WEBVTT

00:00:10.458 --> 00:00:11.011

안녕하세요?

00:00:11.134 --> 00:00:12.032

김미주입니다.

00:00:12.132 --> 00:00:14.681

1, 2강 복습은 잘하셨나요?

00:00:14.781 --> 00:00:17.706

지금부터 3강에
들어가게 될 텐데요.

00:00:17.806 --> 00:00:19.996

다항식 부분 같은 경우는

00:00:20.096 --> 00:00:23.695

여러분이 알파벳을 배우는 거랑
비슷하다고 이야기를 했어요.

00:00:23.795 --> 00:00:30.198

나는 멋진 영어를 하고 싶지만 아직까지는
그 영어를 구성하는 알파벳의

00:00:30.298 --> 00:00:33.956

기본적인 문자를 배워야지만 우리가
그런 말을 하게 되는 것처럼

00:00:34.056 --> 00:00:38.195

아직까지 우리가 수학의 기본 언어를
배우고 있다고 생각을 하시면 됩니다.

00:00:38.295 --> 00:00:42.436

그래서 1강에서는 다항식의
덧셈, 뺄셈, 곱셈하는 방법.

00:00:42.536 --> 00:00:45.915

그리고 2강에서는 나눗셈하는
방법을 같이 보았죠?

00:00:46.015 --> 00:00:50.720

그러면 이번 강부터는 이제
어떤 것을 배우게 되느냐,

00:00:50.820 --> 00:00:53.713

항등식과 나머지 정리라는
것을 배우게 됩니다.

00:00:53.813 --> 00:00:58.651

항등식이라는 것은 우리 수학에서
식하면 제일 먼저 뭐가 떠오르세요?

00:00:58.751 --> 00:01:00.422

일단은 방정식이 떠오르죠?

00:01:00.522 --> 00:01:03.387

그런데 그 방정식에
넘어가기 전에 있어서

00:01:03.487 --> 00:01:06.971

항상 성립하는 등식이라는
것이 있습니다.

00:01:07.071 --> 00:01:09.311

이름이 항등식이라고 되어있잖아요?

00:01:09.411 --> 00:01:10.839

항상 성립하는 등식.

00:01:10.939 --> 00:01:13.732

그리고 그걸 응용해서 볼
수 있는 나머지 정리.

00:01:13.832 --> 00:01:15.847

이 나머지 정리를 하고 나면

00:01:15.947 --> 00:01:19.774

일부분에 대해서는 어떤
다항식의 나눗셈 경우에는

00:01:19.874 --> 00:01:24.329

조금 더 효율적이고 쉽게 나눗셈을
했을 때 나머지를 구한다든지

00:01:24.429 --> 00:01:26.824

그렇게 해줄 수가 있는
그런 도구가 되는데

00:01:26.924 --> 00:01:29.761

그것의 밑바탕이 되는 것이
바로 항등식이 됩니다.

00:01:29.861 --> 00:01:31.981

그래서 우리 알파벳에서
이 정도 왔으면

00:01:32.081 --> 00:01:34.751

단어 정도 넘어왔다고
생각을 할 수가 있어요.

00:01:34.851 --> 00:01:36.544

일단 등식을 다루고 있으니깐.

00:01:36.644 --> 00:01:39.445

식과 식의 관계를 보는 것입니다.

00:01:39.545 --> 00:01:43.614

그렇게 해서 이 항등식은 어떤
식으로 우리가 다루게 될지

00:01:43.714 --> 00:01:48.163

항상 성립하는 등식이라고 했는데
그것이 과연 무슨 의미를 가질지

00:01:48.263 --> 00:01:52.295

그냥 항상 성립하는 건데 뭐하러 보나,
라는 생각이 들 수도 있을 텐데요.

00:01:52.395 --> 00:01:55.746

어떤 의미를 가지게 되는지
지금부터 한번 시작을 해볼게요.

00:01:55.846 --> 00:01:58.975

이번 수업 본격적으로
시작하기에 앞서서

00:01:59.075 --> 00:02:02.658

여러분과 제가 이렇게 대화를
할 수 있는 교실 상황이라면

00:02:02.758 --> 00:02:09.260

제가 영수가 되고 여러분이 태희가
되어서 같이 게임을 해보고 싶은데

00:02:09.360 --> 00:02:13.949

한번 영수와 태희로 대신해서
같이 게임을 해보도록 할까요?

00:02:14.049 --> 00:02:16.566

영수가 태희의 관심을
끌고 싶었어요.

00:02:16.666 --> 00:02:18.066

그래서 이렇게 질문했습니다.

00:02:18.166 --> 00:02:19.615

좋아하는 수를 한 번 생각해봐.

00:02:19.715 --> 00:02:21.292

그러면 내가 알아맞혀 볼게.

00:02:21.392 --> 00:02:22.805

태희가 응 생각했어.

00:02:22.905 --> 00:02:27.732

그랬더니 영수가 그러면 좋아하는
수에 7을 더하고 3을 곱해봐.

00:02:27.832 --> 00:02:28.961

태희가 응.

00:02:29.061 --> 00:02:33.981

그러면 영수가 거기에서 다시 24를 뺀
뒤에 2를 곱해봐, 라고 했습니다.

00:02:34.081 --> 00:02:34.917

그래 했어.

00:02:35.017 --> 00:02:37.651

계산을 일일이 하려면
좀 귀찮긴 했겠네요.

00:02:37.751 --> 00:02:41.670

그랬더니 영수가 그럼 그 수를
6으로 나누고 11을 더해봐.

00:02:41.770 --> 00:02:44.374

무슨 수가 나오니?

00:02:44.474 --> 00:02:48.888

한참을 계산한 다음에 27이
나오는데, 라고 말하는 순간

00:02:48.988 --> 00:02:52.961
영수가 그러면 네가 좋아하는 수는
17이구나, 라고 대답을 했어요.

00:02:53.061 --> 00:02:55.187
그랬더니 태희가 어머,
넌 아주 나의 마음을

00:02:55.287 --> 00:02:57.572
제대로 읽었는 걸, 이라고
이야기를 했습니다.

00:02:57.672 --> 00:03:01.095
혹시 여러분도 같이
계산을 하셨나요?

00:03:01.195 --> 00:03:05.791
계산했을 때 만약에 계산한
결과가 34가 나왔다.

00:03:05.891 --> 00:03:07.927
그렇다면 제가 맞혀볼까요?

00:03:08.027 --> 00:03:11.192
여러분이 좋아하는 수는
24였을 거예요.

00:03:11.292 --> 00:03:15.523
만약에 여러분이 7를
좋아한다고 한다면

00:03:15.623 --> 00:03:20.963
그때 여러분이 계산해서 나오는
수는 아마도 17이었을 것입니다.

00:03:21.063 --> 00:03:23.646
제가 어떻게 이렇게
대답을 했을까요?

00:03:23.746 --> 00:03:26.519
영수는 또 어떻게 이렇게
대답을 했을까요?

00:03:26.619 --> 00:03:29.264
과정을 한번 다시 살펴볼까요?

00:03:29.364 --> 00:03:32.313
처음에 영수가 좋아하는
수를 생각해봐.

00:03:32.413 --> 00:03:35.375
그리고 태희가 응,
생각했어, 라고 했습니다.

00:03:35.475 --> 00:03:38.766
이 좋아하는 수가 x였다고
한번 생각을 해볼까요?

00:03:38.866 --> 00:03:41.021
태희가 좋아하는 수가 x 였을 때

00:03:41.121 --> 00:03:44.555
거기에 7을 더하고 3을
곱해보라고 했습니다.

00:03:44.655 --> 00:03:47.986
그러면 x 에 7을 더하고
곱하기 3을 했어요.

00:03:48.086 --> 00:03:55.824
그랬더니 그다음에는 여기서 다시 24를
뺀 뒤에 2를 곱해봐, 라고 했습니다.

00:03:55.924 --> 00:04:00.443
그리고 그것을 6으로 나누고 11을
더해봐, 라고 한 거예요.

00:04:00.543 --> 00:04:03.890
그래서 무슨 수가 나오는지
그걸 보자고 했는데요.

00:04:03.990 --> 00:04:06.031
이거 한번 계산을 해볼까요?

00:04:06.131 --> 00:04:10.650
다소 복잡해 보이기는
하지만 $3x+21$ 이죠?

00:04:10.750 --> 00:04:12.660
거기에서 24를 뺐어요.

00:04:12.760 --> 00:04:17.014
그러면 이 중괄호 안에는 있는
것은 $3x-3$ 이 될 거고요.

00:04:17.114 --> 00:04:22.677
거기에 2를 곱한 다음에 나누기
6을 하고 11을 더한 거예요.

00:04:22.777 --> 00:04:28.191
그러면 분자가 $6x-6$ 이
되고 나누기 $6+11$.

00:04:28.291 --> 00:04:32.787
이렇게 나오니까 6, 6, 6 이렇게
전부 약분을 해줄 수가 있죠?

00:04:32.887 --> 00:04:39.516
 $x-1+11$ 해서 $x+10$ 이
나오게 됩니다.

00:04:39.616 --> 00:04:43.075
복잡해 보였던 이 식을
계산해서 정리하니까

00:04:43.175 --> 00:04:45.627
 $x+10$ 이라는 게 나왔어요.

00:04:45.727 --> 00:04:52.900

이거는 x 의 값에 관계없이 항상 성립하게 되는 항등식이에요.

