.

00:15:37.937 --> 00:15:39.278
좀 정리를 해드려 볼까요?

00:15:39.378 --> 00:15:42.864
우리 처음에 배웠던 수에
자연수가 있었어요.

00:15:42.964 --> 00:15:44.153
1, 2, 3.

00:15:44.253 --> 00:15:48.813
신이 자연수를 만들고 나머지는
다 인간이 만들었다고 하는

00:15:48.913 --> 00:15:52.180
크로네커라는 수학자의 굉장히
유명한 말이 있습니다.

00:15:52.280 --> 00:15:54.360
자연수는 그야말로 네츄럴 넘버.

00:15:54.460 --> 00:15:57.006
굉장히 자연스럽게 생각할
수 있는 수예요.

00:15:57.106 --> 00:15:59.120
손가락 세듯이 하나,
둘, 셋, 넷.

00:15:59.220 --> 00:16:00.480
1등, 2등, 3등, 4등.

00:16:00.580 --> 00:16:03.821
이런 식으로 개수를
세는데, 순서를 정하는 데

00:16:03.921 --> 00:16:06.350
아주 자연스럽게 사용이
되는 수가 자연수죠.

00:16:06.450 --> 00:16:11.044
그런데 자연수에 정말 인간의

대단한 발명이라고 부르는 것이

00:16:11.144 --> 00:16:13.299
0이라는 것이 발견되었고요.

00:16:13.399 --> 00:16:18.022
그러고 나니까 음의 정수가
또 생겨나게 되었어요.

00:16:18.122 --> 00:16:22.069
우리 방향을 왼쪽 방향으로 가는
것도 생각해보자, 라고 해서.

00:16:22.169 --> 00:16:26.044
이거를 합해서 정수라고
부르게 된 것이죠.

00:16:26.144 --> 00:16:28.789
그런데 이 정수분의 정수.

00:16:28.889 --> 00:16:34.112
꼭 우리가 이렇게 정수라는
것만 생각하지 말고

00:16:34.212 --> 00:16:36.850
정수분의 정수로 이루어지는.

00:16:36.950 --> 00:16:40.052
그러니까 뭔가 비율을
나타내는 수가 있다고 한다면

00:16:40.152 --> 00:16:42.734
그것이 유리수가 됐었죠?

00:16:42.834 --> 00:16:45.630
그래서 유리수 안에는 정수가 있고

00:16:45.730 --> 00:16:48.639
정수로 표현되지 않는
분수가 나오게 되고

00:16:48.739 --> 00:16:50.455
이렇게 유리수가 구성되고

00:16:50.555 --> 00:16:54.690
그다음에 유리수가 아닌 실수를
무리수라고 했습니다.

00:16:54.790 --> 00:17:01.162
유리수만으로는 실수 평면 축이
수직선이 다 채워지지 않는 거예요.

00:17:01.262 --> 00:17:02.823
자연수는 1, 2, 3.

00:17:02.923 --> 00:17:05.646
이렇게 듬성듬성 있고
가운데 0이 있고

00:17:05.746 --> 00:17:08.907
왼쪽으로 가면 -1,

-2, -3이 있고

00:17:09.007 --> 00:17:13.053
여기에 아주 빽빽하게
유리수가 존재하기는 하지만

00:17:13.153 --> 00:17:14.594
이 유명한 그림 아시죠?

00:17:14.694 --> 00:17:18.100
한 변의 길이가 1인
정사각형을 생각했을 때

00:17:18.200 --> 00:17:20.629
대각선의 길이가 √2가 되는데

00:17:20.729 --> 00:17:24.294
이것을 여기에 내렸다고
생각하면 찍히는 지점에

00:17:24.394 --> 00:17:27.356
√2라는 수가 더 들어갈
수가 있는 거죠.

00:17:27.456 --> 00:17:29.840
그래서 유리수 말고
무리수도 있고요.

00:17:29.940 --> 00:17:41.692
이 무리수의 종류에도 순환하지
않는 소수로 나타내지는 수.

00:17:41.833 --> 00:17:43.964
그런 수가 무리수가 되었었어요.

00:17:44.064 --> 00:17:49.000
그래서 유리수와 무리수를 합쳐서
실수라고 부르게 된 거고요.

00:17:49.100 --> 00:17:52.166
실수가 아닌 것에 허수가
있다는 거예요.

00:17:52.266 --> 00:17:59.782
그리고 허수 일부에 순허수가 있고
순허수가 아닌 허수가 있고.

00:18:02.395 --> 00:18:06.014
순허수는 실수부분이 0이 되는 수,

00:18:06.114 --> 00:18:08.306
그러면서 허수부분이 있는 수.

00:18:08.406 --> 00:18:11.674
이거는 순허수가 아닌 그런 허수.

00:18:11.774 --> 00:18:16.785
a+bi의 형태에서 이렇게
두 가지 허수가 있고

00:18:16.885 --> 00:18:21.240

이거를 합쳐서 복소수라고
부르게 된다는 것입니다.

00:18:21.340 --> 00:18:26.862
복소수 a+bi다, 라고 했을 때
b가 0이었다고 하면 실수가 되고

00:18:26.962 --> 00:18:30.179
b가 0이 아니다, 라고
한다면 허수가 되는데

00:18:30.279 --> 00:18:33.744
그중에서 b가 0이 아닌 것
중에서 a가 0이면 순허수,

00:18:33.844 --> 00:18:37.300
0이 아니면 순허수가
아닌 허수가 된다고 해서

00:18:37.400 --> 00:18:40.428
이렇게 수 체계를
이루어가게 됩니다.

00:18:40.528 --> 00:18:43.372
복소수까지 하면 다 구한 걸까요?

00:18:43.472 --> 00:18:46.629
그게 궁금하면 여러분이 스스로
자료를 좀 찾아보세요.

00:18:46.729 --> 00:18:52.173
그래서 굉장히 수학에서 이렇게 다양한
상상력 발휘하는 것이 가능하구나.

00:18:52.273 --> 00:18:56.174
이렇게 사고를 확장해가는 것이구나,
라는 것을 볼 수 있는

00:18:56.274 --> 00:18:57.743
굉장히 재미있는 부분이에요.

00:18:57.843 --> 00:19:02.356
얘가 순허수가 되도록 하는 실수
x의 값을 구해보도록 하겠습니다.

00:19:02.456 --> 00:19:06.766
(실수)+(실수)*i의
형태로 정리가 되어있죠.

00:19:06.866 --> 00:19:11.260
순허수가 되려면 실수부분이
0인 거예요.

00:19:11.360 --> 00:19:14.353
x^2-x-6이 0이 됩니다.

00:19:14.453 --> 00:19:18.660
그러면 이건 x에 대한 2차
방정식의 형태로 정리가 되니까

00:19:18.760 --> 00:19:23.280

x가 3이거나 -2인데
조심해야 될 거

00:19:23.380 --> 00:19:25.875
순허수가 되도록 하고 싶어요.

00:19:25.975 --> 00:19:28.868
그러면 x+2는 0이면 안 되죠?

00:19:28.968 --> 00:19:32.689
그러니까 이거이면서
여기는 0이 되면서

00:19:32.789 --> 00:19:35.683
여기는 0이 아니어야
허수가 되는 거예요.

00:19:35.783 --> 00:19:38.656
x는 -2이면 안 됩니다.

00:19:38.756 --> 00:19:44.788
3 또는 -2라고 했는데 -2이면 안
되니까 x가 3인 것만 가능하죠?

00:19:44.888 --> 00:19:48.946
그러면 5i라는 순허수가
된다고 할 수가 있어요.

00:19:49.046 --> 00:19:50.211
좀 구분이 되시나요?

00:19:50.311 --> 00:19:53.993
복소수가 있고 그중에
실수가 있고 허수가 있고

00:19:54.093 --> 00:19:56.676
허수 안에 순허수가 있고 해서

00:19:56.776 --> 00:20:00.881
커다란 복소수 체계를
생각해주시면 돼요.

00:20:00.981 --> 00:20:05.475
그러면 복소수를 우리가
이렇게 정의를 했는데

00:20:05.575 --> 00:20:07.965
복소수가 수가 될까요?

00:20:08.065 --> 00:20:12.217
아까 제가 얼핏 허수는 크기
비교가 안 된다고 했습니다.

00:20:12.317 --> 00:20:14.035
그 크기 비교가 왜 안 되는지는

00:20:14.135 --> 00:20:16.452
우리 교육 과정에서
설명을 요구하지 않고

00:20:16.552 --> 00:20:18.238

그다음에 교과서에도
나오지 않기 때문에

00:20:18.338 --> 00:20:19.833
제가 설명은 하지 않을게요.

00:20:19.933 --> 00:20:24.103
그냥 i가 0보다 크다, 작다 말을
못 한다고 생각을 하시면 돼요.

00:20:24.203 --> 00:20:27.812
2i가 i보다 클 것 같지만
그렇지 않다는 거예요.

00:20:27.912 --> 00:20:29.655
크기 비교를 하지는 않습니다.

00:20:29.755 --> 00:20:33.356
크기 비교는 안 되지만
연산은 가능해요.

00:20:33.456 --> 00:20:37.156
더하고 빼고 곱하고 나누는
것은 가능합니다.

00:20:37.256 --> 00:20:42.584
그리고 더하고 곱하고 나누는 그런
과정에 어떤 연산의 성질이 있어요.

00:20:42.684 --> 00:20:45.986
수를 뭐를 수로 볼
것인가, 라고 했을 때

00:20:46.086 --> 00:20:50.843
순서는 없더라도 어떻게 일렬로
나열할 수 없다고 할지라도

00:20:50.943 --> 00:20:56.894
크기 비교가 안 될지라도 계산이
가능하다면 보통 수라고 받아들여서

00:20:56.994 --> 00:21:00.597
우리가 이름도 복소수라고
지어준 거예요.

00:21:00.697 --> 00:21:02.166
분명히 수입니다.

00:21:02.266 --> 00:21:04.613
그런데 연산을 하려면.

00:21:04.713 --> 00:21:09.240
덧셈하고 곱셈을 하고 나눗셈을
하고 그런 계산을 해주려고 한다면

00:21:09.340 --> 00:21:14.373
일단 같다는 것에 정의가
되어있어야 돼요.

00:21:14.473 --> 00:21:17.925
2+3은 5라고 하는 것에서

00:21:18.025 --> 00:21:23.391
이 =이라는 등호를 계산하여야,
라는 뜻으로 받아들이시면 안 돼요.

00:21:23.491 --> 00:21:24.734
같다는 뜻입니다.

00:21:24.834 --> 00:21:26.494
2+3과 5가 같다.

00:21:26.594 --> 00:21:28.348
1+4와 5가 같다.

00:21:28.448 --> 00:21:31.270
이렇게 수가 같다는 것의 의미.

00:21:31.370 --> 00:21:33.562
실수에서는 계산해서
같으면 같은 거,

00:21:33.662 --> 00:21:36.299
모양이 똑같으면 같은
거 이렇게 되어있는데

00:21:36.399 --> 00:21:40.403
두 복소수가 같다는 것의 의미가
무엇인가, 라는 것을 정의해주고

00:21:40.503 --> 00:21:42.088
시작하자는 거예요.

00:21:42.188 --> 00:21:44.440
a+bi와 c+di.

00:21:44.540 --> 00:21:47.188
복소수를 나타내는
표준적인 방법으로 쓰려면

00:21:47.288 --> 00:21:49.426
a, b, c, d가 실수여야겠죠?

00:21:49.526 --> 00:21:52.050
실수+실수i, 실수+실수i.

00:21:52.150 --> 00:21:55.869
이렇게 정리되어있는 두 수가
서로 같다는 것의 의미.

00:21:55.969 --> 00:22:00.172
어떻게 같다는 걸 정의하는
게 자연스러울까요?

00:22:00.272 --> 00:22:01.153
생각해보세요.

00:22:01.253 --> 00:22:03.295
무엇이 같으면 같다고
할 수 있을까요?

00:22:03.395 --> 00:22:06.431

양쪽의 모양이 똑같으면 같다고
하는 것을 자연스럽게

00:22:06.531 --> 00:22:08.064
우리가 받아들일 수 있어요.

00:22:08.164 --> 00:22:12.217
즉 a하고 c하고 같고 b하고
d하고 같다고 한다면

00:22:12.317 --> 00:22:15.305
두 복소수가 같다고 하는
것에 이의 있으신 분?

00:22:15.405 --> 00:22:16.301
별로 없죠?

00:22:16.401 --> 00:22:19.092
그냥 당연히 그렇게 되면
모양이 똑같아지는 거니까

00:22:19.192 --> 00:22:22.579
실수부분끼리 같고
허수부분끼리 같다고 한다면

00:22:22.679 --> 00:22:24.413
두 복소수가 같다고
할 수가 있습니다.

00:22:24.513 --> 00:22:29.904
예를 들어서 x, y가 실수일 때
$x+yi$가 $2+3i$다, 라고 한다면

00:22:30.004 --> 00:22:31.881
x가 2고 y가 3이
된다는 거예요.

00:22:31.981 --> 00:22:34.443
그런데 한번 이거 생각해볼까요?

00:22:34.543 --> 00:22:38.354
x, y가 실수가
아니라면 어떨까요?

00:22:39.137 --> 00:22:42.316
우리 아직 복소수 계산하는
것을 본격적으로 보진 않았지만

00:22:42.416 --> 00:22:45.488
만약에 x, y가 실수가
아니라고 한다면

00:22:45.588 --> 00:22:47.181
이렇게 됐을 수도 있어요.

00:22:47.281 --> 00:23:00.470
x가 $2+i$고 y가 2였던 거예요.

00:23:00.570 --> 00:23:05.724
그러면 $x+yi$가 x가
$2+i$고 yi는 $2i$이니까

00:23:05.824 --> 00:23:09.576
이걸 더해서 2+i, 2i랑
문자 계산하듯이 계산하면

00:23:09.676 --> 00:23:12.162
3i가 된다, 라고도
할 수 있거든요.

00:23:12.262 --> 00:23:14.424
그래서 반드시 x가 2, y가 3.

00:23:14.559 --> 00:23:18.340
이렇게 딱딱 실수부분끼리
허수부분끼리 같다고 써주려면

00:23:18.440 --> 00:23:20.817
우리 복소수 나타내는
표준적인 형태예요.

00:23:20.917 --> 00:23:21.933
x, y가 실수.

00:23:22.033 --> 00:23:26.916
(실수)+(실수)*i로 정리되어있는
이 수가 2+3i와 같을 때

00:23:27.016 --> 00:23:29.096
실수부분끼리 같고
허수부분끼리 같고.

00:23:29.196 --> 00:23:32.202
이거를 이 복소수의
실수부분이라고 하지 않습니다.

00:23:32.302 --> 00:23:33.815
이게 실수부분인 거예요.

00:23:33.915 --> 00:23:37.366
실수부분은 (실수)+(실수)*i로
정리되어있을 때

00:23:37.466 --> 00:23:39.741
그 실수부분에 해당하는 것이어서.

00:23:39.841 --> 00:23:41.552
그러면 0과 같다고 하는 것은

00:23:41.652 --> 00:23:45.238
0은 다르게 표현하면
0+0i라고 할 수가 있어요.

00:23:45.338 --> 00:23:48.925
그래서 a가 0이고 b가 0이 되면

00:23:49.025 --> 00:23:51.280
0이 된다고 하는 것으로
정의를 해줍니다.

00:23:51.380 --> 00:23:53.381
이렇게 하자고 약속을

해놓는 거예요.

00:23:53.481 --> 00:23:57.512
그래야지 모든 연산이나 얘네들을
다루는 것이 간단해집니다.

00:23:57.612 --> 00:24:00.170
그래서 실수부분끼리
같고 허수부분끼리 같고

00:24:00.270 --> 00:24:05.778
그런데 0이라는 그 수, 실수는
0+0i의 형태였다고 해석을 한다면

00:24:05.878 --> 00:24:10.537
a가 0이고 b가 0일 때 두 개가
같다고 표현을 해줄 수가 있는 것이죠.

00:24:10.637 --> 00:24:15.495
그리고 복소수 중에서는 이제
켤레복소수라는 것이 생길 거예요.

00:24:15.595 --> 00:24:18.103
뭐냐면, 어떤 복소수 a+bi.

00:24:18.203 --> 00:24:19.850
역시 a, b는 실수여야 되죠?

00:24:19.950 --> 00:24:24.384
이거에 대해서 허수부분의
부호가 다른 복소수.

00:24:24.484 --> 00:24:28.397
a-bi를 켤레복소수라고 부릅니다.

00:24:28.497 --> 00:24:35.179
예를 들어서 1+i의
켤레복소수는 1-i.

00:24:35.279 --> 00:24:37.551
허수부분만 마이너스로
바꾸는 거예요.

00:24:37.651 --> 00:24:40.182
i의 켤레복소수는 뭐가 될까요?

00:24:40.282 --> 00:24:45.961
실수부분은 그대로 0으로 놔두고
허수부분만 마이너스를 붙이니까 -i.

00:24:46.061 --> 00:24:50.496
3의 켤레복소수는, 3이라는
건 3+0i잖아요.

00:24:50.596 --> 00:24:53.093
그러면 켤레복소수는
3-0i가 되겠죠?

00:24:53.193 --> 00:24:54.899
그러면 그대로 그냥 3.

00:24:54.999 --> 00:24:56.591
그대로 3이 나오게 돼요.

00:24:56.691 --> 00:25:00.783
그러니까 실수에서는 켤레복소수라는
걸 쓸 이유가 없었던 거예요.

00:25:00.883 --> 00:25:04.799
그런데 복소수에서는 이렇게
켤레복소수라는 걸 정의를 해주고요.

00:25:04.899 --> 00:25:08.726
이것이 복소수의 연산에서 굉장히
유용하게 쓰이게 돼요.

00:25:08.826 --> 00:25:13.065
잠시 이름이 왜 켤레가 되었는지
한번 생각을 해볼까요?

00:25:13.165 --> 00:25:17.238
우리 켤레라는 건 보통
언제 사용하는 단어인가요?

00:25:17.338 --> 00:25:24.863
장갑 한 켤레, 신발 한
켤레, 양말 한 켤레.

00:25:24.963 --> 00:25:26.194
이런 식으로 쓰죠?

00:25:26.294 --> 00:25:29.395
그런데 젓가락 같은 경우는 젓가락
한 켤레라고 쓰지 않아요.

00:25:29.495 --> 00:25:31.734
한 쌍이라고 하죠?

00:25:31.834 --> 00:25:34.281
쌍이라는 것은 똑같이
생긴 걸 의미하고요.

00:25:34.381 --> 00:25:38.617
켤레, 장갑은 왼쪽, 오른쪽
다르게 생겼는데 대칭적이잖아요.

00:25:38.717 --> 00:25:44.263
이렇게 대칭적인 모양의 짝을 부를
때 켤레라는 단어를 사용해줍니다.

00:25:44.363 --> 00:25:47.082
그래서 얘가 대칭성을
가지고 있는 거예요.

00:25:47.182 --> 00:25:50.464
a+bi가 a-bi가 된다,

00:25:50.564 --> 00:25:54.674
허수부분만 마이너스가 된다고
해서 켤레복소수라고 부르고

00:25:54.774 --> 00:25:58.590

여러분이 기호에 울렁증을
가지고 계실까 봐

00:25:58.690 --> 00:26:02.035
제가 기호를 나중에
말씀드리려고 최대한 미뤘어요.

00:26:02.135 --> 00:26:07.631
1+i의 켤레복소수인
1-i는 1+i에

00:26:07.792 --> 00:26:14.931
이렇게 쭉 막대바를 씌워준 것을
1+i의 켤레복소수라고 해요.

00:26:15.031 --> 00:26:18.124
역시 1-i의
켤레복소수를 구하여라.

00:26:18.224 --> 00:26:22.544
1-i의 바를 붙여주면
되고 1+i가 되죠.

00:26:22.644 --> 00:26:27.506
어떤 복소수 z의
켤레복소수라고 할 때

00:26:27.606 --> 00:26:30.801
이것을 기호로 나타내줄 때는

00:26:30.901 --> 00:26:35.591
z에 바를 씌워서
보통 써주게 됩니다.

00:26:35.691 --> 00:26:37.488
그래서 이게 켤레복소수.

00:26:37.588 --> 00:26:39.669
z가 a+bi.

00:26:39.769 --> 00:26:45.454
a, b가 실수일 때 a+bi였다면
z 바는 a-bi.

00:26:45.554 --> 00:26:48.142
z의 켤레복소수는 a-bi.

00:26:48.242 --> 00:26:53.381
이렇게 허수부분만 부호를 바꾸었다고
나오게 된다는 것이죠.

00:26:53.481 --> 00:26:55.721
여기까지 용어 괜찮으신가요?

00:26:55.821 --> 00:26:58.690
우리 상당히 많은 개념을 봤어요.

00:26:58.790 --> 00:27:02.567
i부터 시작해서 허수
단위가 다시 뭐라고요?

00:27:02.667 --> 00:27:04.639
제곱해서 -1이 되는 것.

00:27:04.739 --> 00:27:09.256
그래서 그 제곱해서 -1이
되는 단위에 실수를 곱했죠.

00:27:09.356 --> 00:27:11.001
실수 곱하기 i.

00:27:11.101 --> 00:27:15.441
순허수인데 거기에 실수 하나를 더
붙인 것이 일반적인 허수가 되고

00:27:15.541 --> 00:27:20.972
a+bi라는 형태가 크게 복소수가
되는데 b가 0일 때는 실수이고

00:27:21.072 --> 00:27:25.104
a+bi에서 그러면 b가 0이
아니라면 허수가 되는 것이고

00:27:25.204 --> 00:27:29.441
그때 b가 0이 아니면서 a가
0이면 순허수가 된다는 것이죠.

00:27:29.541 --> 00:27:32.974
그리고 이렇게 크게 범위가
확장된 복소수에서

00:27:33.074 --> 00:27:38.890
일반적으로 a+bi라는 복소수가
c+di와 같다는 것은 실수부분끼리.

00:27:38.990 --> 00:27:41.811
즉 a랑 c랑 같고
b랑 d랑 같다는 것.

00:27:41.911 --> 00:27:45.511
0이 되는 건 a가 0이고
b가 0이라는 것이고

00:27:45.611 --> 00:27:48.303
켤레복소수라는 걸 지금
새롭게 정의한 거예요.

00:27:48.447 --> 00:27:53.387
a+bi의 켤레복소수가 허수부분만
마이너스로 바뀌었다, 라는 거고요.

00:27:53.487 --> 00:27:57.674
그러면 이 등식을 만족하는
실수 x, y에 대해서

00:27:57.774 --> 00:27:59.804
x^2+y^2의 값.

00:27:59.904 --> 00:28:06.422
얘가 뭔가 복잡하게 나와 있는데
y를 만약 이항을 시킨다면.

00:28:06.522 --> 00:28:14.372
x+y-5 그리고 +2xyi는
0이라는 형태로 정리를 해준다면

00:28:14.472 --> 00:28:21.857
여기 x+y-5를 해준 것이 실수가
돼요, x, y가 실수였으니까.

00:28:21.957 --> 00:28:24.114
2xy도 실수예요.

00:28:24.214 --> 00:28:25.989
그러면 이 식이

00:28:26.089 --> 00:28:31.038
(실수)+(실수)*i는 0이라는
형태로 정리가 되었거든요?

00:28:31.138 --> 00:28:34.805
그러려면 이게 0이고 이게
0이어야 된다는 것이

00:28:34.905 --> 00:28:37.926
어떤 복소수가 0이라는
것의 정의라고 했습니다.

00:28:38.026 --> 00:28:41.246
그렇기 때문에 이거는
식이 하나처럼 보이지만

00:28:41.346 --> 00:28:45.898
사실은 방정식 두 개를
가지고 있었던 식인 거예요.

00:28:45.998 --> 00:28:47.892
x+y가 5가 되고요.

00:28:47.992 --> 00:28:51.634
2xy가 0이 되어야 된다는 거죠.

00:28:51.734 --> 00:28:53.360
여기가 0.

00:28:54.872 --> 00:28:56.744
제가 식을 정리하다 말았죠?

00:28:56.844 --> 00:28:58.514
-6i가 있었죠?

00:28:58.614 --> 00:28:59.554
죄송해요.

00:28:59.654 --> 00:29:04.397
그래서 2xy-6도 있었습니다.

00:29:04.497 --> 00:29:07.222
2xy-6의 i.

00:29:07.322 --> 00:29:13.660
이렇게 되어있어서 여기
다 계산해준 것이 0이 된다.

00:29:13.760 --> 00:29:18.009
이렇게 생긴 수니까 2xy가
6이 되면 되는 거죠,

00:29:18.109 --> 00:29:21.193
여기가 0, 여기가 0이
된다고 한다면.

00:29:21.293 --> 00:29:27.921
그러면 x+y가 5이면서 xy가
3이 되는 상황이에요.

00:29:28.021 --> 00:29:32.625
이때 x^2+y^2은 쉽게
어떻게 구할 수 있었죠?

00:29:32.725 --> 00:29:35.232
xy를 직접 구할 필요가 없었어요.

00:29:35.332 --> 00:29:40.045
x+y를 제곱한 게
x^2+y^2+2xy니까

00:29:40.145 --> 00:29:44.712
거기에서 2xy를 빼내면
x^2+y^2만 남는다고 하는

00:29:44.812 --> 00:29:47.232
곱셈 공식 변형이 가능했었죠.

00:29:47.332 --> 00:29:52.398
25에서 6을 빼주니까 값이
19라고 나오게 되는 것이에요.

00:29:52.498 --> 00:29:55.664
이제 그러면 본격적으로
복소수를 가지고

00:29:55.764 --> 00:29:59.351
연산, 계산을 해보도록 하겠습니다.

00:29:59.451 --> 00:30:01.987
아주 직관적으로 쉽게
생각을 해주시면 돼요.

00:30:02.087 --> 00:30:07.371
내가 수학자였다면 어떻게 계산했을까,
라는 그 방법 그대로 쓰시면 돼요,

00:30:07.471 --> 00:30:08.640
굉장히 자연스럽게.

00:30:08.740 --> 00:30:12.702
a, b, c, d가 실수일
때 일반적인 복소수 나타내는

00:30:12.802 --> 00:30:16.509
a+bi와 c+di를 더하고 뺀다.

00:30:16.609 --> 00:30:21.185

실수부분은 실수부분끼리, 허수부분은
허수부분끼리 계산한다는 거예요.

00:30:21.285 --> 00:30:23.399
마치 i를 문자로 생각하고.

00:30:23.499 --> 00:30:25.969
그야말로 새로운 기호니까
문자인 거예요.

00:30:26.069 --> 00:30:28.281
우리가 무리수 계산도
그렇게 했었잖아요.

00:30:28.381 --> 00:30:34.063
$1+\sqrt{2}$랑 $3+2\sqrt{2}$를 더한다.

00:30:34.163 --> 00:30:35.033
어떻게 했어요?

00:30:35.133 --> 00:30:40.593
유리수끼리 그리고 무리수끼리 계산할
때 $\sqrt{2}$를 마치 문자처럼 생각해서

00:30:40.693 --> 00:30:45.395
$\sqrt{2}$ 앞에 있는 계수 두 개를
더해서 $4+3\sqrt{2}$라고 나왔었죠?

00:30:45.495 --> 00:30:47.862
복소수도 똑같이 계산해줍니다.

00:30:47.962 --> 00:30:51.780
그래서 실수부분은 실수부분끼리,
허수부분은 허수부분끼리.

00:30:51.880 --> 00:30:55.308
3+i와 2-2i를
계산하면 어떻게 되겠어요?

00:30:55.408 --> 00:30:58.291
실수부분끼리 3+2.

00:30:58.391 --> 00:31:04.597
그다음에 허수부분인 1, -2
모아서 i-2i가 되니까

00:31:04.697 --> 00:31:10.574
1-2의 i가 되도록 해서
5-i로 계산이 되는 거예요.

00:31:10.674 --> 00:31:13.785
실수부분끼리, 허수부분끼리
계산을 잘해주시면 되고요.

00:31:13.885 --> 00:31:18.278
곱셈도 마찬가지로 i를 문자처럼
생각하고 전개를 해줘요.

00:31:18.378 --> 00:31:22.897
$1+\sqrt{2}$랑 $2+3\sqrt{2}$
계산하면 어떻게 됐었죠?

00:31:22.997 --> 00:31:26.274
이렇게 분배법칙을 사용했어요.

00:31:26.374 --> 00:31:32.984
그러면 1*2, 그다음에
1*3√2, 2*√2,

00:31:33.084 --> 00:31:39.075
그다음에 √2와 3√2를 곱하면
√2를 제곱한 게 2가 되니까

00:31:39.175 --> 00:31:45.462
3이 6이 된다고 한 다음에
유리수끼리, 무리수끼리 더해서

00:31:45.562 --> 00:31:51.586
계산을 해주었었던 것처럼 여기서도
똑같이 i를 문자처럼 생각하고

00:31:51.686 --> 00:31:57.171
전개한 다음에 대신에 여기서는
√2를 제곱하면 2가 됐었죠?

00:31:57.271 --> 00:32:02.056
그래서 3*2=6을 했는데 여기서는
i를 제곱하면 누가 되죠?

00:32:02.156 --> 00:32:04.074
-1로 바뀌어요.

00:32:04.174 --> 00:32:07.046
i^2이 i의 정의였잖아요.

00:32:07.146 --> 00:32:13.196
i를 제곱하면 -1이 되기 때문에 이렇게
-1로 바꿔서 생각하는 거예요.

00:32:13.296 --> 00:32:18.342
예를 들어서 1+i랑
2-i랑 곱했다고 해봅시다.

00:32:18.442 --> 00:32:21.187
1과 2를 곱하면 2가 나와요.

00:32:21.287 --> 00:32:25.933
그다음에 i 하나 가지고
있는 거 2i와 -i니까

00:32:26.033 --> 00:32:27.869
여기서 (2-1)i.

00:32:27.969 --> 00:32:30.551
2i, -i 나오게 되고요.

00:32:30.651 --> 00:32:38.753
그다음에 i하고 -i를 곱하면 마이너스
있으면서 i의 제곱이 되는 거예요.

00:32:38.853 --> 00:32:46.989
그러면 계산을 해준다면 2+i에

마이너스에 i²이 -1이 된다는 거죠.

00:32:47.089 --> 00:32:53.525
그러면 결과적으로 2+i, 빼기
빼기 1 만나서 +1이 되죠?

00:32:53.625 --> 00:32:56.305
그래서 3+i가 됩니다.

00:32:56.405 --> 00:32:59.175
여기까지 곱셈하는 거 괜찮으시죠?

00:32:59.275 --> 00:33:05.043
i를 문자처럼 생각하고 곱한 다음에
i²이 나오면 누구로 바꾼다고요?

00:33:05.143 --> 00:33:08.504
-1로 바꾼다는 거
조심해서 보시면 되고요.

00:33:08.604 --> 00:33:11.153
이제 나눗셈 보겠습니다.

00:33:11.253 --> 00:33:23.050
나눗셈에서는 예를 들어서 √2+1분의
3이라는 것이 있었어요.

00:33:23.150 --> 00:33:26.908
우리 무리수 계산하는 거랑 비교해보면
좀 쉽게 접근할 수 있어요.

00:33:27.008 --> 00:33:31.316
이거 나눗셈하라고 했으니까
계산이 끝난 건가요?

00:33:31.416 --> 00:33:35.280
유리수에서는 2분의 3,
이러면 계산 끝난 거죠.

00:33:35.380 --> 00:33:39.473
무리수에서는 이렇게 된 것이
계산 끝난 게 아니에요.

00:33:39.573 --> 00:33:43.395
계산이 끝났다고 하는 것은 사실
무리수에서 이 계산을 해줄 때

00:33:43.495 --> 00:33:50.130
유리수와 더하기 유리수 곱하기
√2의 형태로 나오게 되는 것이

00:33:50.230 --> 00:33:51.982
유리수 계산하는 거거든요.

00:33:52.082 --> 00:33:53.158
나눗셈하는 거거든요?

00:33:53.258 --> 00:33:56.019
분모에 이렇게 루트가 들어가는
있는 거 허용하지 않습니다.

00:33:56.119 --> 00:33:57.291
계산이 덜 된 거예요.