00:04:53.000 --> 00:04:55.926

복잡하게 생겼었지만 결국은 계산하니까

00:04:56.026 --> 00:04:58.537

이렇게 $x+10$ 이라고 나왔다는 거죠.

00:04:58.637 --> 00:05:03.460

그러면 이제 태희가 내가 계산한 수를 보니까

00:05:03.560 --> 00:05:06.252

27이 나오는데, 라고 이야기를 했어요.

00:05:06.352 --> 00:05:10.169

이렇게 이 $x+10$ 이 27이 된다는 것은

00:05:10.269 --> 00:05:14.537

x 가 언제 무슨 값일 때 성립하는 식이죠?

00:05:14.637 --> 00:05:19.069

여기 x 에 17이 들어가면 성립하는 식입니다.

00:05:19.169 --> 00:05:24.824

이거는 x 의 값에 따라서 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 식이에요.

00:05:24.924 --> 00:05:28.843

이런 등식을 우리는 방정식이라고 부릅니다.

00:05:28.943 --> 00:05:33.772

그래서 영수는 이미 이 복잡한 계산을 하게 되면

00:05:33.872 --> 00:05:39.051

이것이 항상 $x+10$ 과 같다는 항등식을 가지고 있었던 거고요.

00:05:39.151 --> 00:05:46.325

$x+10$ 과 같다는 그 결과를 바탕으로 27이라는 태희의 숫자에 대해서

00:05:46.425 --> 00:05:52.870

아, 그러면 태희가 좋아하는 숫자는 17이었구나, 라는 방정식을 풀어서

00:05:52.970 --> 00:05:55.699

x 의 값을 찾을 수가 있었던 거예요.

00:05:55.799 --> 00:05:59.692

아주 마음을 읽은 것처럼, 태희의

마음을 잘 알고 있는 것처럼

00:05:59.792 --> 00:06:02.308

그렇게 영수가 으쓱
될 수도 있었겠죠?

00:06:02.408 --> 00:06:05.172

하지만 태희가 정말 수학을
잘하는 학생이었다면

00:06:05.272 --> 00:06:07.410

x로 놓고 이렇게 계산을 해보고

00:06:07.510 --> 00:06:11.212

뭐야, 그냥 당연히
계산하고 방정식을 풀면

00:06:11.312 --> 00:06:13.799

나오는 결과네, 라고 생각을
할 수도 있었을 거예요.

00:06:13.899 --> 00:06:18.595

이렇게 등식은 항상 성립하는
항등식이라는 것이 있고요.

00:06:18.695 --> 00:06:21.401

그리고 x의 값에 따라서
참이 되기도 하고

00:06:21.501 --> 00:06:24.197

거짓이 되기도 하는
방정식이 있습니다.

00:06:24.297 --> 00:06:27.739

그래서 등식을 이루는
항등식과 방정식 중에서

00:06:27.839 --> 00:06:31.366

이번 강에서는 항등식을
다루게 되는 것이고요.

00:06:31.466 --> 00:06:34.333

중학교 때 이미 항등식이라는
용어를 보기도 했을 거예요.

00:06:34.433 --> 00:06:38.405

그리고 몇 강 뒤에 본격적으로
방정식을 보게 되는 거예요.

00:06:38.505 --> 00:06:41.878

중학교 때 역시 또 이미
방정식을 학습했었죠?

00:06:41.978 --> 00:06:45.941

1차 방정식, 2차
방정식까지 봤을 거예요.

00:06:46.041 --> 00:06:50.831

이제 고등학교에서는 2차 방정식에서
성립하는 여러 가지 이론들을

00:06:50.931 --> 00:06:53.507
조금 더 확장해서 다루게 되고요.

00:06:53.607 --> 00:06:55.542
그리고 3차 방정식, 4차 방정식

00:06:55.642 --> 00:06:59.023
그리고 약간 복잡한
연립방정식까지 다루게 됩니다.

00:06:59.123 --> 00:07:02.063
그래서 이번 강은 일단
항등식 같이 한번 볼게요.

00:07:02.163 --> 00:07:05.728
제가 얼핏 말씀을 드렸지만,
항등식이라는 것은 무엇이나,

00:07:05.828 --> 00:07:07.895
바로 주어진 문자.

00:07:07.995 --> 00:07:10.744
그러니까 누구에 대한 항등식,
이런 말이 있을 거예요.

00:07:10.844 --> 00:07:14.955
그러면 그렇게 누구에 대한
항등식이라고 할 때 주어진 그 문자에

00:07:15.055 --> 00:07:18.159
어떤 값을 대입해도
항상 참이 되는 등식.

00:07:18.259 --> 00:07:20.965
그것을 x 에 대한 항등식이다,

00:07:21.065 --> 00:07:24.423
그 어떤 문자에 대한 항등식이다,
라고 이야기를 하는데

00:07:24.523 --> 00:07:26.489
잠시 국어 공부 좀 해보겠습니다.

00:07:26.589 --> 00:07:31.668
주어진 식이 x 에 관한 항등식임을
나타내는 용어, 어구들.

00:07:31.768 --> 00:07:33.891
그런 것들이 좀 있을 수 있어요.

00:07:33.991 --> 00:07:36.871
어떻게 표현을 우리가 다르게
해줄 수 있을까요?

00:07:36.971 --> 00:07:39.705
그러니까 문제에 이게 x 에
대한 항등식이야, 라고

00:07:39.805 --> 00:07:42.417
말을 해주는 다른
표현들이 좀 있거든요.

00:07:42.517 --> 00:07:44.577
먼저 쓸 수 있는 말.

00:07:44.677 --> 00:07:48.466
모든 x 에 대해서
성립한다는 거예요.

00:07:48.566 --> 00:07:56.179
모든 x 에 대하여 ~
성립할 때 ~를 구하여라.

00:07:56.279 --> 00:08:00.810
이게 당연히 성립한다는데 도저히
뭘 구하라고 하는 걸까 하며

00:08:00.910 --> 00:08:02.217
아직까지 감이 없으시죠?

00:08:02.317 --> 00:08:05.381
국어 공부 조금만 한 다음에
바로 문제로 들어가 보겠습니다.

00:08:05.481 --> 00:08:10.905
그다음에 수학에서 모든이라는 것을 표현할
수 있는 다른 단어 중의 하나가

00:08:11.005 --> 00:08:15.670
임의의 x 에 대하여 ~
어떤 등식 나오고

00:08:15.770 --> 00:08:18.863
그것이 성립할 때, 라고
표현을 해줄 수도 있어요.

00:08:18.963 --> 00:08:22.573
그리고 여기 보면
어떤 값을 대입해도

00:08:22.673 --> 00:08:26.073
항상 참이 된다는 것이
항등식의 정의였잖아요.

00:08:26.173 --> 00:08:38.667
어떠한 x 의 값에 대해서도
항상 ~ 식이

00:08:38.767 --> 00:08:42.218
성립할 때라고 표현을
해줄 수도 있고요.

00:08:42.318 --> 00:08:46.168
그리고 또 많이 나오는 표현
중에 어떤 것이 있느냐,

00:08:46.268 --> 00:08:49.591
 x 의 값에 관계없이.

00:08:49.691 --> 00:08:55.095
이 x 의 값에 관계없다는 말 자체도
 x 에 어떤 값이 들어가더라도

00:08:55.195 --> 00:08:57.662
항상 성립한다는 것을 의미하겠죠.

00:08:57.762 --> 00:09:00.928
그래서 이렇게 네 가지
말 정도가 나오면

00:09:01.028 --> 00:09:04.816
직접적으로 항등식이예요, 라고
말을 하고 있지는 않지만

00:09:04.916 --> 00:09:07.702
여기 항등식에 원래
제가 적어본 정의,

00:09:07.802 --> 00:09:09.831
주어진 문자에 어떤 값을 대입해도

00:09:09.931 --> 00:09:14.350
항상 참이 되는 등식이라는
것을 다르게 표현할 수 있는

00:09:14.450 --> 00:09:17.622
같은 그런 국어적인
표현이 되는 거죠.

00:09:17.722 --> 00:09:20.585
그래서 이러한 표현들이 나오면

00:09:20.685 --> 00:09:25.434
아, 이 등식이 항상 성립하는
항등식이라는 것이구나, 라고

00:09:25.534 --> 00:09:27.683
알아들으시면 되는 거예요.

00:09:29.839 --> 00:09:33.168
예를 들어서 제가 문제를
보여드리도록 할게요.

00:09:33.268 --> 00:09:35.045
예제 1번인데요.

00:09:35.145 --> 00:09:36.900
예를 들어서 이렇게
나올 수 있다는 거죠.

00:09:37.000 --> 00:09:42.969
모든 실수 x 에 대하여 이것이
성립할 때 두 상수 a, b 의 합

00:09:43.069 --> 00:09:44.872
 $a+b$ 의 값을 구하시오.

00:09:44.972 --> 00:09:46.942
이렇게 문제가 나올 수 있어요.

00:09:47.042 --> 00:09:49.476
지금 어떤 걸 이야기하고 있냐면,

00:09:49.576 --> 00:09:54.939
x+1을 4번 곱했다는 거예요.

00:09:55.039 --> 00:10:00.358
우리가 지난 곱셈 공식에서 제공
배웠고 세 제공까지 배웠는데

00:10:00.458 --> 00:10:02.202
네 제공하는 거 안 배웠잖아요?

00:10:02.302 --> 00:10:10.445
그런데 네 제공을 했을 때 애가
 $x^4 + ax^3 + bx^2 + 4x + 1$ 이다.

00:10:10.545 --> 00:10:13.466
이렇게 되는 것이 성립한다고
이야기를 했어요.

00:10:13.566 --> 00:10:14.686
성립할까요?

00:10:14.786 --> 00:10:16.339
만약에 4번을 곱했다.

00:10:16.439 --> 00:10:21.931
우리 곱하는 원리를 생각했을 때
상자가 4개가 필요하겠죠?

00:10:22.031 --> 00:10:25.255
4개의 상자에 x라고 적혀있는 것과

00:10:25.355 --> 00:10:28.948
1이라고 적혀있는 것이
이렇게 각각 들어가 있는

00:10:29.048 --> 00:10:34.367
4개의 상자에서 하나씩을 꺼내서
곱한다는 의미를 가지고 있잖아요.

00:10:34.467 --> 00:10:38.911
그래서 모두 x만 뽑았을 때
x의 네 제공이 나올 거고

00:10:39.011 --> 00:10:47.827
여기 세 군데에서 x, x,
x를 뽑고 여기서 1을 뽑았다.

00:10:47.927 --> 00:10:52.375
그러면 x^3 이라는 것이 나오고 그게
나올 수 있는 경우의 수에 따라서

00:10:52.475 --> 00:10:55.188
앞에 계수들이 쪽쪽 결정될 거예요.

00:10:55.288 --> 00:10:57.100
x 2개, 1 2개.

00:10:57.200 --> 00:11:00.736
그다음에 x 1개, 1 3개.

00:11:00.836 --> 00:11:03.158

그리고 1만 4개 뽑은 것.

00:11:03.258 --> 00:11:05.592

그런 식으로 해서
계수가 결정될 텐데

00:11:05.692 --> 00:11:07.300

그거를 우리가 일일이 다 구해야지만

00:11:07.400 --> 00:11:10.400

a, b를 구할 수가
있느냐, 라는 것이 아니라

00:11:10.500 --> 00:11:12.462

지금 보면 이게 어떤 식이라고요?

00:11:12.562 --> 00:11:16.521

모든 실수 x 에 대해서
성립하는 식이라고 했습니다.

00:11:16.621 --> 00:11:19.185

그런데 내가 구해야
되는 것은 뭐예요?

00:11:19.285 --> 00:11:23.059

$a+b$ 의 값을 구하여라,
라고 문제에 나왔어요.

00:11:23.159 --> 00:11:25.295

그러면 이제 머리를 써보자는 거죠.

00:11:25.395 --> 00:11:27.504

모든 x 에 대해서
성립한다고 했거든요.

00:11:27.604 --> 00:11:29.979

아까 똑같은 말 나타내는 것 중에서

00:11:30.079 --> 00:11:34.591

어떠한 x 를 대입하더라도
성립한다는 그런 의미를 가져요.

00:11:34.691 --> 00:11:38.368

여기서 $a+b$ 라는 걸
끄집어내고 싶어요.

00:11:38.468 --> 00:11:42.129

그러면 x 에 뭘
대입해볼 수 있을까요?

00:11:42.229 --> 00:11:46.140

$a+b$ 라는 값이 딱
계산이 되어서 나오려면

00:11:46.240 --> 00:11:51.203

x 에 1을 대입해도
성립하는 거예요.

00:11:51.303 --> 00:11:54.134

모든 실수 x 에 대해서
성립한다고 했으니까

00:11:54.234 --> 00:11:57.832

당연히 x 에 1을 대입하더라도
식이 성립한다는 것이죠.

00:11:57.932 --> 00:12:05.200

그래서 1을 대입해본다면 $1+1$ 의
네 계급이 $1+a+b+4+1$.

00:12:05.300 --> 00:12:10.659

이게 항상 성립하게 되면서
16이 $a+b+6$ 이 되고요.

00:12:10.759 --> 00:12:14.918

그러면 $a+b$ 의 값이
10이 나오게 된다고

00:12:15.018 --> 00:12:17.129

이렇게 값을 찾아줄 수도 있습니다.

00:12:17.229 --> 00:12:18.970

어떤가요?

00:12:19.070 --> 00:12:22.847

항등식이 어떤 맥락에서
문제가 나올지 알겠어요?

00:12:22.947 --> 00:12:24.335

복잡한 식이 있어요.

00:12:24.435 --> 00:12:27.224

내가 직접 계산해보기
너무 어려운 식.

00:12:27.324 --> 00:12:29.895

구체적으로 식이 주어졌는지
않을 수도 있어요.

00:12:29.995 --> 00:12:33.394

$f(x)$, $g(x)$ 이런
것들이 섞여서 나올 때

00:12:33.494 --> 00:12:37.982

대신 모든 실수 x 에 대해서 항상
성립하는 식이다, 라는 조건이 있다면

00:12:38.082 --> 00:12:40.889

내가 원하는 거 아무거나
대입을 해보면서

00:12:40.989 --> 00:12:43.715

a , b 의 값을 찾아줄
수가 있다는 거예요.

00:12:43.815 --> 00:12:45.263

이런 것이 바로 항등식이구요.

00:12:45.363 --> 00:12:48.229

지금 이렇게 심플한
맥락에서 나올 수도 있고

00:12:48.329 --> 00:12:53.623

여러분, 혹시 나중에 심심할 때
전국연합학력평가라든지

00:12:53.723 --> 00:12:57.496

수능 기출문제라든지 그런
거에 29번, 30번 문제.

00:12:57.596 --> 00:12:59.246

뭔가 조건으로 이렇게 주어지는,

00:12:59.346 --> 00:13:02.422

어떤 함수에 대한 조건이
주어지는 그런 문제들이 있는데

00:13:02.522 --> 00:13:06.820

거기에 보면 조건, 어떤 함수
 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다,

00:13:06.920 --> 00:13:10.071

모든 실수 x 에 대해서 다음
조건을 만족한다고 하면서

00:13:10.218 --> 00:13:12.276

뭔가 미지의 수가 나온다든지

00:13:12.376 --> 00:13:14.944

미지의 식이 섞여서 식이
나오는 경우가 있습니다.

00:13:15.044 --> 00:13:20.365

그런 게 전부 다 항등식이고 그
항등식을 우리가 성립한다는 것을 알 때

00:13:20.465 --> 00:13:27.019

거기에 적절히 어떠한 조작을 해서
미지의 계수들이 같이 좀 있다면

00:13:27.119 --> 00:13:29.233

그리고 내가 이 식이 뭔지 모르는데

00:13:29.333 --> 00:13:32.989

그런 모든 실수 x 에 대해서
성립한다는 조건을 가지고

00:13:33.089 --> 00:13:37.485

아, 이 식이 어떤 모양을 가지는
식이 될지를 추론해나가는 과정.

00:13:37.585 --> 00:13:40.979

바로 그것이 항등식을 푸는
과정이라고 할 수가 있습니다.

00:13:41.079 --> 00:13:44.136

그래서 우리가 아주 간단한
것부터 시작해볼 거예요.

00:13:44.236 --> 00:13:47.666

우리 다항식 중에서 가장
심플한 형태의 다항식.

00:13:47.766 --> 00:13:54.641

$ax+b$ 는 0이라는 것이 x 에
대한 항등식이 되도록 한다.

00:13:54.741 --> 00:13:58.122

예를 들어서 만약에 $2x+3=0$.

00:13:58.222 --> 00:14:02.283

이렇게 되어있는 것이 있다면
이게 항등식이 될 수 있나요?

00:14:02.383 --> 00:14:04.843

애는 아주 전형적인
1차 방정식이죠?

00:14:04.943 --> 00:14:09.273

x 가 $-\frac{2}{3}$ 이다, 라고
답을 구할 수 있는 식이에요,

00:14:09.373 --> 00:14:10.564

해를 구할 수 있는 식.

00:14:10.664 --> 00:14:15.927

x 가 $-\frac{2}{3}$ 일 때만 성립하는
식으로 그렇게 나오는 식인데

00:14:16.027 --> 00:14:20.565

지금 여기에서 이야기하는 것은
항상 항등식이 되기 위한 조건.

00:14:20.665 --> 00:14:22.292

항상 성립해야 된다는 거죠.

00:14:22.392 --> 00:14:26.991

그러려면 과연 a, b 에
어떤 조건이 있어야 될까.

00:14:27.091 --> 00:14:31.067

저기 계수에 어떤 조건이 있을 때
항등식이 될 것인가, 라는 것을

00:14:31.167 --> 00:14:33.515

한번 생각을 해보자는 것입니다.

00:14:33.615 --> 00:14:47.696

그러면 $ax+b$ 는 0이 모든 x 의 값에
대하여 성립한다는 것을 의미하거든요.

00:14:47.796 --> 00:14:53.393

이게 x 에 대한 항등식이다, 라는 것
자체가 $ax+b$ 는 0이라는 것이

00:14:53.493 --> 00:14:55.266

모든 x 의 값에 대해서.

00:14:55.366 --> 00:15:00.866

어떠한 x 를 대입하든지 x 의 값에
관계없이 항상 성립한다는 거예요.

00:15:00.966 --> 00:15:06.614

그렇다면 내가 원하는 수를 아무거나

대입해볼 수 있지 않을까요?