00:33:57.391 --> 00:34:02.905
루트는 무조건 분자에, i도
무조건 분자에 들어가야 돼요.

00:34:03.005 --> 00:34:07.536
그래서 이거를 더 계산해줄 때
우리가 분모에 뭘 해줬었죠?

00:34:07.636 --> 00:34:10.433
분모에 유리화라는 걸 해줬고

00:34:10.533 --> 00:34:14.356
그때 사용했던 것이
합차공식이었어요.

00:34:14.456 --> 00:34:19.758
$\sqrt{2}$를 깔끔하게 없애주려면 $\sqrt{2}$가
완전히 제곱이 돼야 되고

00:34:19.858 --> 00:34:22.802
군더더기로 더 나오는
게 없어야 하니까

00:34:22.902 --> 00:34:29.910
분자, 분모에 $\sqrt{2}$-1을 곱해서
$\sqrt{2}$의 제곱-1^2만 나와서

00:34:30.010 --> 00:34:34.536
이렇게 $\sqrt{2}$가 싹 없어지게
식을 정리했었던 거죠.

00:34:34.636 --> 00:34:37.902
그러면 2-1이 되니까
분모가 1이 되면서

00:34:38.002 --> 00:34:41.667
분자가 3$\sqrt{2}$-1로
정리가 됐었습니다.

00:34:41.767 --> 00:34:47.040
그러면 예를 들어서 지금 2-i분의
1+i라는 걸 계산하려고 할 때

00:34:47.140 --> 00:34:50.056
이게 계산의 끝이 아니라는 거예요.

00:34:50.156 --> 00:34:54.682
계산의 끝이 아니고 여기를
유리화시켜줘야 합니다.

00:34:54.782 --> 00:34:57.615
실수화시켜준다고 생각을 하면 돼요.

00:34:57.715 --> 00:35:00.738
그리고 실수화를 시켰을 때
또 무리수가 남아있으면

00:35:00.838 --> 00:35:02.312

어차피 유리화를 해주니까

00:35:02.412 --> 00:35:07.500
실수화, 유리화 한 번에 그냥
제가 유리화라고 표현을 할게요.

00:35:07.600 --> 00:35:09.985
그러면 누가 없어져야 되죠?

00:35:10.085 --> 00:35:13.923
역시 i가 없어져야 되고
i만 없어져야 돼요.

00:35:14.023 --> 00:35:16.901
그러면 뭘 곱할 수 있을까요?

00:35:17.001 --> 00:35:19.926
우리 아까 무리수에서
√2-1에 뭘 곱했죠?

00:35:20.026 --> 00:35:25.535
√2+1을 곱했던 것처럼
여기에 뭘 곱하겠어요?

00:35:25.635 --> 00:35:28.562
2+i를 곱하는 거예요.

00:35:28.662 --> 00:35:33.453
이렇게 써놓고 보니까
둘의 관계가 뭐죠?

00:35:33.553 --> 00:35:35.096
켤레복소수입니다.

00:35:35.196 --> 00:35:39.991
이거의 켤레복소수를 곱해준다고
생각을 하면 돼요.

00:35:40.091 --> 00:35:43.523
이러려고 우리가 켤레복소수라는
걸 중요하게 배운 거예요.

00:35:43.623 --> 00:35:47.616
분모에만 곱하면 안 되고
분자에도 같이 곱해줘야

00:35:47.716 --> 00:35:49.829
원래 식과 같아지게 되죠?

00:35:49.929 --> 00:35:57.116
분자, 분모에 이렇게 곱해서 2-i분의
1+i라는 거 계산해줄 때

00:35:57.216 --> 00:35:58.840
분모를 잘 볼게요.

00:35:58.940 --> 00:36:00.626
뭐가 나오게 돼요?

00:36:00.726 --> 00:36:04.883
2^2에서 $-(i)^2$을 해준 것.

00:36:04.983 --> 00:36:08.057
합차공식을 쓴다면
이게 나오게 되고요.

00:36:08.157 --> 00:36:13.341
분자는 2, 그다음에
실수인 것으로 생각해보면

00:36:13.441 --> 00:36:15.790
i를 제곱한 게 나오게 되죠.

00:36:15.890 --> 00:36:19.931
그래서 2하고 i를 제곱한
게 실수부분이 될 거고

00:36:20.031 --> 00:36:26.033
허수부분은 2i, i가 되니까
(2+1)i가 돼요.

00:36:26.133 --> 00:36:30.715
4이고 -(i)²은 -1입니다.

00:36:30.815 --> 00:36:35.316
4-(-1)이 되어서 결국은
5가 되는 거예요.

00:36:35.416 --> 00:36:40.569
그리고 여기는 2-1 해주면
1이 되고 +3i가 되죠?

00:36:40.669 --> 00:36:42.925
5분의 1+3i.

00:36:43.025 --> 00:36:44.199
이렇게 나오게 되고요.

00:36:44.299 --> 00:36:50.999
예쁘게 결과를 쓴다면 정확하게
(실수)+(실수)*i가 되는

00:36:51.099 --> 00:36:56.227
표준적인 복소수의 형태로
정리해서 써주면 돼요.

00:36:56.327 --> 00:36:58.271
이제 중요한 거 볼게요.

00:36:58.371 --> 00:36:59.863
아까 우리 켤레복소수.

00:36:59.963 --> 00:37:09.261
어떤 z라는 것과 z 바, 라는
두 켤레복소수를 곱한 결과가 어떻게 되느냐,

00:37:09.361 --> 00:37:11.011
a²나오죠?

00:37:11.111 --> 00:37:14.501
그다음에 여기서 -abi 나오죠.

00:37:14.601 --> 00:37:16.523
+abi 나오죠.

00:37:16.623 --> 00:37:19.690
$-b^2$의 i^2이 나옵니다.

00:37:19.790 --> 00:37:21.551
제가 일부러 그냥 다
전개해드렸어요.

00:37:21.651 --> 00:37:24.970
합차 공식 한 번에 쓸 수도
있지만, 더 눈에 잘 보이시라고.

00:37:25.070 --> 00:37:29.858
그러면 a^2에 이거랑 이거는 서로
마이너스, 플러스니까 없어지게 되잖아요.

00:37:29.958 --> 00:37:34.260
$-b^2$에 i^2이 -1이죠.

00:37:34.360 --> 00:37:39.539
그래서 마이너스와 마이너스가
만나면 a^2+b^2이 나옵니다.

00:37:39.639 --> 00:37:42.300
이 결과는 외워두셔도 좋아요.

00:37:42.400 --> 00:37:43.443
그냥 외우세요.

00:37:43.543 --> 00:37:46.088
제가 웬만하면 외우라는 말을
잘 안 하는데 외우세요.

00:37:46.188 --> 00:37:50.879
1+i랑 1-i랑
곱하면 뭐가 되죠?

00:37:50.979 --> 00:37:53.822
a+bi에서 a가 1,
b가 1이었어요.

00:37:53.922 --> 00:37:55.095
a가 1, b가 -1.

00:37:55.245 --> 00:37:56.823
이런 식으로 나오게 되는 거고

00:37:56.923 --> 00:38:00.894
1^2+1^2인 2가 된다는 거예요.

00:38:00.994 --> 00:38:04.479
3+i랑 3-i랑
곱하면 뭐가 되죠?

00:38:04.579 --> 00:38:08.388
9+1이 되면서 10이
되는 거예요.

00:38:08.488 --> 00:38:09.584

8 아닙니다.

00:38:11.811 --> 00:38:14.565
$(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$.

00:38:14.727 --> 00:38:20.854
이거를 해주면 3의 제곱에서 $\sqrt{2}$의
제곱을 빼서 9-2 해서 7이 됐는데

00:38:20.954 --> 00:38:29.676
만약에 $3+\sqrt{2}i$랑
$3-\sqrt{2}i$를 계산한다고 한다면

00:38:29.776 --> 00:38:31.180
이건 뭐가 될까요?

00:38:31.280 --> 00:38:36.064
3의 제곱인 9에 $\sqrt{2}i$를
제곱한 걸 뺐다.

00:38:36.164 --> 00:38:40.859
i의 제곱이 -1이기 때문에 2를
더하게 되어서 11이 된다는 거예요.

00:38:40.959 --> 00:38:45.311
i가 들어가게 된다면 i를
제곱한 게 -1이 되기 때문에

00:38:45.411 --> 00:38:47.316
이렇게 결과가 달라지게 됩니다.

00:38:47.416 --> 00:38:52.743
$a+bi$랑 $a-bi$를 곱한
건 a^2+b^2이 되고

00:38:52.843 --> 00:38:55.630
이거는 항상 무슨 수? 실수.

00:38:55.730 --> 00:38:57.325
i가 쏙 사라졌어요.

00:38:57.425 --> 00:38:59.080
늘 실수가 됩니다.

00:38:59.180 --> 00:39:02.666
그렇기 때문에 우리가 이렇게
켤레 복소수를 곱해서

00:39:02.766 --> 00:39:05.224
유리화를 시켜준다는 것이에요.

00:39:05.324 --> 00:39:07.578
그래서 이거는 일반적으로
쭉 써놓은 건데

00:39:07.678 --> 00:39:09.162
전혀 외우실 필요 없고

00:39:09.262 --> 00:39:14.044
그때그때 켤레복소수를 곱해서
정리한다고 기억하시면 되고요.

00:39:14.144 --> 00:39:16.089
주의해야 될 점, 모든 계산 결과는

00:39:16.189 --> 00:39:20.318
실수부분 더하기 그 허수부분
곱하기 i의 꼴로 나타낸다.

00:39:20.418 --> 00:39:24.595
그러니까 실수부분이라는 것이 결국은
어떤 실수로 나오게 되죠.

00:39:24.695 --> 00:39:26.991
그다음에 더하기 실수*i.

00:39:27.091 --> 00:39:30.925
그래서 이게 실수부분인 거고
이 실수가 허수부분인 거고

00:39:31.025 --> 00:39:32.906
이런 식으로 나타내줘야 된다.

00:39:33.006 --> 00:39:34.364
그게 표준적인 형태다.

00:39:34.464 --> 00:39:38.689
예를 들어서 i분의 2가 계산이
끝난 게 아니라는 거예요.

00:39:38.789 --> 00:39:40.911
i는 분모에 있으면 안 됩니다.

00:39:41.011 --> 00:39:43.449
분자에 있어야지만 계산이
끝난 게 되어서

00:39:43.549 --> 00:39:47.295
분자, 분모에 -i를
곱하든 i를 곱하든 해서

00:39:47.395 --> 00:39:52.286
-2i가 되는 것으로 정리를 해줘야
우리가 계산했다고 보는 거예요.

00:39:52.386 --> 00:39:56.430
여기서 참고로 켤레복소수의 성질
하나만 알려드리고 갈게요.

00:39:56.530 --> 00:39:59.692
어떤 복소수 두 개를 더했어요.

00:39:59.792 --> 00:40:01.398
그다음에 켤레를 취한 것과

00:40:01.498 --> 00:40:05.652
각각의 켤레복소수를 더해준 것의
결과가 똑같다는 거거든요.

00:40:05.752 --> 00:40:12.491
예를 들어서 1+i와 2+3i를 더한
다음에 켤레를 취했다고 생각해볼게요.

00:40:12.591 --> 00:40:16.576
3+4i의 켤레복소수니까
3-4i가 됩니다.

00:40:16.676 --> 00:40:20.129
그런데 각각의 켤레복소수를
더했다고 생각해보면

00:40:20.229 --> 00:40:23.234
1+i의 켤레복소수는 1-i죠?

00:40:23.334 --> 00:40:26.445
2+3i의 켤레복소수는 2-3i죠.

00:40:26.545 --> 00:40:29.689
그러면 3-4i가 되는데
결과가 같아요.

00:40:29.789 --> 00:40:34.224
켤레를 취하기 전에
계산하고 켤레를 취한 것과

00:40:34.324 --> 00:40:37.510
켤레를 취해서 계산하는
것이 똑같다는 거예요.

00:40:37.610 --> 00:40:39.809
덧셈에 대해서만
성립하는 것이 아니라

00:40:39.909 --> 00:40:43.347
뺄셈, 곱셈, 나눗셈에
대해서 다 성립하고요.

00:40:43.447 --> 00:40:46.169
여러분이 이렇게 예를
들어서 확인해보거나

00:40:46.269 --> 00:40:48.893
일반적으로 한 복소수를 a+bi.

00:40:48.993 --> 00:40:52.565
다른 걸 c+di로 놓고
일일이 다 계산해보면

00:40:52.665 --> 00:40:56.434
양쪽 계산했을 때 똑같구나,
라는 거 보실 수 있어요.

00:40:56.534 --> 00:40:59.140
그러면 이거 계산
한번 해보겠습니다.

00:40:59.240 --> 00:41:01.520
i랑 i+1을 곱했어요.

00:41:01.663 --> 00:41:05.388
그러면 i^2+i가 나오고요.

00:41:05.488 --> 00:41:07.900

이건 계산 완료된 거
아니라고 했어요.

00:41:08.000 --> 00:41:10.688
분모에 i가 있으면 안 됩니다.

00:41:10.788 --> 00:41:15.052
그래서 여기다 i에 켤레복소수인
-i를 곱해볼까요?

00:41:15.152 --> 00:41:19.399
나는 i를 곱하는 게 더 편하다
그러면 i를 곱하셔도 돼요.

00:41:19.499 --> 00:41:24.347
그러면 i^2이 -1이고
이거는 i고요.

00:41:24.447 --> 00:41:29.052
이거는 이렇게 i랑 -i를 곱하는
순간 분모는 그냥 1이 돼요.

00:41:29.152 --> 00:41:31.473
그러면서 -i만 남게 되니까

00:41:31.573 --> 00:41:35.443
이거랑 이거랑 계산이 돼서
없어지고 -1만 남게 되죠?

00:41:35.543 --> 00:41:38.101
그래서 이렇게 -1로
계산이 되고요.

00:41:38.201 --> 00:41:43.819
이거는 3-i에 1-i라는
것이 분모에 있었으니까

00:41:43.919 --> 00:41:45.969
이거의 켤레복소수를 또 곱하죠?

00:41:46.069 --> 00:41:49.002
분자, 분모에
켤레복소수를 곱했을 때

00:41:49.102 --> 00:41:53.108
1-i와 1+i를 곱한
것은 뭐가 된다고요?

00:41:53.208 --> 00:41:55.830
1+1인 2가 된다는 거예요.

00:41:55.930 --> 00:42:05.477
2분의 2에 1+i니까 2와 2가 약분되면서
3-i와 1+i를 더하게 되죠?

00:42:05.577 --> 00:42:11.835
3과 1을 더해서 4, -i와 i를
더해서 없어지게 되니까 4만 남습니다.

00:42:11.935 --> 00:42:14.028
여기 문자가 잘렸네요.

00:42:14.128 --> 00:42:15.146
여기다 써드릴게요.

00:42:15.246 --> 00:42:19.694
1+i와 1-i분의
1을 곱하고 있어요.

00:42:19.794 --> 00:42:23.490
-i분의 1이라는
것이 기분이 나빠요.

00:42:23.590 --> 00:42:27.446
분자, 분모에 -i를
또 곱해볼까요?

00:42:27.546 --> 00:42:31.718
-i, -i를 곱했다면
이게 1되죠?

00:42:31.818 --> 00:42:37.131
-i와 마이너스가
만나서 +i가 되어서

00:42:37.231 --> 00:42:44.489
1+i의 제곱인데 1+i의 제곱,
1-i의 제곱은 되게 재미있는 수예요.

00:42:44.589 --> 00:42:45.880
제곱해볼까요?

00:42:45.980 --> 00:42:48.219
1^2 더하기 곱셈 공식도

00:42:48.319 --> 00:42:51.521
그대로 i를 문자처럼
생각하고 쓸 수 있거든요?

00:42:51.621 --> 00:42:54.440
둘 곱한 것의 두 배한 거 2i.

00:42:54.540 --> 00:42:57.491
i를 제곱하면 -1이죠.

00:42:57.591 --> 00:42:58.484
없어져요.

00:42:58.584 --> 00:42:59.758
2i만 남습니다.

00:42:59.858 --> 00:43:02.751
1+i를 제곱했더니
순허수가 나왔어요.