00:15:06.714 --> 00:15:09.721

쉬운 수 불러보세요.

00:15:09.821 --> 00:15:13.477

x는 그러면 0이라는 것을
한번 대입을 해보겠습니다.

00:15:13.577 --> 00:15:19.977

그러면 $a*0+b$ 는 0이라는
것이 성립해야 된다는 거예요.

00:15:20.077 --> 00:15:25.349

만약에 아까 우리가 예로 들었던
이거랑 비교해서 보자면

00:15:25.449 --> 00:15:28.082

$2x+3$ 은 0이라는 식이 있었다.

00:15:28.182 --> 00:15:33.476

여기에 0을 대입했을 때
같은 것이 성립하나요? 안 돼요.

00:15:33.576 --> 00:15:36.242

이거 같은 경우는
항등식이 아닌 거예요.

00:15:36.342 --> 00:15:41.249

여기에 0 대입해보면 좌변은 3이 나오고
우변은 0이 나오게 되기 때문에

00:15:41.349 --> 00:15:43.628

두 개가 같다는 게
성립할 수 없잖아요.

00:15:43.728 --> 00:15:48.470

그런데 여기서 성립하도록 그렇게
a, b를 정해주라는 거죠.

00:15:48.570 --> 00:15:52.621

그래서 0을 대입해봤더니
무엇이 나오게 되죠?

00:15:52.721 --> 00:15:56.427

b가 0이다, 라는 조건을
우리가 찾을 수가 있습니다.

00:15:56.527 --> 00:15:59.298

그러면 b는 항상 0이
되어야 한다는 거고요.

00:15:59.398 --> 00:16:01.505

그다음에 만만한 수, 뭐가 있나요?

00:16:01.605 --> 00:16:04.424

x에 1을 한번 대입해볼까요?

00:16:04.524 --> 00:16:09.925

그랬더니 $a+b$ 의 값이 0인데
b가 0이라고 했어요.

00:16:10.025 --> 00:16:15.716
그렇기 때문에 $a+0$ 은 0으로 나오게
되고 a 가 0이 된다는 뜻이에요.

00:16:15.816 --> 00:16:17.548
 a 도 0이 돼버렸네요.

00:16:17.648 --> 00:16:22.028
그러면 모든 x 의 값에
대해서 항상 성립하려면

00:16:22.128 --> 00:16:27.052
 a 는 0이고 b 는 0이다,
라고 할 수가 있을까요?

00:16:27.152 --> 00:16:28.410
그렇다는 거고요.

00:16:30.573 --> 00:16:34.397
직접 대입을 해서 식이 어떤
모양이었는데를 한번 보면

00:16:34.497 --> 00:16:37.945
진짜 좀 바보 같은 식의
모양이긴 하지만 이런 거예요.

00:16:38.045 --> 00:16:40.264
 $0*x+0$ 은 0.

00:16:40.364 --> 00:16:43.495
 x 에 1000만을 넣든
7을 넣든 100을 넣든

00:16:43.595 --> 00:16:46.937
항상 성립하게 된다는
것을 의미하죠.

00:16:47.037 --> 00:16:51.651
그래서 이거는 x 에 대한 항등식이
된다고 할 수가 있습니다.

00:16:51.751 --> 00:16:54.127
그래서 항등식이 되기
위한 조건 중에서

00:16:54.227 --> 00:16:56.944
아주 심플한, 가장
심플한 형태의 식.

00:16:57.044 --> 00:17:02.501
 $ax+b$ 는 0이 x 에 대한
항등식이다, 라는 걸 만족한다는 것은

00:17:02.601 --> 00:17:06.380
 a 는 0이고 b 는 0이다,
라는 것을 의미해요.

00:17:06.480 --> 00:17:13.749
그러면 $ax+b$ 가 $a'x+b'$ 과
같다는 것이 항상 성립하도록 하려면

00:17:13.849 --> 00:17:16.068
어떤 조건을 만족하면 될까요?

00:17:16.168 --> 00:17:19.609
여러분이 한번 직접
생각을 해보시겠어요?

00:17:19.709 --> 00:17:25.557
 $ax+b$ 하고 $a'x+b'$ 이랑
같다고 했는데

00:17:25.657 --> 00:17:31.904
이거를 왼쪽에 이항시켜놓고
생각한다면 이렇게 생겼죠.

00:17:32.004 --> 00:17:35.973
그런데 아까 어떻게 돼야지만
항등식이라고 했어요?

00:17:36.073 --> 00:17:38.844
여기가 0이고 여기가 0.

00:17:38.944 --> 00:17:43.544
지금 이게 $ax+b$ 는 0과
같은 형태가 되었잖아요.

00:17:43.644 --> 00:17:50.055
여기 뭔가 계수에 x 더하기 어떤 상수는
0이라는 식으로 변형이 됐으니까

00:17:50.155 --> 00:17:53.654
이게 0이고 이게 0이면
항등식이 되겠죠.

00:17:53.754 --> 00:17:57.367
이게 0이라는 것은
 a 랑 a' 이랑 같고

00:17:57.467 --> 00:18:00.815
또 b 랑 b' 이랑 같다는
것을 의미합니다.

00:18:00.915 --> 00:18:03.975
그래서 이런 형태의 식이
항등식이 된다는 것은

00:18:04.075 --> 00:18:06.326
 a 하고 a' 하고 같고요.

00:18:06.426 --> 00:18:09.335
 b 하고 b' 하고 같다는 것이 돼요.

00:18:09.435 --> 00:18:12.981
여러분이 직관적으로 당연하다고
생각이 드실 거예요.

00:18:13.081 --> 00:18:17.712
그냥 $ax+b$, $a'x+b'$
모양이 있어요.

00:18:17.812 --> 00:18:20.491

그러면 당연히 x 앞에
있는 계수끼리 같고

00:18:20.591 --> 00:18:24.785

그다음에 상수끼리 같다면 항상
성립하게 되는 식이겠구나, 라는 것을

00:18:24.885 --> 00:18:26.850

쉽게 이해할 수 있죠?

00:18:26.950 --> 00:18:31.522

그다음에 이제 세 번째,
 ax^2+bx+c 는 0.

00:18:31.622 --> 00:18:35.341

이렇게 뭔가 2차식의 형태를
가지고 있는 식이 있습니다.

00:18:35.441 --> 00:18:38.334

이것이 x 에 대한
항등식이다, 라고 한다면

00:18:38.434 --> 00:18:42.751

역시 모든 x 에 대해서
성립한다는 것을 의미하죠?

00:18:42.851 --> 00:18:47.233

이것이 x 에 어떤 것을
대입하더라도 성립해야 돼요.

00:18:47.333 --> 00:18:48.881

먼저 뭐 대입해볼까요?

00:18:48.981 --> 00:18:52.427

간단하게 대입할 수 있는
것이 x 는 0입니다.

00:18:52.527 --> 00:18:59.429

x 는 0을 대입해보니까
 $a*0+b*0+c$ 는 0이 나오게 되고

00:18:59.529 --> 00:19:02.082

이거는 늘 값이 0이에요.

00:19:02.182 --> 00:19:05.320

그러니까 c 가 0이다,
라는 결론이 나오네요?

00:19:05.420 --> 00:19:08.088

그다음에 x 에 1 대입해볼까요?

00:19:08.188 --> 00:19:15.545

그러면 $a+b+c$ 의 값은 0으로
나왔으니까 이렇게 0이 되면서

00:19:15.645 --> 00:19:17.670

$a+b$ 가 0 나오게 되죠?

00:19:17.770 --> 00:19:20.244

x 에 -1도 대입해볼까요?

00:19:20.344 --> 00:19:22.832

아직 우리가 a, b의 값을
찾을 수가 없기 때문에

00:19:22.932 --> 00:19:24.299

하나 더 대입해볼게요.

00:19:24.399 --> 00:19:26.551

마음에 안 드시면 1000을
대입해도 되고요.

00:19:26.651 --> 00:19:27.625

10을 대입해도 되고요.

00:19:27.777 --> 00:19:29.508

원하는 수 대입해보시면 돼요.

00:19:29.608 --> 00:19:34.862

그러면 -1을 대입하니깐
a-b+c가 나오게 되죠?

00:19:34.962 --> 00:19:37.356

c는 0이 되기 때문에 이거는 0.

00:19:37.456 --> 00:19:41.814

즉 a+b가 0이고 a-b가
0이 나오게 되었어요.

00:19:41.914 --> 00:19:44.430

a, b에 대한 연립방정식이죠?

00:19:44.530 --> 00:19:46.786

아주 간단한 형태의 연립방정식이니까

00:19:46.886 --> 00:19:51.396

둘을 더해보면 2a가 0이
나오면서 a가 0이 되고요.

00:19:51.496 --> 00:19:55.281

a가 0이라고 한다면
b도 0이 나와야겠죠.

00:19:55.381 --> 00:19:58.865

a에 0을 대입해보게
되면 b가 0이 됩니다.

00:19:58.965 --> 00:20:00.556

즉 어떻게 되느냐,

00:20:00.656 --> 00:20:05.737

a는 0이고 b도 0이고 c도 0이고
모두 다 0이 된다는 거예요.

00:20:05.837 --> 00:20:12.457

식의 형태가
 $0*x^2+0*x+0$ 은 0.

00:20:12.557 --> 00:20:14.026

이런 형태가 된다는 거죠.

00:20:14.126 --> 00:20:18.986

정말 x 에 어떤 수를 대입하든지
간에 0과 곱해서 0 나오고

00:20:19.086 --> 00:20:21.555

0과 곱해서 0 나오고
더하기 0을 했으니까

00:20:21.655 --> 00:20:24.094

결과적으로 0이 될 수밖에 없겠죠?

00:20:24.194 --> 00:20:34.301

그러면 마찬가지로 ax^2+bx+c 는
 $a'x^2+b'x+c'$ 과 같다는 식이 있을 때

00:20:34.401 --> 00:20:38.421

이걸 왼쪽에 이항시켜놓고
생각을 해본다면

00:20:38.521 --> 00:20:41.463

이런 식의 형태로 바뀌게 되고

00:20:41.563 --> 00:20:45.097

이것은 우리가 조금 전에 봤었던
것과 같은 형태의 식이죠?

00:20:45.197 --> 00:20:47.269

어떠한 계수가 이렇게 있고

00:20:47.369 --> 00:20:49.811

이거 곱하기 x^2 , 애 곱하기 x ,

00:20:49.911 --> 00:20:55.522

이거의 상수를 더한 것은
0이 된다는 형태가 있으니까

00:20:55.622 --> 00:21:00.089

이것이 항등식이 되려면
 x 에 대한 항등식이 되려면

00:21:00.189 --> 00:21:01.928

각각이 전부 다 0이면 되고

00:21:02.028 --> 00:21:06.138

이제 0이라는 건 a 랑
 a' 이랑 같다는 걸 의미하죠.

00:21:06.238 --> 00:21:10.227

b 랑 b' 이랑 같고 c 랑
 c' 이랑 같다는 거예요.

00:21:10.327 --> 00:21:13.855

양쪽 다 x 2차항을
가지고 있고요.

00:21:13.955 --> 00:21:16.657

2차식인지는 모르죠,
항등식이 되려면.

00:21:16.757 --> 00:21:19.056

사실 2차식이 항등식일

수는 없어요.

00:21:19.156 --> 00:21:22.217

결과적으로 여기 계수가 전부
다 0이 나오게 되니까

00:21:22.317 --> 00:21:25.788

사실 이거는 그냥 0이라는
상수처럼 그런 식이 나오게 되는데

00:21:25.888 --> 00:21:27.939

일단 곱보기에는 x 에
2차항, 1차항.

00:21:28.039 --> 00:21:29.721

이런 것들을 가지고 있잖아요.

00:21:29.821 --> 00:21:32.779

그런데 이것이 항등식이
된다고 하려면

00:21:32.879 --> 00:21:36.443

애랑 애랑 같고 이거랑 이거랑
같고 이거랑 이거랑 같고.

00:21:36.543 --> 00:21:41.473

같은 차수의 계수들이 전부
같아져야 된다는 것을 의미합니다.

00:21:41.573 --> 00:21:44.346

어찌 보면 정말 당연해 보이죠.

00:21:44.446 --> 00:21:47.040

항상 성립하는 것이니까
당연해 보이기도 해요.

00:21:47.140 --> 00:21:50.075

그래서 이것이 x 에
대한 항등식이다.

00:21:50.175 --> 00:21:53.611

a 랑 b 랑 c 랑 모두 다
0이 된다는 거고요.

00:21:53.711 --> 00:21:55.623

이것이 x 에 대한 항등식이다.

00:21:55.723 --> 00:22:00.013

같은 차수 계수끼리가
모두 같아지게 됩니다.

00:22:00.113 --> 00:22:03.610

2차식뿐만 아니라 3차식,
4차식 모두 다 그래요.

00:22:03.710 --> 00:22:06.694

같은 차수의 계수끼리가
서로 같아지면 되고요.

00:22:06.794 --> 00:22:10.480

그래서 x 에 대한 항등식을

푸는 기본적인 방법.

00:22:10.580 --> 00:22:14.057

x에 대해서 내림차순으로
정리를 하는 거예요.

00:22:14.157 --> 00:22:18.251

1차식이었다면 이런 형식으로,
2차식이었다고 한다면

00:22:18.351 --> 00:22:23.985

어떤 계수 곱하기 x^2 , 어떤 계수
곱하기 x 더하기 상수는 0.

00:22:24.085 --> 00:22:27.805

이렇게 된 다음에 여기 각각 계수에

00:22:27.905 --> 00:22:33.353

해당하는 값들이 모두 0이
되도록 하면 된다는 것입니다.

00:22:33.453 --> 00:22:37.909

이렇게 봐서는 도대체 이게 어떻게
활용이 될까 잘 모르시겠죠?

00:22:38.009 --> 00:22:39.982

문제를 한번 볼까요?

00:22:40.082 --> 00:22:42.834

이 식이 x에 대한
항등식이다, 라고

00:22:42.934 --> 00:22:45.276

항등식이라는 용어로
직접적으로 나왔네요.

00:22:45.376 --> 00:22:47.974

그때 a, b의 값을
구하자, 라고 했어요.

00:22:48.074 --> 00:22:56.650

그러면 이 식은 $ax^2+bx-b+c$ 라고
나오게 되고요.

00:22:56.750 --> 00:23:00.813

오른쪽은 x^2+3x+1 로
나오게 됩니다.

00:23:00.913 --> 00:23:04.157

그러면 1차, 2차, 상수.

00:23:04.257 --> 00:23:09.974

이렇게 있으니까 같은 차수의
계수끼리가 똑같으면 된다는 거예요.

00:23:10.074 --> 00:23:16.810

a가 1과 같고 b가
3과 같고 $-b+c$.

00:23:16.910 --> 00:23:21.886

여기서 상수에 해당하는 $-b+c$ 가

1과 같아지게 된다는 거죠.

00:23:21.986 --> 00:23:26.761

그런데 b 가 3이었으니까 b 에 3을 대입해서 계산해보면

00:23:26.861 --> 00:23:28.731

c 의 값이 4가 나오게 돼요.

00:23:28.831 --> 00:23:31.135

이렇게 접근을 할 수도 있고요.

00:23:31.235 --> 00:23:35.645

아니면 아까 제가 결론적으로 정리해서 보여드렸던 거 있죠?

00:23:35.745 --> 00:23:38.537

x 에 대한 내림차순으로 정리를 해보는 거예요.

00:23:38.637 --> 00:23:50.607

$a-1$ 의 x^2 그리고 $b-3$ 의 x 그리고 $-b+c-1$ 은 0의 형태로 식이 정리되니까

00:23:50.707 --> 00:23:56.208

x^2 앞의 계수, x 앞의 계수, 상수 부분 전부 다 0이 되어야 된다.

00:23:56.308 --> 00:24:02.272

마찬가지로 아까 풀었던 것과 같은 그런 방정식이 나오게 되면서

00:24:02.372 --> 00:24:07.713

항상 성립하도록 하는 a, b, c 계수의 값을 찾아줄 수가 있어요.

00:24:07.813 --> 00:24:10.657

아니면 이런 방법도 가능하지 않을까요?

00:24:10.757 --> 00:24:13.494

어차피 a, b, c 구하려고 하는 거잖아요.

00:24:13.594 --> 00:24:16.414

그런데 아까 이게 항등식이라고 한다면

00:24:16.514 --> 00:24:20.946

x 에 아무거나 대입해도 성립한다고 이야기를 했어요.

00:24:21.046 --> 00:24:23.961

그렇기 때문에 여기서도 대입을 해보는 거예요.

00:24:24.061 --> 00:24:25.779

x 는 0.

00:24:25.879 --> 00:24:31.615

x 자리에 0이라는 걸 대입해보는다면

-b+c가 1이라고 나오게 되죠.

00:24:31.715 --> 00:24:34.135
또 x에 1을 대입해볼까요?

00:24:34.235 --> 00:24:37.778
그러면 a+c가 5가
나오게 되고요.

00:24:37.878 --> 00:24:40.748
x에 만약 -1을 대입했다.

00:24:40.848 --> 00:24:48.889
a-2b+c가 -1을 대입해주면
1-3+1이 되니까 -1.

00:24:48.989 --> 00:24:50.461
이렇게 나오게 됩니다.

00:24:50.561 --> 00:24:58.526
그러면 여기서 c가 1+b와 같으니까
그걸 각각 여기, 여기에 대입해서

00:24:58.626 --> 00:25:04.082
c를 소거해주고 a, b를 구하는데
식이 다소 좀 복잡해지게 되죠.

00:25:04.182 --> 00:25:10.178
a, b, c 3개나 되는
방정식을 연립해서 풀어야 되니까.

00:25:10.278 --> 00:25:13.765
그래서 그때그때 여러분이
한번 수를 대입했다.

00:25:13.865 --> 00:25:16.610
그런데 식이 간단해지지
않는다고 한다면

00:25:16.710 --> 00:25:20.558
아까처럼 x에 대해서
내림차순으로 정리한 다음에

00:25:20.658 --> 00:25:23.131
같은 차수의 계수끼리 비교를 하거나

00:25:23.231 --> 00:25:27.619
아니면 완전히 왼쪽으로
다 이항을 시켜놓고

00:25:27.719 --> 00:25:31.226
앞에 계수들이 각각 전부 다
0이 되어야 된다는 사실을

00:25:31.326 --> 00:25:32.661
이용해줄 수가 있어요.

00:25:32.761 --> 00:25:34.678
결국 뭘 하고 있는 건가요?