00:43:02.851 --> 00:43:05.500
이렇게 2i로 똑떨어지게
나오게 되고

00:43:05.600 --> 00:43:09.512
이런 성질을 이용해서 1+i를
가지고 재미있는 계산하는 문제들이

00:43:09.612 --> 00:43:12.294
우리 개념 확인 문제에서
같이 한번 보게 될 거예요.

00:43:12.394 --> 00:43:17.877
이번에 α가 3+i고
β가 1-2i인데

00:43:17.977 --> 00:43:23.023
여기서 α 빼기 β와
α의 켤레복소수 빼기

00:43:23.123 --> 00:43:26.485
β의 켤레복소수를 곱한
걸 구하라고 했거든요?

00:43:26.585 --> 00:43:32.987
α가 3+i, β가
1-2i니까 둘을 뺀다면

00:43:33.087 --> 00:43:38.294
3+i에서 1-2i를 빼게 되죠.

00:43:38.394 --> 00:43:44.756
그러면 3-1과 i-(-2i)
이걸 계산하게 되니까

00:43:44.856 --> 00:43:47.295
2+3i가 나오게 돼요.

00:43:47.395 --> 00:43:50.361
이게 α-β거든요.

00:43:50.461 --> 00:43:51.623
2+3i.

00:43:51.723 --> 00:43:54.940
그러면 이걸 계산하기 위해서는

00:43:55.040 --> 00:43:59.633
α의 켤레복소수와 β의
켤레복소수를 각각 구한 다음에

00:43:59.733 --> 00:44:04.241
또 뺄셈을 이런 식으로
쭉 계산해야 될까요?

00:44:04.341 --> 00:44:06.446
그렇게 하지 않습니다.

00:44:06.546 --> 00:44:10.126
방금 제가 참고로 알아두세요,
라고 했었던 성질 있었죠?

00:44:10.226 --> 00:44:14.181
α 빼기 β의 켤레를 취한 것과

00:44:14.281 --> 00:44:18.767
각각의 켤레복소수끼리 뺀
것이 똑같다는 거예요.

00:44:18.867 --> 00:44:22.270
그런데 지금 α 빼기
β가 뭐가 나왔어요?

00:44:22.370 --> 00:44:24.257
2+3i가 나왔죠?

00:44:24.357 --> 00:44:28.666
그러면 여기에 켤레복소수를
씌운 건 2-3i가 되는데

00:44:28.766 --> 00:44:31.816
이게 결국은 문제에서 찾으라고 하는

00:44:31.916 --> 00:44:36.023
α의 켤레복소수 빼기 β의
켤레복소수와 같은 것이니까

00:44:36.123 --> 00:44:39.055
그냥 얘네끼리 켤레가 되는 거예요.

00:44:39.155 --> 00:44:44.239
이거를 구하라는 것과 그냥 이거를
구하라는 것이 똑같다는 것입니다.

00:44:44.339 --> 00:44:47.085
계산해보면 당연히 똑같고 아까
그 성질로 볼 수 있고.

00:44:47.185 --> 00:44:51.929
그러면 켤레복소수끼리의 곱이기
때문에 2^2+3^2해서

00:44:52.029 --> 00:44:56.264
4+9, 값은 13으로
나오게 된다.

00:44:56.364 --> 00:44:59.613
아주 비교적 쉽게 계산을
해줄 수가 있어요.

00:44:59.713 --> 00:45:03.583
그래서 답은 2번으로 이
문제 나오게 되고요.

00:45:03.683 --> 00:45:08.184
그러면 이제 복소수 계산
능숙하게 할 수 있게

00:45:08.284 --> 00:45:13.298
몇 개 식을 적어놓고
친구들이랑 바꿔가면서

00:45:13.398 --> 00:45:15.247
계산을 해보는 연습을
해도 좋아요.

00:45:15.347 --> 00:45:17.699
그래서 맞는지 서로 채점도 해주고

00:45:17.799 --> 00:45:20.980
더 많이 맞은 사람이
아이스크림 얻어먹기도 하고

00:45:21.080 --> 00:45:23.346
그런 것들 하면 좀 재미있겠죠?

00:45:23.446 --> 00:45:26.936
그래서 어느 정도 복소수의
계산에 익숙해졌다면

00:45:27.036 --> 00:45:30.082
복소수를 이렇게 정의했으니까

00:45:30.182 --> 00:45:34.021
특히 그 순허수라는
거를 사용을 잘해준다면

00:45:34.121 --> 00:45:39.883
우리가 제곱근을 음수의 제곱근까지도
정의해줄 수가 있습니다.

00:45:39.983 --> 00:45:43.848
음수는 제곱근이 없는 줄
알았는데 제곱근이 있다는 거고

00:45:43.948 --> 00:45:47.040
그래서 우리가 처음에
제가 문제 제기했던 거.

00:45:47.140 --> 00:45:51.290
2차 방정식에서 루트
속이 음수가 될 때

00:45:51.390 --> 00:45:54.622
이런 수 존재하지 않는다,
해가 없다고 했었는데

00:45:54.722 --> 00:45:58.169
그 음수의 제곱근도 존재한다는
걸 알게 되는 순간

00:45:58.269 --> 00:46:01.749
모든 2차 방정식의 해를 구할
수가 있게 되는 거예요.

00:46:01.849 --> 00:46:04.261
i를 이용해서 정의해주면 됩니다.

00:46:04.361 --> 00:46:07.435
어떻게 정의되는지 순서를
한번 따라가 볼게요.

00:46:07.535 --> 00:46:09.603
일단 음수의 제곱근이란 무엇인가.

00:46:09.703 --> 00:46:16.303
우리 제곱근이라고 할 때는 a의
제곱근이다, 라고 하면 뭐죠?

00:46:16.403 --> 00:46:22.215

a의 제곱근을 x라고 한다면 x를
제곱해서 a가 되는 수를 의미해요.

00:46:22.315 --> 00:46:26.580
그래서 x가 $\pm\sqrt{a}$가
된다고 했었습니다.

00:46:26.680 --> 00:46:31.263
a가 0보다 클 때라는 것이
지금까지 봤었던 부분이죠,

00:46:31.363 --> 00:46:34.182
실수에서 제곱근을 정리한다면.

00:46:34.282 --> 00:46:37.689
혹시 참고로 이거랑
구분해서 알아두실 것이

00:46:37.789 --> 00:46:41.357
제곱근 a라고 하면 이건 뭐죠?

00:46:41.457 --> 00:46:43.938
얘는 $\sqrt{a}$라는 거를 의미해요.

00:46:44.038 --> 00:46:48.041
읽는 방법이 제가 루트 a라고
보통 선생님들이 다 그렇게 읽죠.

00:46:48.141 --> 00:46:51.575
교과서에도 루트 a라고
읽기도 한다고 나오지만

00:46:51.675 --> 00:46:55.265
우리 말로는 이거를
제곱근 a라고 읽어요.

00:46:55.365 --> 00:46:57.464
이거는 a의 제곱근이에요.

00:46:57.564 --> 00:47:01.402
a의 제곱근은 $\pm a$
두 개가 나올 수 있고

00:47:01.502 --> 00:47:04.363
제곱근 a라고 하면 $\sqrt{a}$예요.

00:47:04.463 --> 00:47:06.844
그러면 이거는 어떻게 읽을까요?

00:47:06.944 --> 00:47:11.060
얘는 음의 제곱근 a라고 읽어요.

00:47:11.160 --> 00:47:13.077
마이너스 제곱근 a 아니에요.

00:47:13.177 --> 00:47:16.789
사실 우리가 이거를
마이너스라고 읽긴 하지만

00:47:16.889 --> 00:47:20.155
미국 학교에 가면 얘를 마이너스

루트 a라고 읽지 않고

00:47:20.255 --> 00:47:22.173
네거티브 루트 a라고 읽어요.

00:47:22.273 --> 00:47:25.499
마이너스는 계산의 의미,
빼라는 의미를 가지고 있고

00:47:25.599 --> 00:47:29.194
음수를 나타내는 건 네거티브라는
그런 표현을 써줍니다.

00:47:29.294 --> 00:47:33.472
우리 말로는 그냥 영어로 다 대충
읽다 보니까 마이너스라고 읽는데

00:47:33.572 --> 00:47:35.086
음의 제곱근.

00:47:35.186 --> 00:47:39.486
이 제곱근 a라는 것은 '양의'라는
건 생략하고 쓰는 거예요.

00:47:39.586 --> 00:47:41.597
굳이 플러스를 읽지 않은 거죠.

00:47:41.697 --> 00:47:46.501
제곱근 a, 양수 제곱근 a,
음의 제곱근 a는 $-\sqrt{a}$.

00:47:46.601 --> 00:47:50.396
a의 제곱근이다, 라고 하면 제곱해서
a가 되는 모든 수를 생각하니까

00:47:50.525 --> 00:47:52.334
$\pm\sqrt{a}$가 되고요.

00:47:52.434 --> 00:47:54.755
지금까지 이게 중학교에서
공부했던 거고요.

00:47:54.855 --> 00:47:58.403
그런데 이걸 확장해서 음수의
제곱근도 찾아보자는 거예요.

00:47:58.503 --> 00:48:02.758
그냥 a라고 하면 여러분이 음수로
잘 안 보이실 수 있으니까

00:48:02.858 --> 00:48:04.034
a를 0보다 큰 수.

00:48:04.134 --> 00:48:09.459
지금까지처럼 a를 0보다 큰 수로
보고 마이너스를 붙여볼게요.

00:48:09.559 --> 00:48:12.581
그러면 -a는 음수죠?

00:48:12.681 --> 00:48:17.956

a가 양수였으니까 거기에 마이너스를
붙여주면 음수가 됩니다.

00:48:18.056 --> 00:48:19.598
마이너스 a의 제곱근.

00:48:19.698 --> 00:48:21.637
미국에서는 이렇게 안
읽는다는 거예요.

00:48:21.737 --> 00:48:27.110
네거티브 a의 제곱근은 어떤
방정식의 근이 될까요?

00:48:27.210 --> 00:48:29.306
a의 제곱근을 구하려고 할 때

00:48:29.406 --> 00:48:32.877
x^2은 a가 되도록 하는
그런 x를 구한다고 했죠.

00:48:32.977 --> 00:48:38.840
마찬가지로 x^2은 이번에는 -a의
제곱근을 찾으려고 하는 것이니까

00:48:38.940 --> 00:48:43.840
x^2이 -a가 되도록 하는 것의
근이다, 라고 할 수가 있어요.

00:48:43.940 --> 00:48:49.087
그러면 근이라는 건 대입해서
성립하도록 하는 값인 거잖아요.

00:48:49.187 --> 00:48:55.866
무엇을 제곱해야 네거티브
a가 될 것인가 그런 생각을 해본다면.

00:48:55.966 --> 00:48:59.859
그런데 내가 방금 i를
배웠다는 거예요.

00:48:59.959 --> 00:49:04.261
√ai라는 걸 제곱해보고
싶다는 거죠.

00:49:04.361 --> 00:49:10.870
√ai라는 거를 제곱 해보니까
우리 문자 계산하듯이 계산한다면

00:49:10.970 --> 00:49:16.806
√a를 제곱해서 a가 되고 i를
제곱한 거랑 곱해지게 되는데

00:49:16.906 --> 00:49:19.491
i^2이 어떤 수였다고요?

00:49:19.591 --> 00:49:21.911
-1, 네거티브 1이라고요.

00:49:22.011 --> 00:49:24.709
그러니까 -a가 된다고

할 수 있습니다.

00:49:24.809 --> 00:49:30.077
√ai를 제곱하면
ai^2이 되어서 -a.

00:49:30.177 --> 00:49:35.159
마찬가지로 -√ai를 제곱해도

00:49:35.259 --> 00:49:37.735
제곱하면 마이너스 없어지게 되죠?

00:49:37.835 --> 00:49:40.954
√a를 제곱한 게 a고
i의 제곱과 만나게 되고

00:49:41.054 --> 00:49:45.620
i의 제곱은 역시 -1이니까
-a가 된다는 거예요.

00:49:45.720 --> 00:49:49.490
그렇기 때문에 -a의
제곱근이 누가 되느냐,

00:49:49.590 --> 00:49:55.437
이렇게 찾아보니까 √ai와
-√ai가 되어서

00:49:55.537 --> 00:49:57.081
음수의 제곱근.

00:49:57.181 --> 00:50:02.972
여기 근호 속에 음수라는 것이
들어간 이 음수의 제곱근을

00:50:03.072 --> 00:50:08.501
√ai로 나타내기로
한다는 것입니다.

00:50:08.601 --> 00:50:09.879
뭔지 이해가 되시나요?

00:50:09.979 --> 00:50:14.120
이거를 읽어보면 당연히 그래,
라고 생각할 수도 있겠지만

00:50:14.220 --> 00:50:15.886
마음속 깊이 이해를 하세요.

00:50:15.986 --> 00:50:17.818
혹시 a가 어려웠다면

00:50:17.918 --> 00:50:21.127
제가 구체적으로 수로 다시
설명을 해드려 볼까요?

00:50:21.227 --> 00:50:25.057
-2의 제곱근을 찾자는 거예요.

00:50:25.157 --> 00:50:27.635
이 -2의 제곱근이라는 것은

00:50:27.735 --> 00:50:34.685
x를 제곱했을 때 제곱근
x라고 표현을 해본다면

00:50:34.785 --> 00:50:40.084
제곱근 x는 x^2해서 -2가
되도록 하는 것의 해가 되는데

00:50:40.184 --> 00:50:43.694
2차 방정식이니까 해가
두 개가 나올 거라는 거죠.

00:50:43.794 --> 00:50:48.380
그런데 $\sqrt{2}i$를
제곱해보니까 -2가 나오고

00:50:48.480 --> 00:50:52.235
$-\sqrt{2}i$를 제곱해도 -2가 나오니까

00:50:52.335 --> 00:51:02.551
따라서 $\sqrt{2}i$와 $-\sqrt{2}i$는
$x^2=-2$라는 것에 해가 되는데

00:51:02.651 --> 00:51:05.847
이 해가 의미하는
것이 무엇이었다고요?

00:51:05.947 --> 00:51:08.767
-2의 제곱근 x를 기호로.

00:51:08.867 --> 00:51:12.129
지금까지 표현하던 대로
기호로 표현해준다면

00:51:12.229 --> 00:51:16.605
$\pm\sqrt{-2}$가 될 거라는 거죠.

00:51:16.705 --> 00:51:20.786
그런데 그것이 이런 허수단위를
이용한 수로 나타내지는 것이니까

00:51:20.886 --> 00:51:27.759
따라서 중요한 결론은 $\sqrt{2}i$를
$\sqrt{-2}$라고 생각할 수 있고

00:51:27.859 --> 00:51:34.041
$-\sqrt{2}i$를 $-\sqrt{-2}$라고 쓸
수가 있다는 거예요.

00:51:34.141 --> 00:51:38.970
근호 속에 음수가 되는 것도
수이다, 라고 나오게 된다는 거죠.

00:51:39.070 --> 00:51:41.343
$\sqrt{-3}$은 뭐가 되겠어요?

00:51:41.443 --> 00:51:44.221
$\sqrt{3}i$와 같은 수라는 거예요.

00:51:44.321 --> 00:51:45.244

얘는 무슨 수?

00:51:45.344 --> 00:51:53.349
순허수와 같은 그런 수이고 음수
-3의 한 제곱근이 된다는 거죠.

00:51:53.449 --> 00:51:57.838
앞에 마이너스까지 붙어있는 것
두 개를 생각해보면 두 제곱근인 거고

00:51:57.938 --> 00:52:02.132
그러면 -3이라는 것에
한 제곱근이 된다고 되어서

00:52:02.232 --> 00:52:13.791
근호 속에 음수가
있는 것도 수이다.

00:52:14.964 --> 00:52:19.393
그래서 우리가 뭔가 방정식의
해를 다 찾을 수가 있다고 해서

00:52:19.493 --> 00:52:22.854
아주 기쁜 역사적인 그런
일이 벌어지게 된 것입니다.

00:52:22.954 --> 00:52:26.386
근호 속에 음수가 있어도
음수의 제곱근이라고 하는데

00:52:26.486 --> 00:52:29.265
그 음수의 제곱근도
순허수로 정의가 되니까

00:52:29.365 --> 00:52:31.718
그리고 그런 건 앞에서
다 수라고 했어요.