00:25:34.778 --> 00:25:39.043

이렇게 어떤 식이 x 에 대한
항등식이다, 라고 할 때

00:25:39.143 --> 00:25:42.871

정해져 있지 않은 계수를
내가 찾아가는 거예요.

00:25:42.971 --> 00:25:45.746

항등식이 되도록 하는
계수를 찾아가면서

00:25:45.846 --> 00:25:49.487

원래 이 식이 어떤 식이었구나,
라는 것을 찾아가는

00:25:49.587 --> 00:25:51.329

그런 과정을 보는 거거든요.

00:25:51.429 --> 00:25:56.167

그래서 이렇게 항등식 문제는
결국 어떤 문제로 나오느냐,

00:25:56.267 --> 00:26:00.974

항등식의 성질을 이용해서 주어진
등식에서 누구를 찾느냐,

00:26:01.074 --> 00:26:03.252

미지의 계수를 정해요.

00:26:03.352 --> 00:26:08.854

미지의 계수를 정하는 것이기 때문에
미지의 계수를 정하는 방법이다.

00:26:08.954 --> 00:26:10.259

누구를 정한다고요?

00:26:10.359 --> 00:26:16.647

계수를 정하니까 미정계수법이다,
라고 이야기를 해요.

00:26:17.678 --> 00:26:22.367

미지의 계수를 정하는 방법,
미정계수법인 것인데

00:26:22.467 --> 00:26:24.100

지금 보니까 미정계수법.

00:26:24.200 --> 00:26:26.518

이렇게 미지의 계수를
찾아가는 방법에

00:26:26.618 --> 00:26:29.499

크게 두 가지가 있다고
볼 수가 있어요.

00:26:29.599 --> 00:26:32.597

계수비교법과 수치대입법.

00:26:32.697 --> 00:26:36.736

계수비교법은 항등식의
좌우변의 차수와

00:26:36.836 --> 00:26:40.008

대응하는 차수의 항의
계수는 모두 같다.

00:26:40.108 --> 00:26:42.595
다항식의 경우에는 차수가 있죠.

00:26:42.695 --> 00:26:45.894
여러분이 나중에 더 어려운
수학으로 가게 되면

00:26:45.994 --> 00:26:48.299
다항식이 아닌 식도 있어요.

00:26:48.399 --> 00:26:50.855
유리식도 있을 수 있고
무리식도 있을 수 있고

00:26:50.955 --> 00:26:53.399
이과 가는 학생들은 삼각함수.

00:26:54.497 --> 00:26:59.337
2015에서는 문과,
이과보다는 선택 과목이죠?

00:26:59.437 --> 00:27:06.531
수학 1을 선택하게 된다면
삼각비를 함수로 만들어준 삼각함수.

00:27:06.631 --> 00:27:08.293
이런 것도 보게 되고요.

00:27:08.393 --> 00:27:15.877
그래서 항등식의
좌우변에 다항식이었다면

00:27:15.977 --> 00:27:21.358
같은 차수끼리의 대응하는 계수가 서로
같아진다, 라고 하는 계수비교법.

00:27:21.458 --> 00:27:26.701
아까 우리가 $ax+b$ 가
0이다, 라는 것을 봤을 때

00:27:26.801 --> 00:27:28.035
바로 a 는 0, b 는 0.

00:27:28.135 --> 00:27:32.799
그리고 $ax+b$ 가 $0'x+b'$ 과
같다고 했을 때

00:27:32.899 --> 00:27:37.293
 a 는 a' 과 같고 b 는 b' 과
같다는 그런 원리에서 나온 것이

00:27:37.393 --> 00:27:40.164
바로 계수비교법이다,
라고 할 수가 있고요.

00:27:40.264 --> 00:27:44.369

수치대입법은 문자에 어떤 수를 대입해도 성립한다.

00:27:44.469 --> 00:27:49.639
애초에 우리가 $ax+b$ 는 0이라는 것이 성립한다고 할 때

00:27:49.739 --> 00:27:52.634
그 계수를 정하는 방법으로 사용을 했던 것.

00:27:52.734 --> 00:27:56.597
아무거나 대입해도 되는 것이니까 0도 대입해보고 1도 대입해보고

00:27:56.697 --> 00:28:00.856
그렇게 대입을 해서 결정해주는 방법을 수치대입법이라고 해요.

00:28:00.956 --> 00:28:03.349
그래서 계수비교법 또는 수치대입법 중에서

00:28:03.449 --> 00:28:08.753
여러분이 문제에서 접근하기 쉬워보인다는 것으로 이용해서 풀어주시면 되고요.

00:28:08.853 --> 00:28:12.507
문제를 보자마자 어떻게 아나요, 라고 생각을 할 수도 있겠지만

00:28:12.607 --> 00:28:13.829
두 개밖에 안 되잖아요?

00:28:13.929 --> 00:28:16.800
각각 하나씩 시도를 해보고 그중에서 잘 되는 것으로

00:28:16.900 --> 00:28:18.575
여러분이 선택을 해주시면 돼요.

00:28:18.675 --> 00:28:23.054
이게 x 에 대한 항등식이 되도록 a , b , c 의 값을 한번 정해볼게요.

00:28:23.154 --> 00:28:25.010
먼저 계수비교법으로 해볼까요?

00:28:25.110 --> 00:28:27.549
그야말로 계수를 비교해주는 거예요.

00:28:27.649 --> 00:28:33.323
그러면 $ax^2-2ax+a$ 로 이 식은 전개가 되고요.

00:28:33.423 --> 00:28:38.183
그다음에 $bx-b+c$ 로 좌변이 전개가 되죠.

00:28:38.283 --> 00:28:42.399

계수비교법을 쓰려면 같은 차수의
계수끼리가 똑같아야 되니까

00:28:42.499 --> 00:28:48.761
일단 이렇게 x 에 대해서 내림차순으로
예쁘게 정리가 안 되어있었다고 한다면

00:28:48.861 --> 00:28:52.157
그걸 정리해주기 위해서
일단 왼쪽을 전개했어요.

00:28:52.257 --> 00:29:01.425
그러고 나니까 $ax^2+(-2a+b)x+a-b+c$ 로
나오게 되죠.

00:29:01.525 --> 00:29:03.098
이것이 누구랑 같다고요?

00:29:03.198 --> 00:29:06.853
 $2x^2-x+3$ 과 같습니다.

00:29:06.953 --> 00:29:10.571
그러면 같은 차수의 계수끼리가
똑같다는 거예요.

00:29:10.671 --> 00:29:15.047
계수를 비교해보면 a 가 2가
나온다는 걸 알 수가 있고요.

00:29:15.147 --> 00:29:20.247
 a 가 2라고 한다면 그걸 여기다
대입해서 $-4+b$ 가 되는데

00:29:20.347 --> 00:29:22.232
그것이 -1 이 되죠.

00:29:22.332 --> 00:29:26.046
그래서 b 의 값은 3이 된다는
걸 끌어낼 수가 있고요.

00:29:26.146 --> 00:29:28.478
 $a-b+c$ 가 3이 돼요.

00:29:28.578 --> 00:29:33.960
 a 가 2고 b 가 3이니까
 $a-b$ 의 값은 -1 이죠?

00:29:34.060 --> 00:29:37.477
거기다 c 를 더한 것이
3이 된다는 거예요.

00:29:37.577 --> 00:29:43.678
그러면 c 의 값은 4가 돼서 $a, b,$
 c 를 끌어내 주는 방법이 바로 계수비교법.

00:29:43.778 --> 00:29:47.576
같은 차수의 계수끼리
비교해준 거예요.

00:29:47.676 --> 00:29:49.011
 a 랑 2랑 같다.

00:29:49.111 --> 00:29:53.288
-2a+b와 -1이 같다.

00:29:53.388 --> 00:29:57.284
그다음에 a-b+c와
3이 같아진다.

00:29:57.384 --> 00:30:03.163
같은 차수의 항의 계수끼리가
서로 같다는 것을 이용해서

00:30:03.263 --> 00:30:06.561
쭉쭉 값을 찾아줄 수가 있고요.

00:30:06.661 --> 00:30:09.544
이번에는 수치대입법을 써볼까요?

00:30:09.644 --> 00:30:15.841
그런데 이 식의 모양을 보니까
일단 뭘 대입하고 싶으세요?

00:30:15.941 --> 00:30:20.309
나 대입해주세요, 라고 말하고
있는 그런 수가 있지 않나요?

00:30:20.409 --> 00:30:24.767
x 양변에 1을 대입해보는 거예요.

00:30:24.867 --> 00:30:27.696
그러면 여기가 없어지죠.

00:30:27.796 --> 00:30:30.382
x-1로 정리가 되어있기 때문에

00:30:30.482 --> 00:30:34.536
이 a, b가 들어가 있는 부분의
계수가 그냥 없어지게 됩니다.

00:30:34.636 --> 00:30:40.944
그래서 좌변은 c가 나오고 우변은
2-1+3이 나오게 되죠.

00:30:41.044 --> 00:30:44.370
그래서 계산을 해보면 4가
나오게 되는 거예요.

00:30:44.470 --> 00:30:46.186
한 번에 c를 찾았어요.

00:30:46.286 --> 00:30:48.807
그리고 나서 뭘
대입하면 좀 편할까요?

00:30:48.907 --> 00:30:51.293
x에 2를 대입해볼까요?