00:52:31.818 --> 00:52:35.359
서로 같다는 것도 정의되고
계산도 가능한 그런 수니까

00:52:35.459 --> 00:52:37.899
우리가 이제 받아들일 수
있는 어떤 수가 된 거야,

00:52:37.999 --> 00:52:42.055
방정식의 해를 다 찾을 수 있어,
라고 그렇게 나오게 됐다는 거죠.

00:52:42.155 --> 00:52:48.420
√-7은 뭐랑 같죠? √7i.

00:52:48.520 --> 00:52:52.168
√-4는 뭐와 같죠? 2i.

00:52:52.268 --> 00:52:55.804
이런 거랑 같은 수로 인정할
수 있다는 것이 되고요.

00:52:55.904 --> 00:52:59.335

그러면 음수의 제곱근을
가지고 계산을 해볼게요.

00:52:59.435 --> 00:53:01.891
만약에 a가 3이고 b가 5일 때.

00:53:01.991 --> 00:53:04.680
예를 들어서 √3√5를 한다.

00:53:04.780 --> 00:53:10.308
둘을 곱한다면 √15가 된다고
중학교 때 배웠어요.

00:53:10.408 --> 00:53:13.020
√3 나누기 √5를 했다.

00:53:13.120 --> 00:53:17.465
√5분의 3과 같다고
중학교 때 배웠습니다.

00:53:17.565 --> 00:53:22.059
그런데 여기 √3과
√-5를 계산하면

00:53:22.159 --> 00:53:24.006
어떻게 될까, 라는
걸 생각해볼게요.

00:53:24.106 --> 00:53:27.064
이러면 이걸 계산하려면 음수의
제곱근을 가지고 계산하는 건

00:53:27.164 --> 00:53:28.590
우리가 배우지 않았으니까

00:53:28.690 --> 00:53:31.307
이걸 계산하려면 복소수로
가지고 와서 계산해야겠죠.

00:53:31.407 --> 00:53:33.593
복소수의 계산은 우리가
조금 전에 정리했기 때문에

00:53:33.693 --> 00:53:37.030
√-5는 어떤 복소수와 같다고요?

00:53:37.130 --> 00:53:38.755
√5i와 같습니다.

00:53:38.855 --> 00:53:41.849
그러면 √3과 √5는 서로
계산할 수 있는 수죠?

00:53:41.949 --> 00:53:44.021
중학교 때 배웠던 이
사실을 이용해서.

00:53:44.121 --> 00:53:46.086
√15i가 되는데요.

00:53:46.186 --> 00:53:49.693

i를 다시 집어넣으면
√-15라고 할 수 있어요.

00:53:49.793 --> 00:53:54.643
3과 -5를 그냥 속에서 곱한
-15가 나오게 되는 것이 맞네요.

00:53:54.743 --> 00:53:57.749
그래서 √a, b를 계산했을 때

00:53:57.849 --> 00:54:01.618
a가 0보다 크고 b가 0보다
큰 상황이라고 한다면

00:54:01.718 --> 00:54:04.445
그냥 √ab가 된다고
할 수 있어요.

00:54:04.545 --> 00:54:07.987
a가 이것처럼 0보다
크고 b가 0보다 작아도

00:54:08.087 --> 00:54:10.777
√ab가 된다고 할 수가 있습니다.

00:54:10.877 --> 00:54:15.961
이제 a가 0보다 작고 b가 0보다
큰 상황에 대해서 생각을 해보면

00:54:16.061 --> 00:54:18.789
√-3과 √5를 곱하는 거죠.

00:54:18.889 --> 00:54:22.858
√-3은 √3i와
같고 √5와 같은데

00:54:22.958 --> 00:54:28.065
√3과 √5는 둘 다 속이 양수이니까
중학교 때 계산하던 방식으로

00:54:28.165 --> 00:54:30.509
√15가 되고 거기에 i를 붙이는데

00:54:30.609 --> 00:54:32.149
이 수는 누구랑 같다고요?

00:54:32.249 --> 00:54:34.477
√-15랑 같습니다.

00:54:34.577 --> 00:54:39.226
그러면 -3과 5를 그냥 루트 속에서
계산한 것과 같아지기 때문에

00:54:39.326 --> 00:54:42.598
역시 √ab가 된다고
말할 수가 있죠.

00:54:42.698 --> 00:54:43.941
이거 왜 하고 있을까요?

00:54:44.041 --> 00:54:46.767

뭔가 이렇게 나오지 않는
것이 있기 때문이겠죠?

00:54:46.867 --> 00:54:49.614
a가 0보다 작고 b가
0보다 작다고 해볼게요.

00:54:49.714 --> 00:54:52.944
√-3과 √-5를 곱했습니다.

00:54:53.044 --> 00:54:56.919
√3i와 √5i를 곱하게 돼요.

00:54:57.019 --> 00:55:00.329
√3과 √5는 곱해서
√15가 되고요.

00:55:00.429 --> 00:55:03.036
i랑 i를 곱하면 뭐가 되죠?

00:55:03.136 --> 00:55:04.497
마이너스가 돼요.

00:55:04.597 --> 00:55:09.067
곱하기 -1이 나오면서
얘는 -√15가 됩니다.

00:55:09.167 --> 00:55:14.584
그런데 얘는 마이너스에, 속에서
15라는 것은 -3과 -5를 곱한 것이

00:55:14.684 --> 00:55:17.241
음수 두 개 곱하면 15가
되는 거 맞잖아요.

00:55:17.341 --> 00:55:21.425
그렇게 곱한 것에다 마이너스가
튀어나온 형태가 되었어요.

00:55:21.525 --> 00:55:27.554
그렇기 때문에 여기는
-√ab라는 것으로

00:55:27.654 --> 00:55:32.970
마이너스가 이렇게 앞으로 튀어나온
모양으로 곱이 나오게 되는 거예요.

00:55:33.070 --> 00:55:37.216
다른 때는 안 그러는데 둘 다
음수인 제곱근 두 개를 곱했다.

00:55:37.316 --> 00:55:42.474
-√ab와 같아진다는 것을

00:55:42.574 --> 00:55:44.295
복소수로 바꿔서 계산하면 편한데

00:55:44.395 --> 00:55:48.375
꼭 이렇게 마이너스가 언제 나오냐고
묻는 문제가 꼭 나옵니다.

00:55:48.475 --> 00:55:49.501
많이 나와요.

00:55:49.601 --> 00:55:51.882
나중에 고3 이런 데
가서도 나와요.

00:55:51.982 --> 00:55:54.397
그래서 제가 한 번
정리해드리는 거고요.

00:55:54.497 --> 00:55:56.304
이것도 마찬가지로 해볼게요.

00:55:56.404 --> 00:55:57.714
여러분이 먼저 해보세요.

00:55:57.814 --> 00:56:00.611
만약에 b가 -5였다.

00:56:00.711 --> 00:56:04.612
√-5분의 √3을 계산한다고 하면

00:56:04.712 --> 00:56:09.268
얘를 밖으로 꺼냈을 때
√5i분의 √3이 되죠?

00:56:09.368 --> 00:56:13.605
그러면 이거는 √5분의 3에
i분의 1을 곱한 거예요.

00:56:13.705 --> 00:56:15.733
그런데 i분의 1이라는 것은,

00:56:15.833 --> 00:56:18.496
i라는 건 분자에
있어야 된다고 했죠.

00:56:18.596 --> 00:56:24.916
분자, 분모에 -i를 곱해서
식을 정리를 해주게 된다면,

00:56:25.016 --> 00:56:30.990
유리화를 해준다면 분모는 켤레복소수
곱했으니까 1이 되고요.

00:56:31.090 --> 00:56:33.620
분자가 -i가 되죠.

00:56:33.720 --> 00:56:37.694
-√5분의 3에 i가 나오게 돼요.

00:56:37.794 --> 00:56:42.563
그러면 i를 다시 음수의
제곱근으로 바꿔서 표현했을 때

00:56:42.663 --> 00:56:45.228
-5분의 3이 되고요.

00:56:45.328 --> 00:56:49.158
이것은 -√-5분의 3.

00:56:49.258 --> 00:56:53.021
여기 속에서는 마이너스가 여기
붙어있든 위에 붙어있든 아래 붙어있든

00:56:53.121 --> 00:56:54.039
다 똑같은 수죠?

00:56:54.139 --> 00:56:57.776
이런 식으로 되면서 마이너스가
튀어나오게 됩니다.

00:56:57.876 --> 00:57:01.461
√b분의 √a한 게 이
경우에는 그냥 b분의 a였는데

00:57:01.561 --> 00:57:05.731
이때는 -b분의 a가 되는 거예요.

00:57:05.831 --> 00:57:12.330
이 경우에 이렇게 마이너스가
튀어나오게 되는 것이고요.

00:57:12.430 --> 00:57:15.392
이번에는 분자에 마이너스가 있고

00:57:15.492 --> 00:57:17.933
분모에 플러스가 있는 경우.

00:57:18.033 --> 00:57:19.893
여기 이제 좀 지저분해졌으니까

00:57:19.993 --> 00:57:23.555
여기다 크게 정리를
해서 써드려 볼게요.

00:57:23.655 --> 00:57:26.380
√-3 나누기 √5를 했다.

00:57:26.480 --> 00:57:29.342
그러면 √5분의 √3i가 돼요.

00:57:29.442 --> 00:57:32.275
그러면 이거 두 개는
양수니까 √5분의 3이고

00:57:32.375 --> 00:57:35.375
곱하기 분자에 있는
상태니까 i가 되죠?

00:57:35.475 --> 00:57:38.732
i를 다시 음수의 제곱근을
이용해서 표현을 해보면

00:57:38.832 --> 00:57:40.815
-5분의 3이 되죠.

00:57:40.915 --> 00:57:46.639
그런데 이것은 √5분의 -3
계산한 거랑 똑같아요.

00:57:46.739 --> 00:57:52.424
이렇게 분자만 음수일 경우는
√b분의 √a를 해준 것이

00:57:52.524 --> 00:57:56.400
그냥 √b분의 a와
같아지게 되고요.

00:57:56.500 --> 00:57:58.873
둘 다 음수였다고 해볼까요?

00:57:58.973 --> 00:58:03.523
둘 다 음수였으면 √5i분의
√3i가 되는데

00:58:03.623 --> 00:58:07.975
i랑 i가 약분되면서 그냥
√5분의 3이 되는데

00:58:08.075 --> 00:58:11.503
이것은 -5분의 -3
한 거랑 똑같죠.

00:58:11.603 --> 00:58:14.237
어차피 분자, 분모에 마이너스,
마이너스했다고 생각해보면.

00:58:14.337 --> 00:58:19.351
그래서 √b분의 √a가
√b분의 a가 됩니다.

00:58:19.451 --> 00:58:22.452
그래서 결론적으로
정리를 해드려 본다면

00:58:22.552 --> 00:58:27.239
여기서 이 다른 경우에는
그냥 √b분의 a가 되고

00:58:27.339 --> 00:58:29.206
마이너스가 튀어나오는 경우는

00:58:29.306 --> 00:58:33.877
분자가 음수, 분모가
양수인 경우가 됩니다.

00:58:33.977 --> 00:58:35.633
그래서 둘을 곱한 거.

00:58:35.733 --> 00:58:39.072
둘 다 음, 음일 때
마이너스가 나와요.

00:58:39.172 --> 00:58:40.123
나눈 것.

00:58:40.223 --> 00:58:44.540
여기 속이 음이고 여기가 양일 때
마이너스가 나오게 되는 거예요.

00:58:44.640 --> 00:58:48.085

그래서 이제 문제에
나와서 계산하는 건

00:58:48.185 --> 00:58:50.997
여러분, 복소수로 반드시
바꿔서 계산하세요.

00:58:51.097 --> 00:58:52.480
안 그러면 너무 헷갈리거든요.

00:58:52.580 --> 00:58:57.313
이거는 그냥 앞에 표 이해하시고
결과만 기억하시는 게 편해요.

00:59:00.083 --> 00:59:02.779
절대로 이 성질을
이용해서 계산하지 마시고

00:59:02.879 --> 00:59:05.861
표에서 했었던 것처럼 복소수로
바꿔서 계산하시고요.

00:59:05.961 --> 00:59:10.121
결과는 √a랑 √b를 곱해서
마이너스가 튀어나왔다.

00:59:10.221 --> 00:59:12.053
무엇을 말해주고 있는 식이냐,

00:59:12.153 --> 00:59:17.045
이 식이 의미하는 것은 a가 0보다
작고 b가 0보다 작다는 거예요.

00:59:17.145 --> 00:59:20.214
둘 다 0보다 작을 때
이렇게 되는 것이고요.

00:59:20.314 --> 00:59:24.764
이게 성립한다는 건 사실 여기가
등호가 들어가 있을 수도 있겠죠.

00:59:24.864 --> 00:59:28.309
둘 다 들어가 있을 수도 있고 한쪽만
들어가 있을 수도 있고 그런데

00:59:28.409 --> 00:59:30.407
둘 중에 0이 될
수도 있긴 합니다.

00:59:30.507 --> 00:59:33.207
0은 어차피 마이너스 붙이나
안 붙이나 똑같은 거니까.

00:59:33.307 --> 00:59:36.345
그래서 완벽하게 화살표라고
이해를 하기보다도,

00:59:36.445 --> 00:59:40.630
화살표가 된다는 건 수학에서
엄밀하게 나중에 수학(하)에 가면

00:59:40.730 --> 00:59:42.785
필요조건, 충분조건 이런
걸 배우게 될 건데

00:59:42.885 --> 00:59:45.019
그거랑 결부되면 좀
많이 복잡해지니까

00:59:45.119 --> 00:59:47.615
어쨌든 이런 식으로 나왔다고 한다면

00:59:47.715 --> 00:59:51.984
a가 0일 수도 있고
b가 0일 수도 있고

00:59:52.084 --> 00:59:53.490
둘 중의 하나가 0일 수도 있고

00:59:53.590 --> 00:59:55.660
아니면 둘 다 음수일
수도 있겠구나.

00:59:55.760 --> 01:00:00.155
여기서 확실히 b는 0이 아니죠?

01:00:00.255 --> 01:00:04.098
분자부터 써본다면 분자에
해당하는 것이 0보다 크거나

01:00:04.198 --> 01:00:06.521
분자는 또 0과 같았을
수도 있겠죠?

01:00:06.621 --> 01:00:09.390
그리고 b가 0보다 작다는 거예요.

01:00:09.490 --> 01:00:13.139
분모는 0이 되면 안 되니까
0보다 작은 것만 생각해주고

01:00:13.239 --> 01:00:14.840
a는 0보다 크거나 같고.

01:00:14.940 --> 01:00:19.112
a가 0이 아니고
부호, 양음이 있다면

01:00:19.212 --> 01:00:22.301
a는 양이고 b는
음이어야 한다는 거고

01:00:22.401 --> 01:00:26.404
여기도 뭔가 둘 중
하나가 0이 아니라

01:00:26.504 --> 01:00:28.080
둘 다 부호가 있는 상황이었다면

01:00:28.180 --> 01:00:31.545
둘 다 음일 때 이렇게
마이너스가 나오게 된다는 거

01:00:31.645 --> 01:00:33.078
참고로 알아두시면 되고요.

01:00:33.178 --> 01:00:36.880
계산은 복소수로 바꿔서
하자고 했습니다.

01:00:36.980 --> 01:00:37.817
바꿔서 하세요.

01:00:37.917 --> 01:00:39.618
안 그러면 헷갈려서 못 합니다.

01:00:39.718 --> 01:00:43.524
√4i , √8i
이렇게 되고 곱하기,

01:00:43.624 --> 01:00:48.980
얘는 바꾸려고 할 때
어떻게 바꿀 것이냐.

01:00:49.080 --> 01:00:49.877
이거 헷갈리지 마세요.

01:00:49.977 --> 01:00:52.644
√-5분의 √16 아니고요.

01:00:52.744 --> 01:00:55.524
-5분의 16이거든요?

01:00:55.624 --> 01:01:00.598
그렇기 때문에 이거를 복소수로
바꿔서 쓰려고 할 때,

01:01:00.698 --> 01:01:02.931
일단 여기 그대로 써놔 볼게요.