00:30:51.393 --> 00:30:56.122
그러면 2-1이 1이니까 좀
계산이 쉬워지게 되겠죠?

00:30:56.222 --> 00:31:03.396

좌변은 $a+b$ 에 $+c$ 인데 c 의 값이
4니까 여기 4로 나오게 되고

00:31:03.496 --> 00:31:06.481

여기다 1을 대입해주면
값이 4가 되네요.

00:31:06.581 --> 00:31:10.616

$2-1+3$ 해서 4가 나왔습니다.

00:31:10.716 --> 00:31:14.250

그러면 $a+b$ 의 값이
0이 나오게 되고요.

00:31:14.350 --> 00:31:17.350

이제 뭘 대입해주면 또 편할까요?

00:31:17.450 --> 00:31:20.077

x 에 0 대입할까요?

00:31:20.177 --> 00:31:25.466

좌변의 값은 a^* 이거 대입하는 게
어려운 친구들 있을 수 있으니까

00:31:25.566 --> 00:31:29.069

제가 이 세 번째 계산은
차근차근 다시 해드려 볼게요.

00:31:29.169 --> 00:31:36.128

$(0-1)^2+b(0-1)+c$,
우변은 $2*0^2-0+3$.

00:31:36.228 --> 00:31:38.793

이렇게 되면 $0-1$ 은 -1 이죠?

00:31:38.893 --> 00:31:41.819

그걸 제공했으니까
1과 곱해져서 a .

00:31:41.919 --> 00:31:45.524

$0-1$ 은 -1 이니까
 b 와 곱하면 $-b$.

00:31:45.624 --> 00:31:48.699

c 의 값은 방금 4라고 구해봤어요.

00:31:48.799 --> 00:31:55.480

$+4$ 는 여기 0 되면서 3이
되니까 $a-b$ 가 -1 이 나와요.

00:31:55.580 --> 00:32:00.313

그러면 이거 하고 이거 하고
연립해서 풀어보면 되겠죠?

00:32:00.413 --> 00:32:03.734

$a+b$ 의 값이 0이
나오게 된 거고요.

00:32:03.834 --> 00:32:10.578

$a-b$ 의 값이 -1 이다, 라고

이렇게 나오게 되었습니다.

00:32:10.678 --> 00:32:18.922
그러면 이제 그 계산을 해보게
되면 둘을 더해볼 수가 있죠.

00:32:19.022 --> 00:32:24.162
그러면 둘을 더한 것이 $2a$ 가
되고 그 값이 -1 .

00:32:24.262 --> 00:32:27.204
이렇게 나오게 되겠네요.

00:32:27.312 --> 00:32:32.866
죄송해요, 제가 아까 여기서
너무 급하게 계산하다 잘못했습니다.

00:32:32.958 --> 00:32:34.964
 x 에 2 를 대입했죠?

00:32:35.064 --> 00:32:41.747
 2 를 대입했으니까 여기서
 $2*2^2-2+3$ 이죠?

00:32:41.847 --> 00:32:48.121
그러면 $2*4=8-2+3$ 이 되는
거니까 여기의 값이 9 가 되고요.

00:32:48.221 --> 00:32:51.408
 $a+b$ 의 값은 5 로 나와야 합니다.

00:32:51.508 --> 00:32:53.663
아까 x 는 2 대입한 거였어요.

00:32:53.763 --> 00:32:56.631
그러면 좌변은 $a+b+c$ 가 4 .

00:32:56.731 --> 00:33:07.517
우변은 $2*2^2-2+3$
해서 $8-2+3$ 이니까 9 .

00:33:07.617 --> 00:33:11.781
그래서 4 를 넘기게 되면
 $a+b$ 가 5 가 된다고 나오고요.

00:33:11.881 --> 00:33:13.179
여기가 5 입니다.

00:33:13.279 --> 00:33:18.910
그래서 둘을 더해주면 $2a$ 가 4 가
나오게 되어서 a 가 2 가 되고요.

00:33:19.010 --> 00:33:21.541
그리고 a 가 2 라고
한다면 둘을 더해서

00:33:21.641 --> 00:33:24.392
 5 가 되려면 b 는 3 이다,
라고 나오는 거죠.

00:33:24.492 --> 00:33:27.851

a, b, c=4까지 나오게 되고

00:33:28.003 --> 00:33:33.505
아까 우리 계수비교법으로 쓴 거랑
똑같은 결과를 얻어줄 수가 있습니다.

00:33:33.605 --> 00:33:35.892
여러분이 편한 방법으로
푸시면 돼요.

00:33:35.992 --> 00:33:38.411
수치대입이 좀 더 쉬운
경우가 있을 수 있고요.

00:33:38.511 --> 00:33:41.410
계수비교가 쉬운 경우도
있을 수 있을 거고

00:33:41.510 --> 00:33:45.528
여러분이 좀 더 편한 방법대로 잘
사용을 해주시면 되겠습니다.

00:33:45.628 --> 00:33:49.273
그러면 예제 2번의 1번을
같이 풀어볼까요?

00:33:49.373 --> 00:33:54.534
이 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록
 a, b, c 의 값을 정하시오.

00:33:54.634 --> 00:33:57.559
이거를 계수비교할까요,
수치대입할까요.

00:33:57.703 --> 00:34:01.366
이 정도는 직접해보지 않고도 좀
판단할 수도 있을 것 같아요.

00:34:01.466 --> 00:34:05.485
계수비교를 하려면 애네를
다 전개해줘야 되죠.

00:34:05.585 --> 00:34:07.749
그런데 수치로 대입을 하려고 보니까

00:34:07.849 --> 00:34:12.240
아까 여기에서는 묶여있는 그런
식이 $x-1$ 밖에 없었는데

00:34:12.340 --> 00:34:18.100
여기는 $x-1, x-2, x-3$ 이런
것들이 반복해서 나오는 게 보여요.

00:34:18.200 --> 00:34:23.800
그러면 1, 2, 3을 대입했을 때
식이 좀 간단해질 수 있지 않을까요?

00:34:23.900 --> 00:34:26.798
 x 에 1을 대입해보겠습니다.

00:34:26.898 --> 00:34:30.344

수치대입을 사용하는 거예요,
세 번 다 전개하기 힘드니까.

00:34:30.444 --> 00:34:35.704
그러면 좌편은 $1-3+6$
계산해보면 4가 나오죠?

00:34:35.804 --> 00:34:38.374
우변의 값, x 에 1을 대입했어요.

00:34:38.474 --> 00:34:42.216
여기 0 나오고요,
여기도 0 나오죠.

00:34:42.324 --> 00:34:44.599
1 대입하면 $1-1$ 이니까 0.

00:34:44.692 --> 00:34:46.801
다른 데는 대입해볼 필요도 없어요.

00:34:46.901 --> 00:34:47.740
이게 0 나오고요.

00:34:47.840 --> 00:34:50.970
여기도 1 대입하는 순간
그냥 0으로 없어지게 돼요.

00:34:51.070 --> 00:34:53.528
여기만 대입해서
생각해보면 되거든요.

00:34:53.628 --> 00:34:56.316
 $b(1-2)(1-3)$.

00:34:56.416 --> 00:35:01.127
이렇게 되니까 -1 과 -2 를
곱해서 $2b$ 가 되죠.

00:35:01.227 --> 00:35:03.005
 $2b$ 가 4가 됩니다.

00:35:03.105 --> 00:35:07.893
그러면 b 의 값이 2가 된다고
한 번에 찾아 쓸 수가 있어요.

00:35:07.993 --> 00:35:10.468
 x 에 2를 대입해볼까요?

00:35:10.568 --> 00:35:17.931
그러면 좌편의 값이 2의 제곱 4,
 $3*2=6$ 더하기 6으로 나와서

00:35:18.031 --> 00:35:20.352
좌편 역시 4로 나오게 되고요.

00:35:20.452 --> 00:35:24.710
그다음에 우변의 값은 2를
대입한다면 여기 0으로 없어지고

00:35:24.810 --> 00:35:27.628
여기도 $2-2$ 는

0이니까 없어지게 되고

00:35:27.728 --> 00:35:32.733

여기에서 $c(2-3)(2-1)$
이렇게 된 거예요.

00:35:32.833 --> 00:35:38.500

그러면 이걸 계산해보면 -1과
1을 곱하니까 -1 나오게 되죠?

00:35:38.600 --> 00:35:45.587

그래서 c 와 곱해주면 $-c$ 가 4가
된다는 거 찾을 수가 있고요.

00:35:45.687 --> 00:35:48.430

이제 x 에 3을 대입해보게 되면

00:35:48.530 --> 00:35:56.251

좌변의 값은 $3^2-3*3+6$ 해서
9, 9 없어지고 6만 남게 되죠.

00:35:56.351 --> 00:35:59.779

그런데 우변에 3을
대입해보게 된다면

00:35:59.879 --> 00:36:03.668

$x-3$ 을 가지고 있는 b ,
 c 부분이 없어지게 되고

00:36:03.768 --> 00:36:08.264

a 옆에 곱해져 있는 거에만
3을 대입해주면 된다는 거예요.

00:36:08.364 --> 00:36:12.685

그래서 $2a$ 가 되니까 a 의
값은 여기서 계산해보면

00:36:12.785 --> 00:36:17.872

3을 대입했을 때 $3-1$, $3-2$
해서 $2*1$ 이 되니까 $2a$ 죠?