01:01:03.031 --> 01:01:07.806
바꿔서 쓰려고 할 때
√5분의 16i예요.

01:01:07.906 --> 01:01:09.972
여기 속에 들어가 있던 것 통째로

01:01:10.072 --> 01:01:12.443
마이너스 하나가 곱해져
있는 식입니다.

01:01:12.543 --> 01:01:16.159
그래서 계산해보면
i랑 i랑 약분되죠?

01:01:16.259 --> 01:01:20.385
이 i랑 이 i랑 곱해서
마이너스가 나오게 되죠?

01:01:20.485 --> 01:01:24.165
그리고 나머지들은 이거끼리
계산을 해주면 돼요.

01:01:24.265 --> 01:01:27.238
√4랑 √8이랑 나눠서 √2가 되고

01:01:27.338 --> 01:01:31.559
그다음에 이거는 √5분의
√16이 4인 것이죠.

01:01:31.659 --> 01:01:37.118
그러면 이 √5하고 √10하고
나눠서 √2가 되니까

01:01:37.218 --> 01:01:43.922
-2 곱하기 4 해서 -8이
된다고 해줄 수가 있죠.

01:01:44.022 --> 01:01:50.029
그래서 이렇게 -8로 계산을
해줄 수가 있게 됩니다.

01:01:50.129 --> 01:01:53.186
그래서 이 계산하는
거 나오게 될 때

01:01:53.286 --> 01:01:57.662
조심해서 잘 보셔야 한다는 거예요.

01:01:59.236 --> 01:02:02.934
마이너스가 분모 자리에
있는 것처럼 보인다고 해서

01:02:03.034 --> 01:02:07.988
얘를 마이너스에 √5분의 √16이다,
라고 쓰시면 큰일 나요.

01:02:08.088 --> 01:02:11.962
이게 아니라 이거는 통째로
루트가 들어가 있었어요.

01:02:12.062 --> 01:02:20.812
통째로 들어가 있었으니까 그냥
-5분의 16이라는 이런 수였던 거고

01:02:20.912 --> 01:02:27.640
그래서 √5분의 16에 i가 된다고
i를 끄집어내서 계산한다면

01:02:27.740 --> 01:02:32.859
이런 식으로 나오게 된다는 거
조심해서 보시면 되겠습니다.

01:02:32.959 --> 01:02:35.835
그래서 계산 결과가 이렇게
나오게 되었고요.

01:02:35.935 --> 01:02:39.058
두 번째 거에서는 이걸 만족하는

01:02:39.158 --> 01:02:41.551
정수에 x의 개수를
구하여라, 라고 했는데

01:02:43.318 --> 01:02:47.598
이거를 합쳐서 쓰려고 했더니
마이너스가 튀어나왔다는 거.

01:02:47.698 --> 01:02:53.069
이게 말해주는 조건인 x-3은
무조건 음수였다는 거예요.

01:02:53.169 --> 01:02:58.655
x+2는 0이 아니었다면 0보다
커야 되는 거고 0이어도 되겠죠?

01:02:58.755 --> 01:03:04.007
그러면 x+2가 0이라면 어차피
여기도 0, 여기도 0이니까

01:03:04.107 --> 01:03:07.071
마이너스를 붙이나 안
붙이나 똑같으니까.

01:03:07.171 --> 01:03:08.866
이런 식으로 문제가 나옵니다.

01:03:08.966 --> 01:03:12.640
이거를 만족하는 어떤 x의
범위를 구하려고 할 때

01:03:12.740 --> 01:03:16.381
둘을 곱한 것에서 마이너스가
튀어나오도록 되었다고 한다면

01:03:16.481 --> 01:03:19.438
둘 다 음 또는
0이었다, 라는 것이고

01:03:19.538 --> 01:03:22.564
이게 만족된다고 하는 건
이걸 알려주는 거예요.

01:03:22.664 --> 01:03:27.415
x가 3보다 작고 여기서는
-2보다 크거나 같은 거죠?

01:03:27.515 --> 01:03:31.272
이걸 만족하는 정수는
-2, -1, 0, 1, 2 해서

01:03:31.372 --> 01:03:34.868
총 5개가 나오게 돼요.

01:03:34.968 --> 01:03:38.289
이제 마지막 개념인데요, 허수단위.

01:03:38.389 --> 01:03:40.865
이게 사실 복소수에서
제일 많이 나옵니다.

01:03:40.965 --> 01:03:44.946
허수단위 i의 거듭제곱을
계산해볼 거예요.

01:03:45.046 --> 01:03:49.399
제가 개념을 정리해놓지 않았고요.

01:03:49.499 --> 01:03:54.989
스스로 개념을 써보게 이
교재를 구성했어요.

01:03:55.089 --> 01:03:56.784
해보세요.

01:03:56.884 --> 01:04:01.915
허수단위 i의 거듭제곱을
먼저 차례로 나열해보시고요.

01:04:02.015 --> 01:04:04.448
혹시 규칙성을 찾을 수 있을지,

01:04:04.548 --> 01:04:06.314
그거를 자신 나름의 방법으로

01:04:06.414 --> 01:04:09.492
규칙성을 예쁘게 표현해볼
수 있는 방법이 있을지

01:04:09.592 --> 01:04:13.306
지금 잠시 멈춰놓고
해보시기 바랍니다.

01:04:13.406 --> 01:04:16.745
저는 이미 사고가
찌들었다고 할까요?

01:04:16.845 --> 01:04:19.490
기존 교재를 다 이미 봤고

01:04:19.590 --> 01:04:23.789
언제 제가 이걸 처음 봤는지 기억도
잘 안 나는 상태가 되었기 때문에

01:04:23.889 --> 01:04:26.497
창의적인 표현방법이
생각이 나지 않아요.

01:04:26.597 --> 01:04:29.579
늘 어느 교재에나 있는 그런 표현
방법으로 표현을 해드릴 건데

01:04:29.679 --> 01:04:33.807
여러분은 좀 창의적인 표현 방법이 나오지
않을까, 라는 기대를 해봅니다.

01:04:33.907 --> 01:04:35.191
혹시 제가 한 거 말고

01:04:35.291 --> 01:04:40.003
아주 좋은 표현방법을 적어서
제보를 했다, 라고 한다면

01:04:40.103 --> 01:04:43.946
제가 뭔가 화려한 댓글을
남겨드리게 될 수 있고

01:04:44.072 --> 01:04:45.396
선물이 있을 수도 있고요.

01:04:45.496 --> 01:04:48.187
어쨌든 i의 거듭제곱을
차례로 나열해볼까요?

01:04:48.287 --> 01:04:51.370
그러면 i, i^2, i^3, i^4 .

01:04:51.504 --> 01:04:54.750
거듭제곱이라는 것이 계속
이렇게 곱해보자는 거잖아요?

01:04:54.850 --> 01:04:55.973
이걸 나열해라.

01:04:56.073 --> 01:04:59.374
저처럼 이렇게만 나열한
사람 있을 수도 있겠죠.

01:04:59.474 --> 01:05:03.746
이렇게 거듭제곱을 계산해서
나열해보자는 거예요.

01:05:03.846 --> 01:05:05.476
i는 i고요.

01:05:05.576 --> 01:05:10.524
i의 제곱이 뭐죠? -1.

01:05:10.624 --> 01:05:14.222
거듭제곱한다는
것은 이 상태의 i를 곱하고

01:05:14.322 --> 01:05:17.613
여기다 또 i를 곱하고
여기다 또 i를 곱하고

01:05:17.713 --> 01:05:23.441
계속해서 같은 i를 곱해나가는
것을 반복하는 거잖아요.

01:05:23.541 --> 01:05:28.615
그러면 -1까지 계산이 되었다면
i의 세 제곱을 계산하려고 할 때는

01:05:28.715 --> 01:05:31.474
여기에 i를 한 번
더 곱해보면 되죠.

01:05:31.574 --> 01:05:33.014
그러면 -i가 나오죠?

01:05:33.114 --> 01:05:36.405
그리고 여기로 넘어갈 때는 여기다
i를 한 번 더 곱합니다.

01:05:36.505 --> 01:05:41.043
그러면 i의 제곱이 -1이고

마이너스가 붙으니까 1이 나오고

01:05:41.143 --> 01:05:44.914
아니면 i의 네 제곱은
i의 제곱을 제곱한 거죠.

01:05:45.014 --> 01:05:48.809
i의 제곱이 -1이기 때문에
그걸 제곱해서 1이 나와요.

01:05:48.909 --> 01:05:53.038
그다음에 계속 같은 일을
반복한다고 했잖아요.

01:05:53.138 --> 01:05:55.000
1이 나왔는데 i를 곱해요.

01:05:55.100 --> 01:05:56.321
그러면 i가 되겠죠?

01:05:56.421 --> 01:05:59.007
그다음에 i를 곱하면
-1이 되겠죠?

01:05:59.107 --> 01:06:01.619
여기다 i를 또 곱하면
-i가 되겠죠?

01:06:01.719 --> 01:06:03.190
그다음은 1이 되겠죠?

01:06:03.290 --> 01:06:05.616
그다음은 안 해봐도 뭐가 될까요?

01:06:05.716 --> 01:06:12.086
i, -1, -i, 1.
i, -1, -i, 1...

01:06:12.186 --> 01:06:14.999
이게 계속 반복될
수밖에 없다는 거죠.

01:06:15.099 --> 01:06:16.569
1이 나왔어요.

01:06:16.669 --> 01:06:18.393
같은 일을 반복할 거예요.

01:06:18.493 --> 01:06:20.542
계속 같은 작업을 하고 있잖아요?

01:06:20.642 --> 01:06:26.480
그렇기 때문에 한 번 1이 나온 순간
계속 같은 것들이 반복되는 거죠.

01:06:26.580 --> 01:06:30.099
몇 개를 주기로 반복이
되고 있어요?

01:06:30.199 --> 01:06:34.875
규칙성 4개를 주기로 값이

반복되고 있다는 것입니다.

01:06:34.975 --> 01:06:38.634
그러면 규칙성을 어떻게
표현할 수 있을까요?

01:06:38.734 --> 01:06:40.935
전 아주 뻔한 표현을 써볼게요.

01:06:41.035 --> 01:06:43.506
i의 1제곱은 i고요.

01:06:43.606 --> 01:06:48.210
i를 제곱하는 순간 i의
제곱은 -1이 되고요.

01:06:48.310 --> 01:06:50.781
i의 세 제곱은 -i가 되고

01:06:50.881 --> 01:06:53.493
i의 네 제곱은 1이 나와요.

01:06:53.593 --> 01:06:57.144
그리고 i의 다섯
제곱이 또 1과 같고

01:06:57.244 --> 01:07:01.850
i의 여섯 제곱이 -1과 같고

01:07:01.950 --> 01:07:04.452
i의 일곱 제곱이 -i와 같고

01:07:04.552 --> 01:07:06.871
i의 여덟 제곱이 1이 되죠.

01:07:06.971 --> 01:07:09.938
i의 아홉 제곱이 또 i와 같고요.

01:07:10.038 --> 01:07:13.814
i의 열 제곱이 -1이 되고

01:07:13.914 --> 01:07:19.291
i의 십일, i의 십이,
저 이거 계속할까요?

01:07:19.391 --> 01:07:22.083
제가 죽을 때까지 해도
계속할 수 있겠죠?

01:07:22.183 --> 01:07:25.046
그래서 우리가 이걸
일반화시켜줄 수가 있습니다.

01:07:25.146 --> 01:07:27.056
어떻게 일반화되느냐,

01:07:27.156 --> 01:07:29.333
4씩 더해지고 있잖아요.

01:07:29.433 --> 01:07:36.031
그렇기 때문에 이거를 i의 4n+1의

형태로 써줄 수가 있어요.

01:07:36.131 --> 01:07:39.541
n이 0부터 시작한다고
할 때 0 넣으면 1,

01:07:39.641 --> 01:07:44.755
1 넣으면 5, 2 넣으면
9, 3 넣으면 13.

01:07:44.855 --> 01:07:46.299
이런 식으로 나오죠?

01:07:46.399 --> 01:07:51.185
얘는 일반화시켜서 i에
0부터 들어갈 때

01:07:51.285 --> 01:07:54.570
i에 4n+2가 된다고 할 수 있고

01:07:54.670 --> 01:07:57.317
얘는 i에 4n+3.

01:07:57.417 --> 01:08:01.072
얘는 쭉 가다가 i에 4n+4 또는

01:08:01.172 --> 01:08:06.034
이거는 n에 1부터 넣는다고
생각을 해서 4n.

01:08:06.134 --> 01:08:09.575
이런 식으로 표현을
해줄 수가 있겠죠.

01:08:09.675 --> 01:08:14.041
4로 나눈 나머지가 1인
경우, 2인 경우,

01:08:14.141 --> 01:08:16.356
3인 경우, 떨어지는 경우입니다.

01:08:16.456 --> 01:08:31.086
4로 정수 m을 나눈 몫이 n이고
나머지가 r이라고 한다면

01:08:31.186 --> 01:08:32.824
이걸 표현해준 방법.

01:08:32.924 --> 01:08:35.697
m을 4 곱하기 n+r.

01:08:35.797 --> 01:08:37.596
이렇게 써줄 수 있잖아요.

01:08:37.696 --> 01:08:44.062
그러니까 i에 4n으로 표현될 때
여기에서 4n에 해당하는 것은

01:08:44.162 --> 01:08:46.218
4의 배수인 거예요.

01:08:46.318 --> 01:08:49.117
i에 4n+1.

01:08:49.217 --> 01:08:55.280
이렇게 된다면 이거는 4로 나눠서
1 남는 수가 되는 거고요.

01:08:55.380 --> 01:08:58.585
마찬가지로 i에 4n+2다.

01:08:58.685 --> 01:09:02.043
4로 나눠서 2가 남는
수가 되는 거고요.

01:09:02.143 --> 01:09:04.218
i에 4n+3이다.

01:09:04.318 --> 01:09:08.109
이 4n+3은 4로 나눠서
3 남는 수가 되는데

01:09:08.209 --> 01:09:13.912
이렇게 i에 거듭제곱에 4의 배수가
들어갔다고 하면 무조건 1.

01:09:14.012 --> 01:09:16.709
4로 나눠서 1 남는
수가 들어가면 i.

01:09:16.809 --> 01:09:19.177
2 남는 수가 들어가면 -1,

01:09:19.277 --> 01:09:23.000
3 남는 수가 들어가면
-i가 된다는 거죠.

01:09:23.100 --> 01:09:26.461
그리고 이제 우리 앞으로
i의 997이다.

01:09:26.561 --> 01:09:28.160
뭐 해보면 되는 거죠?

01:09:28.260 --> 01:09:32.678
997을 4로 나눴다고
생각을 해보는 거예요.

01:09:33.601 --> 01:09:39.540
그러면 나머지가 1이
나오게 되네요.

01:09:39.640 --> 01:09:43.548
얘는 4로 나눠서 나머지가
1이 되는 수예요.

01:09:43.648 --> 01:09:53.431
i^4 에 349제곱에 1이니까

01:09:53.531 --> 01:09:55.325
i를 한 번 더 곱했다.

01:09:55.425 --> 01:09:57.142
그런데 이게 1인 거죠.

01:09:57.242 --> 01:09:58.801
그래서 i가 나오게 된다.

01:09:58.901 --> 01:10:03.137
이 과정 이제 생략하고 4로 나눈
나머지가 1이니까 i가 된다.

01:10:03.237 --> 01:10:04.731
이렇게 보시면 됩니다.

01:10:04.831 --> 01:10:06.729
다시 정리해드릴게요.

01:10:06.829 --> 01:10:11.822
i의 거듭제곱을 차례로
나열하니까 4를 주기로.

01:10:11.922 --> 01:10:14.599
네 개를 주기로 같은
값이 반복됐어요.

01:10:14.699 --> 01:10:19.811
그런 규칙이 있기 때문에 우리가
i, -1, -i, 1.

01:10:19.911 --> 01:10:22.229
네 개 주기로 순환하는
형태로 볼 수가 있고

01:10:22.329 --> 01:10:25.770
지수들을 봤을 때 i의
1, 5, 9, 13.

01:10:25.870 --> 01:10:31.109
4로 나눠서 1 남는 수, 2 남는
수, 3 남는 수, 4의 배수.

01:10:31.209 --> 01:10:35.466
그래서 4로 나눠서 1 남는
수만큼 거듭제곱을 해주면 i,

01:10:35.566 --> 01:10:39.339
4로 나눠서 2 남는 수만큼
거듭제곱해주면 -1,

01:10:39.439 --> 01:10:42.777
4로 나눠서 3 남는 수만큼
거듭제곱하면 -1,

01:10:42.877 --> 01:10:45.862
4의 배수만큼 거듭제곱하면 1이다.

01:10:45.962 --> 01:10:50.518
이걸 활용해서 i의 거듭제곱
계산하는 문제가 제일 많이 나와요.

01:10:50.618 --> 01:10:53.401
그러면 연습해볼까요?

01:10:55.568 --> 01:10:57.987
제가 문제 하나를 빼놓고
안 가지고 왔네요.

01:10:58.087 --> 01:11:01.714
여러분 교재에 보면 1번 문제에
이런 게 있을 거예요.

01:11:01.814 --> 01:11:06.517
$1+i+i^2+i^3+i^4$.

01:11:06.617 --> 01:11:11.102
이렇게 해서 i100 제곱까지
더하여라, 라고 한다면

01:11:11.202 --> 01:11:12.055
네 개 주기로.

01:11:12.155 --> 01:11:15.808
어디서부터 시작하든 어쨌든 네 개
주기로 같은 값이 순환하죠.

01:11:15.908 --> 01:11:22.937
여기서 (1+i-1+-i) 더하기,

01:11:23.037 --> 01:11:26.972
마찬가지로 i의 네 제곱부터
그러면 똑같은 값이 반복되면서

01:11:27.072 --> 01:11:30.513
총 i의 0부터 i의
100까지가 있으니까

01:11:30.613 --> 01:11:33.651
이게 25번 반복이 되는 거예요.

01:11:33.751 --> 01:11:36.524
마지막에 i의 100
하나 남게 되죠.

01:11:36.624 --> 01:11:41.012
이게 어려우시면 아예 100을 딱
4개씩 잘라서 본다고 한다면

01:11:41.112 --> 01:11:42.621
1을 먼저 빼놓고요.

01:11:42.721 --> 01:11:48.721
$i+i^2+i^3+i^4$ 이 25번
반복이 되는 거예요.

01:11:48.821 --> 01:11:51.968
1, 2, 3, 4, 5,
6, 7, 8도 같은 값.

01:11:52.068 --> 01:11:54.073
9, 10, 11, 12 같은 값.

01:11:54.173 --> 01:12:05.186
쭉 가다가 마지막에 97, 98, 99,

100까지 똑같은 값이 반복되니까

01:12:05.286 --> 01:12:09.461
이게 25번 반복이 되는데 이거
4개 더한 값이 0이 되는 거죠.

01:12:09.561 --> 01:12:13.768
0*25+1이 되기 때문에 값이
그냥 1로 뚝 떨어지게 됩니다.

01:12:13.868 --> 01:12:16.967
네 개 주기로 순환하니까
4개끼리 더한 것 0이 되어서

01:12:17.067 --> 01:12:19.131
쉽게 값을 계산할 수 있는 거고요.

01:12:19.231 --> 01:12:23.128
그 예제 5번에 두 번째
거를 보게 되면 이건데요.

01:12:23.228 --> 01:12:28.069
i-(1+i분의 1-i)2013.

01:12:28.169 --> 01:12:32.451
꽤 복잡해 보이지만 이 수를
간단히 먼저 해볼까요?

01:12:32.551 --> 01:12:38.236
1+i분의 1-i라는 것은
아직 계산된 수가 아니에요.

01:12:38.336 --> 01:12:45.862
분모에 허수가 들어가 있기 때문에
이거를 실수로 바꿔줍니다.

01:12:45.962 --> 01:12:47.882
1-i를 곱했다.

01:12:47.982 --> 01:12:53.376
그러면 1+i와 1-i를 곱해준 건
1의 제곱+1의 제곱 해서 2.

01:12:53.476 --> 01:12:58.456
얘는 1, -i, -i, -1이죠?

01:12:58.556 --> 01:13:01.580
1-i를 제곱해주면
i의 제곱이 뭐라고요?

01:13:01.680 --> 01:13:07.046
-1이니까 실수부분 없어지게
되고 허수부분 -2i만 남아요.

01:13:07.146 --> 01:13:08.674
-i입니다.

01:13:08.774 --> 01:13:10.809
결국 구하라고 하는 식이 뭐냐면,

01:13:10.909 --> 01:13:14.595

i-(-i)의 2013이에요.

01:13:14.695 --> 01:13:20.055
그러면 i에 빼기 -1은
2013 곱해준다면

01:13:20.155 --> 01:13:26.455
얘는 -1에 2013과 i의 2013을
곱한 거다, 라고 생각할 수 있는데

01:13:26.555 --> 01:13:30.501
-1을 홀수 번 곱했으니까
플러스가 되겠죠.

01:13:30.601 --> 01:13:33.125
i+i의 2013입니다.

01:13:33.225 --> 01:13:36.806
그러면 2013은 4로
나눈 나머지가 1이에요.

01:13:36.906 --> 01:13:39.850
그렇기 때문에 그냥 i가 됩니다.

01:13:39.950 --> 01:13:42.251
4로 나눈 나머지만
생각하면 되는 거예요.

01:13:42.351 --> 01:13:45.503
2012 올림픽이 열린
해이고 4의 배수죠?

01:13:45.603 --> 01:13:52.118
그래서 2012에
1을 더한 값이니까

01:13:52.218 --> 01:13:53.469
4로 나눠서 1이 남았고요.

01:13:53.569 --> 01:13:54.840
그러니까 i와 같고요.

01:13:54.940 --> 01:13:56.763
값은 2i가 됩니다.

01:13:56.863 --> 01:14:01.246
그러면 얘를 a+bi의
형태로 쓰자고 했어요.

01:14:01.346 --> 01:14:05.911
0+2i 형태가 되면서 a가 0이고
b가 2에 해당하는 거죠.

01:14:06.011 --> 01:14:09.012
그래서 a+b의 값은
2로 나오게 되고요.

01:14:09.112 --> 01:14:11.546
제가 이거를 분리해서
이렇게 곱했어요.

01:14:11.646 --> 01:14:14.323
여러분이 아직 i의
거듭제곱만 보셨으니까.

01:14:14.423 --> 01:14:18.684
-i의 거듭제곱을 구한다고
해도 마찬가지예요.

01:14:18.784 --> 01:14:26.630
-i 그다음 곱하면 -i와 -i 곱한 건
-1 두 번 곱한 게 1이 되니까,

01:14:26.730 --> 01:14:30.577
그리고 i를 제곱한 게
-1이니까 -1이 되겠죠?

01:14:30.677 --> 01:14:34.051
거기다 -i를 한 번
더 곱하면 i가 되고

01:14:34.151 --> 01:14:37.642
또 -i를 여기다 곱해준다면
1이 나오게 되죠.

01:14:37.742 --> 01:14:41.524
역시 4번 곱했을 때 1이 되면서
네 개 주기로 순환을 하게 돼요.

01:14:41.624 --> 01:14:44.646
그런데 이거를 또 따로
외워놓으려면 헷갈리시니까

01:14:44.746 --> 01:14:49.715
그냥 여기에서 -1 계산하는 거
따로 써주고 i의 거듭제곱.

01:14:49.815 --> 01:14:56.569
i는 4의 배수만큼 곱하면 1, 4로 나눈
나머지가 1인 것만큼 곱하면 i가 되고

01:14:56.669 --> 01:15:02.666
나머지 2인 것만큼 곱하면 -1, 3인
거는 -i가 된다는 거를 기억하시고

01:15:02.766 --> 01:15:06.317
머릿속에 이 원 모양
생각하시면서 풀어주시면 돼요.

01:15:06.417 --> 01:15:08.640
그러면 이제 개념 확인
문제 풀어보겠습니다.

01:15:08.740 --> 01:15:11.435
이 계산 간단하게 할 수 있겠죠?

01:15:11.535 --> 01:15:17.069
2, 그다음에 일반적인 분배법칙
쭉 적용해서 풀어볼까요?

01:15:17.169 --> 01:15:22.100
-i 나오고 +4i 되고요.

01:15:22.200 --> 01:15:29.066
그다음에 2i랑 -i 곱한 거
일단 계수로 2를 생각할 수 있고

01:15:29.166 --> 01:15:35.874
i랑 -i를 곱하면 i의 제곱이 -1에
마이너스가 붙으니까 1이 되면서

01:15:35.974 --> 01:15:37.911
결과적으로 2가 되는 거죠.

01:15:38.011 --> 01:15:43.947
그래서 얘는 결국 4+3i가
된다고 계산이 나와요.

01:15:44.047 --> 01:15:45.102
그래서 답은 1번.

01:15:45.202 --> 01:15:47.919
이제 이 계산은 쉽게 하실
수 있을 것 같고요.

01:15:48.019 --> 01:15:50.431
이거의 값을 한번 계산해볼까요?

01:15:50.531 --> 01:15:55.828
복소수로 바꿔서 표현해준다면
√2에 √2i 곱했고요.

01:15:55.928 --> 01:16:01.801
이것은 √2i분의 √2입니다.

01:16:01.901 --> 01:16:05.057
그러면 둘을 곱한
것은 2i가 되죠?

01:16:05.157 --> 01:16:10.003
여기서 √2랑 √2가
없어지면서 i분의 1이에요.

01:16:10.103 --> 01:16:13.827
i분의 1은 분자, 분모에
뭘 곱해볼 수 있나요?

01:16:13.927 --> 01:16:19.851
i를 곱해도 되고 -i를 곱해도
되고 해서 정리를 해보게 되면

01:16:19.951 --> 01:16:22.509
-i와 같아지게 되죠?

01:16:25.336 --> 01:16:26.822
왜 -i가 되죠?

01:16:26.922 --> 01:16:28.829
여기서 i랑 -i 곱한 거 1.

01:16:28.929 --> 01:16:31.645
그리고 -i니까 -i가 됐어요.

01:16:31.745 --> 01:16:37.891
그래서 2i랑 i랑 빼니까 i가
나오면서 답은 4번이 되고요.

01:16:37.991 --> 01:16:42.305
이번에는 이 복소수도
참 많이 나오는데

01:16:42.405 --> 01:16:44.300
1-i, 1+i.

01:16:44.400 --> 01:16:49.420
제가 아까 앞에서 재미있는 성질을 가지고
있는 수다, 라고 표현을 했었어요.

01:16:49.520 --> 01:16:52.903
1+i를 제곱했을 때
2i가 나왔었고요.

01:16:53.003 --> 01:16:57.305
1-i를 제곱하면
-2i가 나왔습니다.

01:16:57.405 --> 01:17:03.100
그렇기 때문에 이 z가
√2분의 1-i라고 했을 때

01:17:03.200 --> 01:17:07.150
얘를 먼저 제곱한
수를 생각해볼게요.

01:17:07.250 --> 01:17:12.562
그러면 √2분의 1-i를
통째로 제곱하게 되는데

01:17:12.662 --> 01:17:14.556
√2를 제곱한 게 2죠.

01:17:14.656 --> 01:17:18.699
1-i를 제곱한 것은
다시 1의 제곱,

01:17:18.799 --> 01:17:23.465
둘 곱하고 2 곱한 것을
마이너스 붙여준 것.

01:17:23.565 --> 01:17:29.918
-2i에 더하기 i의 제곱
나오니까 1-2i-1되면서

01:17:30.018 --> 01:17:34.214
실수부분이 없어지게 되고
허수부분만 남게 되는데

01:17:34.314 --> 01:17:39.746
2랑 -2가 마저 약분되면서
-i가 나오게 돼요.

01:17:39.846 --> 01:17:43.941
제곱해서 -i가 되는
그런 수입니다.

01:17:44.041 --> 01:17:48.369
z의 제곱이 -i인데 문제에서

01:17:48.469 --> 01:17:53.785
z의 8제곱과 12제곱을
더한 값을 구하라고 했어요.

01:17:53.885 --> 01:17:59.058
그러면 z의 여덟 제곱은
z 제곱의 4제곱이고요.

01:17:59.158 --> 01:18:03.416
z의 12제곱은
z제곱의 6제곱이죠?

01:18:03.516 --> 01:18:10.054
-i를 4제곱 한 것과 -i를
6제곱 한 걸 더하게 됩니다.

01:18:10.154 --> 01:18:14.109
-i를 4제곱 한 것은
i의 네 제곱과 같아요.

01:18:14.209 --> 01:18:18.946
이거는 짝수 번 곱했으니까 역시
그냥 i의 6제곱 더한 거랑 같죠?

01:18:19.046 --> 01:18:22.989
그런데 이건 4로 나눠서
나머지가 2인 수예요.

01:18:23.089 --> 01:18:29.014
그러면 -1로 나오게 되고 값은
그냥 0으로 똑 떨어지게 되겠죠.

01:18:29.114 --> 01:18:32.321
뭔가 수가 복잡해
보였지만 제곱해보니까

01:18:32.421 --> 01:18:35.560
그 거듭제곱이 간단하게
나오는 수가 되고

01:18:35.660 --> 01:18:40.139
이런 차원에서 이런 거듭제곱 문제가
참 많이 나온다는 거예요.

01:18:40.239 --> 01:18:43.433
복소수 열심히 배웠는데 제일
많이 나오는 부분입니다.

01:18:43.533 --> 01:18:46.152
그다음에 이건 조금
어려운 문제인데요.

01:18:46.252 --> 01:18:48.499
여러분이 지금 풀기에는
조금 어려울 수 있지만

01:18:48.599 --> 01:18:51.785

제가 좋아하는 유형의
문제여서 가지고 와봤어요.

01:18:51.885 --> 01:18:55.076
켤레복소수의 성질을
이용해서 푸는 문제입니다.

01:18:55.176 --> 01:18:58.952
α랑 β의 켤레복소수를
곱한 게 1이고요.

01:18:59.052 --> 01:19:04.042
α하고 α의 켤레복소수분의
1이 2i인데

01:19:04.142 --> 01:19:09.364
지금 이걸 보니까 α랑 β의
켤레복소수를 곱한 것이 1.

01:19:09.464 --> 01:19:13.473
그런데 여기는 α의 켤레복소수분의
1이 나왔거든요?

01:19:13.573 --> 01:19:14.741
역수가 나왔어요.

01:19:14.841 --> 01:19:18.390
그러면 어쨌든지 간에 뭔가
여기에 대한 단서를 얻으려면

01:19:18.490 --> 01:19:21.658
α의 역수를 생각해봐야 될 텐데

01:19:21.758 --> 01:19:27.737
이걸 보니까 β의 켤레복소수가
α분의 1이라고 할 수가 있어요.

01:19:27.837 --> 01:19:29.493
α는 확실히 0은 아니죠.

01:19:29.593 --> 01:19:32.926
만약에 0이었다면 곱해서
0이 나왔겠죠.

01:19:33.026 --> 01:19:35.225
0이 아니니까 1이 나와서
나눌 수가 있어요.

01:19:35.325 --> 01:19:36.963
α분의 1과 같습니다.

01:19:37.063 --> 01:19:41.417
그러면 여기서는 α의 켤레복소수분의
1을 구하자고 했잖아요.

01:19:41.517 --> 01:19:45.976
여기에 한꺼번에 켤레를 취해볼까요?

01:19:46.076 --> 01:19:49.574
그러면 켤레를 취하고
취하면 어떻게 될까요?

01:19:49.674 --> 01:19:52.704
허수부분만 마이너스로 바꾼
다음에 다시 부호를 바꿔요.

01:19:52.804 --> 01:19:54.566
원래대로 돌아오겠죠?

01:19:54.666 --> 01:19:55.849
β가 되고요.

01:19:55.949 --> 01:20:00.036
이거는 1과 알파를 나눈
다음에 켤레 취하는 것과

01:20:00.136 --> 01:20:03.724
각각의 켤레복소수를 나눈
것이 같다고 했습니다.

01:20:03.824 --> 01:20:09.058
1의 켤레복소수는 1은 실수이기 때문에
켤레 부호 바꿀 것이 없어요.

01:20:09.158 --> 01:20:14.409
1이고 α의 켤레복소수분의 1이
결국 β라는 걸 알 수가 있어요.

01:20:14.509 --> 01:20:17.895
그러면 이런 결론을 끌어냈으니까

01:20:17.995 --> 01:20:22.372
α의 켤레복소수 1분의 1
자리에 β를 넣는다면

01:20:22.472 --> 01:20:27.802
우리는 α+β가 2i다,
라는 걸 찾을 수가 있는데

01:20:27.902 --> 01:20:33.290
문제에서 이게 β+β의 켤레복소수분의
1을 구하라고 했어요.

01:20:33.390 --> 01:20:39.575
그런데 조금 전에 봤었던, 문제에서
주어졌던 식에 이게 있었잖아요.

01:20:39.675 --> 01:20:43.635
그러면 β의 켤레복소수분의
1은 뭐와 같나요?

01:20:43.735 --> 01:20:48.542
양변을 β의 켤레복소수로
나눴다고 생각해보면 α와 같죠.

01:20:48.642 --> 01:20:50.957
이거는 β+α예요.

01:20:51.057 --> 01:20:52.389
방금 뭐라고 했어요?

01:20:52.489 --> 01:20:53.736

$2i$라고 했습니다.

01:20:53.836 --> 01:20:54.900
똑같은 거예요.

01:20:55.000 --> 01:20:57.040
이거랑 이거랑 같은 식이었네요.

01:20:57.140 --> 01:20:58.631
$\alpha+\beta$해서 $2i$.

01:20:58.731 --> 01:21:00.218
제가 이런 걸 좋아해요.

01:21:00.318 --> 01:21:04.400
저만 좋아하는 게 아니라
선생님들이 많이 좋아합니다.

01:21:04.500 --> 01:21:08.045
β의 켤레복소수가 α분의
1이라는 관계.

01:21:08.145 --> 01:21:10.528
여기다 양변에 켤레를
취해보는 거예요.

01:21:10.628 --> 01:21:13.909
그러면 켤레복소수의
그 연산의 성질상

01:21:14.009 --> 01:21:18.291
이것이 얘랑 같아진다는 것이
나오면서 바로 $\alpha+\beta$.

01:21:18.391 --> 01:21:20.765
마찬가지로 $\alpha+\beta$가 된다는 거죠.

01:21:20.865 --> 01:21:23.605
그래서 계산을 좀 간단히
해줄 수가 있는 문제고요.

01:21:23.705 --> 01:21:29.346
이것도 많이 나오는 형태인데
z가 $1+\sqrt{3}i$예요.

01:21:29.446 --> 01:21:33.871
그때 z의 2차식에 대한 계산한
값을 구하라고 했거든요?

01:21:33.971 --> 01:21:37.590
그러면 z가 2차식으로 좀
간단하게 표현될 수 있는 식을

01:21:37.690 --> 01:21:39.769
먼저 찾아주는 것이 좋아요.

01:21:39.869 --> 01:21:42.225
그게 어떤 식으로 나오게
되냐면, 잘 보세요.

01:21:42.325 --> 01:21:46.319

이건 무리수에서도 아마 공부 열심히
한 학생들은 좀 봤을 텐데

01:21:46.419 --> 01:21:52.006
지금 문제에서 구하라고 한
것이 z^2-2z+1이거든요?

01:21:52.106 --> 01:21:56.037
z에 대한 2차식인데 앞에
계수들이 다 실수예요.

01:21:56.137 --> 01:21:57.923
이건 하나의 요령으로 알아두세요.

01:21:58.023 --> 01:22:04.849
여기서 식을 변형해서 i를
없애버린다고 생각을 해본다면

01:22:04.949 --> 01:22:08.091
z-1이 √3i죠.

01:22:08.191 --> 01:22:10.686
i만 여기다 홀로 남겼어요.

01:22:10.786 --> 01:22:18.426
그리고 양변을 제곱해준다면 이
i가 깔끔하게 없어질 거잖아요?

01:22:18.526 --> 01:22:20.495
게다가 무리수까지 없어지게 되죠.

01:22:20.595 --> 01:22:21.736
-3이 되거든요?

01:22:21.836 --> 01:22:26.492
그런데 z-1의 제곱은
z^2-2z+1이에요.

01:22:26.592 --> 01:22:28.617
이게 3이 된다는 거예요.

01:22:28.717 --> 01:22:32.810
그러면 z^2-2z+1이 3인데
그거 구하라고 했네요.

01:22:32.910 --> 01:22:36.270
값은 바로 3이라고
찾아줄 수가 있습니다.

01:22:36.370 --> 01:22:40.194
직접 z를 제곱해보고
-2z하고 1 더하고

01:22:40.294 --> 01:22:42.931
그렇게 직접 다 대입해서
계산해도 돼요.

01:22:43.031 --> 01:22:46.994
그런데 대부분 이런 문제에서
얘가 직접 나오기도 하고

01:22:47.094 --> 01:22:50.536
아니면 문제에서 z^2+3z+1.

01:22:50.636 --> 01:22:54.716
이런 거를 구하라고 했을지라도
만약에 우리가 이걸 끄집어냈다면

01:22:54.816 --> 01:22:58.791
z^2이 $2z+2$가 된다는 걸 알죠.

01:22:58.891 --> 01:23:02.826
그래서 그걸 대신 여기다
집어넣게 된다면

01:23:03.570 --> 01:23:07.335
이렇게 $5z+3$으로
뭔가 z에 대해서

01:23:07.435 --> 01:23:09.683
좀 더 간단해진 식을
얻을 수가 있어요.

01:23:09.783 --> 01:23:11.510
얘랑 얘랑 같다는 걸 이용해서

01:23:11.610 --> 01:23:14.359
z를 제곱하고 뭐하고
이렇게 계산하는 거보다

01:23:14.459 --> 01:23:18.126
차라리 여기에 z를 넣어서 계산하는
게 좀 더 빠를 수 있다는 거.

01:23:18.226 --> 01:23:25.056
그래서 식을 이런 식으로 변형하는
원리를 기억해놓으시면 좋습니다.

01:23:25.156 --> 01:23:26.386
핵심은 그거죠.

01:23:26.486 --> 01:23:31.658
z의 계수가 모두 다 유리수가
되는 2차식을 얻고 싶은 거예요.

01:23:31.758 --> 01:23:35.218
그렇게 되려고 한다면
순허수만 우변에 남기고

01:23:35.318 --> 01:23:38.429
양변을 제곱했을 때 깔끔하게
식이 변형되기 때문에

01:23:38.529 --> 01:23:41.640
그렇게 의도적으로 식을
변형해준 것입니다.

01:23:41.740 --> 01:23:46.453
마지막 문제는 아주 무섭게
뭔가를 던지려고 하고 있어요.

01:23:46.553 --> 01:23:48.090

복소수가 0.

01:23:48.190 --> 01:23:48.972
잘 보이시나요?

01:23:53.525 --> 01:24:00.402
0, i, -2i, 3i,
-4i, 5i가 적힌 다트판에

01:24:00.502 --> 01:24:03.423
3개의 다트를 던져서
맞히려고 하는데

01:24:03.523 --> 01:24:06.220
그래서 얻을 수 있는 복소수
a, b, c라고 해서

01:24:06.320 --> 01:24:08.674
a^2-bc의 최솟값.

01:24:08.774 --> 01:24:13.734
경계에 맞아서 점수를 결정하지
못하는 경우 없고요.

01:24:13.834 --> 01:24:15.771
맞힌 곳에 또 맞힐 수도 있겠죠?

01:24:15.871 --> 01:24:18.588
이게 다르게 생겼다고 해서
다 다른 복소수가 아니라

01:24:18.688 --> 01:24:22.011
다트를 던지다 보면 계속 같은
곳에만 맞을 수도 있잖아요.

01:24:22.111 --> 01:24:26.108
그래서 이거의 최솟값을
구하자고 했습니다.

01:24:26.208 --> 01:24:30.111
두 개를 계산했는데 제일
작은 값을 구하려고 해요.

01:24:30.211 --> 01:24:34.767
그러면 a^2은 작아야
될까요, 커야 될까요?

01:24:34.867 --> 01:24:40.637
작은 것에서 빼야 더
작아지니까 작아야 하고요.

01:24:40.737 --> 01:24:42.544
bc를 빼고 있어요.

01:24:42.644 --> 01:24:45.222
이거는 커야 합니다.

01:24:45.322 --> 01:24:48.677
a^2은 최대한 작아야
되고요, 최소가 되어야 되고

01:24:48.777 --> 01:24:51.808
bc가 최대가 된다고
생각하면 돼요.

01:24:51.908 --> 01:24:54.412
그러면 지금 a를 제곱했잖아요.

01:24:54.512 --> 01:24:57.061
똑같은 수를 제곱했잖아요.

01:24:57.161 --> 01:25:01.318
우리가 여태까지 알던 수는
제곱했을 때 항상 양수가 되었는데

01:25:01.418 --> 01:25:04.259
이제 순허수가 여기에
섞여 있는 순간

01:25:04.359 --> 01:25:06.395
제곱했을 때 음수화될 수도 있고

01:25:06.495 --> 01:25:08.689
모든 음수는 양수보다 작습니다.

01:25:08.789 --> 01:25:11.564
그렇기 때문에 여기서
음수가 되는 것.

01:25:11.664 --> 01:25:15.144
얘네들 전부 다 제곱해서
음수가 되는 수죠?

01:25:15.244 --> 01:25:19.862
음수는 절댓값이 클수록 작아요.

01:25:19.962 --> 01:25:22.827
그러면 여기서 제곱했을 때
제일 작은 수는 뭐가 되나요?

01:25:22.927 --> 01:25:25.006
바로 5i가 되겠죠?

01:25:25.106 --> 01:25:28.449
작아야 하는데 그렇게 제일
작게 제곱할 수 있는 거.

01:25:28.549 --> 01:25:32.365
바로 5i를 제곱해주면
-25로 제일 작고요.

01:25:32.465 --> 01:25:36.839
bc는 최대가 돼야 돼요.

01:25:36.939 --> 01:25:39.567
최대가 되려면 빼기.

01:25:40.941 --> 01:25:45.799
여기는 제가 방금 모든 음수는
양수보다 작다고 했기 때문에

01:25:45.899 --> 01:25:47.492

양수가 되어야 되고요.

01:25:47.592 --> 01:25:51.165
그렇다면 그냥 i랑 5i.

01:25:51.265 --> 01:25:54.222
이런 거 곱한다고 생각해보면
음수가 될 거예요.

01:25:54.322 --> 01:26:00.549
b가 실수일 때 bi랑 c도
실수일 때 ci랑 곱했다.

01:26:00.649 --> 01:26:04.147
그러면 -bc가 되는
그런 상황이 되잖아요.

01:26:04.247 --> 01:26:08.714
그러면 bc가 만약에 양수였다고 한다면
이거는 음수가 나오게 될 텐데

01:26:08.814 --> 01:26:11.467
만약에 여기에 -ci를 곱했다.

01:26:11.567 --> 01:26:16.753
그러면 +ci가 되면서 bc 자체가
양수였을 때 양수로 나오게 되겠죠.

01:26:16.853 --> 01:26:20.615
그렇기 때문에 여기서 부호가
서로 다른 것을 곱해줘야 돼요.

01:26:20.715 --> 01:26:24.314
그러면서 크게 하려면 최대한 큰
두 개를 곱해주면 되겠죠.

01:26:24.414 --> 01:26:27.856
그 앞에 곱해져 있는
수가 절댓값이 가장 큰

01:26:27.956 --> 01:26:32.927
-4i랑 5i랑 곱해서 +20이
되도록 해주면 됩니다.

01:26:33.027 --> 01:26:39.250
그래서 -25 빼기, 이 값이 이제
20이 되었으니까 20 빼주게 되면

01:26:39.350 --> 01:26:41.653
-45가 나오게 되는 거죠.

01:26:41.753 --> 01:26:42.531
이게 최소예요.

01:26:42.631 --> 01:26:47.009
어렵게 생겼지만, 그냥 그 원리
생각해보면 제일 작은 거에서 큰 거.

01:26:47.109 --> 01:26:49.652
제일 작아지려면 똑같은
거 두 개 곱하는데

01:26:49.752 --> 01:26:56.527
제일 작은 음수가 되려고 한다면 그
5i, 5i 곱한 것에서 -25.

01:26:56.627 --> 01:26:58.744
크게 되려면 부호가 달라야 된다.

01:26:58.844 --> 01:27:01.690
부호가 다른 것 중에서 제일
절댓값이 커질 수 있는 거

01:27:01.790 --> 01:27:03.950
두 개를 골라서 계산을
해주게 된 것입니다.

01:27:04.050 --> 01:27:06.016
그래서 답이 3번이 나왔어요.

01:27:06.116 --> 01:27:08.084
문제는 여기까지 풀어볼 거고요.

01:27:08.184 --> 01:27:12.261
이제 다음 강부터는 2차
방정식으로 넘어가는데 복소수.

01:27:12.361 --> 01:27:14.875
제가 굉장히 내용을 줄이고 줄여서.

01:27:14.975 --> 01:27:16.543
그러니까 그 내용을 줄였다는 게

01:27:16.643 --> 01:27:18.265
제가 다른 이야기 하고
싶은 게 너무 많은데

01:27:18.365 --> 01:27:23.289
그 다른 이야기를 최대한 줄였어요.

01:27:23.389 --> 01:27:24.889
제가 처음에 시작할
때도 이야기했지만

01:27:24.989 --> 01:27:27.292
여러분이 혹시 수학을
더 맥락적으로.

01:27:27.392 --> 01:27:29.039
수학에도 역사라는 게 있거든요.

01:27:29.139 --> 01:27:33.216
역사와 수학자들의
재미있는 이야기를 찾아보면서

01:27:33.316 --> 01:27:36.134
그리고 뭔가 이게 되게 예쁜
것으로 표현되지 않을까,

01:27:36.234 --> 01:27:37.874
다양한 표현 방법이 있지 않을까,

01:27:37.974 --> 01:27:41.620
실생활에 어떻게 활용이 될 수
있을까, 라는 걸 알아보려고 할 때

01:27:41.720 --> 01:27:43.399
그러니까 뭔가 주제
탐구를 한다고 하죠.

01:27:43.499 --> 01:27:45.963
저희 학교에서는 주제발표대회
이런 걸 하기도 하는데,

01:27:46.063 --> 01:27:48.747
수학에서 어떤 주제를 찾아서
탐구해서 발표하는 대회.

01:27:48.847 --> 01:27:53.145
이런 걸 하기도 하는데 그때
접근하기 쉬운 곳이 복소수 단원이고

01:27:53.245 --> 01:27:57.459
이런 복소수를 이용해준다면 여러분,
프랙탈 이런 거 들어보셨나요?

01:27:57.559 --> 01:27:59.266
줄리아 집합, 이런
거 혹시 들어보셨나요?

01:27:59.366 --> 01:28:02.081
그런 것들도 좀 만들어줄
수도 있고 그래요.

01:28:02.181 --> 01:28:05.476
그래서 그런 거는 고등학교 교육
과정 내용을 좀 벗어나긴 하지만

01:28:05.576 --> 01:28:07.635
이렇게 가만히 들여다보면

01:28:07.735 --> 01:28:10.886
직접 계산을 안 해보더라도
그렇구나 하면서

01:28:10.986 --> 01:28:13.243
재미있게 읽을 수 있는
부분이기도 하거든요.

01:28:13.343 --> 01:28:17.098
그래서 한번 책 같은 것도
찾아보면서 재미있게 접근해본다면

01:28:17.198 --> 01:28:21.344
수학이 단순히 계산하거나 문제
풀기만 하는 것은 아니구나, 라고

01:28:21.444 --> 01:28:23.706
재미있는 공부를 하실
수 있을 것 같아요.

01:28:23.806 --> 01:28:25.449
그래서 여러분이 이런 걸 통해서

01:28:25.549 --> 01:28:29.605
계속 수학을 좋아하고 즐기는
그런 날이 오기를 희망하면서

01:28:29.705 --> 01:28:31.365
이번 강은 마치고 다음 강에서

01:28:31.465 --> 01:28:34.342
같이 2차 방정식을
배워보도록 하겠습니다.