00:36:17.972 --> 00:36:20.541

그다음에 여기에서는
6이 나왔었고요.

00:36:20.641 --> 00:36:23.993

그래서 a 의 값을 찾아본다면
이렇게 3이 나오게 됩니다.

00:36:24.093 --> 00:36:29.726

a 는 3, b 는 2, c 는 -4가
된다고 답을 찾아줄 수가 있어요.

00:36:29.826 --> 00:36:33.143

이런 경우에는 수치 대입이
좀 더 편하겠죠.

00:36:33.243 --> 00:36:37.701

딱 대입할 수 있는 수 세 가지가
눈에 확연하게 보입니다.

00:36:37.801 --> 00:36:41.480
x-1, x-2, x-2,
x-3, x-3, x-1.

00:36:41.580 --> 00:36:43.392
이런 식으로 가지고 있으니까

00:36:43.492 --> 00:36:46.493
1 대입하면 애랑 애를
한꺼번에 없앨 수 있고

00:36:46.593 --> 00:36:49.110
2를 대입하면 여기
0되고 이거 0되고

00:36:49.210 --> 00:36:51.944
3 대입하면 여기
0되고 여기 0되니까

00:36:52.044 --> 00:36:53.877
여기 대입한 것만 신경 쓰면 되고

00:36:53.977 --> 00:36:57.540
그런 식으로 해서 쉽게
값을 찾아줄 수가 있어요.

00:36:57.640 --> 00:36:59.547
이거는 어떨까요?

00:36:59.647 --> 00:37:03.750
뭔가를 대입하려고 보니까
대입할 수 있는 수가

00:37:03.850 --> 00:37:10.029
 x^2-4 를 0 만들어주는 2랑
-2는 쉽게 생각할 수 있는데

00:37:10.129 --> 00:37:16.034
여기 c도 있고 그래서 차라리 그냥
곱할 것이 이거밖에 없기 때문에

00:37:16.134 --> 00:37:18.626
전개해버리는 게
속 편할 것 같아요.

00:37:18.726 --> 00:37:21.437
그래서 이거를 전개해주게 된다면

00:37:21.537 --> 00:37:26.761
 cx^3 그리고 $3x^2$ 나오죠?

00:37:26.861 --> 00:37:31.327
이렇게 곱했을 때 $-4cx$ 나오죠?
그다음에 -12 .

00:37:31.427 --> 00:37:37.825
이것이 x^3+ax^2-4x+b .

00:37:37.925 --> 00:37:42.164
이것과 같으니까 계수끼리
비교를 해주는 거예요.

00:37:42.264 --> 00:37:45.298
3차항의 계수 $1=c$.

00:37:45.398 --> 00:37:49.058
좌변, 우변 비교했을 때 c 의 값이 1이라고 바로 나오게 되고요.

00:37:49.158 --> 00:37:53.445
2차항의 계수 비교해보면 a 는 3.

00:37:53.545 --> 00:37:57.827
그다음에 c 가 1이었으니까
-4, -4 같아지게 되죠?

00:37:57.927 --> 00:38:03.410
그다음에 상수항 b 에 해당하는
것이 여기서 -12가 된다고 해서

00:38:03.510 --> 00:38:07.793
 a, b, c 를 전개 한번
하니까 찾을 수가 있었습니다.

00:38:07.893 --> 00:38:09.601
물론 수치 대입해도 돼요.

00:38:09.701 --> 00:38:13.613
2도 대입하고 -2도 대입하고
그다음에 1 같은 것도 대입하고

00:38:13.713 --> 00:38:16.890
하지만 방정식을 3번
풀어야 되는 반면에

00:38:16.990 --> 00:38:19.863
지금 이렇게 했을 때는
전개가 복잡하지 않구나.

00:38:19.963 --> 00:38:23.049
그러면 전개해서 비교해보면
되겠다, 라고 하면 되고

00:38:23.149 --> 00:38:25.682
이제 도전정신이 강한
학생은 문제를 풀면서

00:38:25.782 --> 00:38:28.137
두 가지 방법을 다 적용해볼
수도 있을 거예요.

00:38:28.237 --> 00:38:29.975
나는 이것도 해보고
이것도 해봐야지.

00:38:30.075 --> 00:38:32.280
그렇게 두 가지를 다 적용해가면서

00:38:32.380 --> 00:38:37.374
스스로 아, 나에게서 어떤 방법이 더
맞는구나, 라는 걸 찾아가실 수도 있어요.

00:38:37.474 --> 00:38:40.724

그렇게 공부하면 공부하는 데
시간은 좀 더 걸리긴 하지만

00:38:40.824 --> 00:38:42.949

남이 정리해놓은 사실.

00:38:43.049 --> 00:38:44.050

그러니까 예를 들어서 제가

00:38:44.150 --> 00:38:47.783

아, 이렇게 수들로 묶여있을
때는 대입하는 게 편해, 라고

00:38:47.883 --> 00:38:49.267

정리한 것을 그냥 알고

00:38:49.367 --> 00:38:53.270

그렇구나, 라고 스스로 그게
편하다는 걸 느끼지 못한 채

00:38:53.370 --> 00:38:56.359

제가 말해준 걸 통해서
그걸 알고 한다면

00:38:56.459 --> 00:38:59.348

그게 암기처럼 느껴지게
되는 거예요.

00:38:59.448 --> 00:39:04.077

그래서 수학에서 암기할 것이 너무 많다고
느껴지면서 어려워지게 되거든요.

00:39:04.177 --> 00:39:08.187

그런데 그걸 이런
식으로 강의를 통해서

00:39:08.287 --> 00:39:10.644

이렇게 간단한 모양일
때는 전개하세요.

00:39:10.744 --> 00:39:15.881

이렇게 $x-1$, $x-2$, $x-2$, $x-3$
이렇게 있을 때는 그냥 대입하세요.

00:39:15.981 --> 00:39:17.126

그러면 안 된다는 거죠.

00:39:17.226 --> 00:39:19.891

그냥 제가 이렇게 말하는 것을
듣는 것이 아니라

00:39:19.991 --> 00:39:25.819

아, 이거를 선생님은 대입만 해줬지만,
내가 직접 전개도 해봐야지.

00:39:25.919 --> 00:39:30.433

아, 전개하려고 보니까
세 번이나 전개해야 되는구나.

00:39:30.533 --> 00:39:35.977

그런데 대입하니까 묶여있는 식들이 이렇게 있었기 때문에 식이 간단해져.

00:39:36.077 --> 00:39:38.167

그래서 대입을 하라고 한 거구나, 라고

00:39:38.267 --> 00:39:42.487

스스로 느껴가면서 깨달아가면서 공부를 하려고 해보세요.

00:39:42.587 --> 00:39:47.319

분명히 시간은 오래 걸리지만 효과는 훨씬 더 좋습니다.

00:39:47.921 --> 00:39:50.458

그러면 이제 우리가 봤던 항등식.

00:39:50.558 --> 00:39:54.182

지금 앞에서는 미정계수를 정하는 걸 봤잖아요.

00:39:54.311 --> 00:39:56.220

그냥 항등식이다, 라고 봤어요.

00:39:56.320 --> 00:39:59.682

그래서 이게 항등식이 되도록 하는 계수를 정하는 것.

00:39:59.782 --> 00:40:05.206

그것을 보았는데 이제 우리가 봤던 것 중에서 항등식은 혹시 없을까, 라고

00:40:05.348 --> 00:40:08.003

호기심이 많은 학생은 생각할 수도 있었겠죠.

00:40:08.103 --> 00:40:09.283

한번 생각을 해보세요.

00:40:09.383 --> 00:40:11.748

우리가 봤던 것 중에서 항상 성립하는 식은

00:40:11.896 --> 00:40:14.601

무엇이 있었을까, 라고 생각을 해본다면

00:40:14.701 --> 00:40:16.604

당연히 이런 거 항등식이겠죠.

00:40:16.704 --> 00:40:20.876

우리 아까 영수가 뭔가 전개해서 계산해서 나오는 식.

00:40:20.976 --> 00:40:22.356

$2x+2$.

00:40:22.456 --> 00:40:23.726

이런 식으로 되는 것.

00:40:23.826 --> 00:40:26.747
모든 전개에 해당하는 것.

00:40:26.847 --> 00:40:29.550
그런 것은 당연히
항등식으로 나오게 돼요.

00:40:29.650 --> 00:40:34.195
그러면 전개해서 얻은 식 중에서
가장 대표적인 것이 무엇이었느냐,

00:40:34.295 --> 00:40:39.191
바로 우리 앞에서 봤었던 1, 2장에서
열심히 봤던 곱셈 공식이 있어요.

00:40:39.291 --> 00:40:46.617
예를 들어서 $(x+1)^3$ 계산했을
때 이렇게 나오게 되잖아요?

00:40:46.717 --> 00:40:49.862
이것은 그야말로
전개해서 나오는 식이고

00:40:49.962 --> 00:40:51.366
3차, 3차, 2차, 2차.

00:40:51.466 --> 00:40:53.706
전개했을 때 똑같은 거
나오게 되는 것이니까

00:40:53.806 --> 00:40:58.373
늘 x 에 어떤 것을 대입하든지
성립하게 되는 항등식이 되죠.

00:40:58.540 --> 00:41:02.628
그리고 곱셈 공식을 거꾸로
적용하는 거 중학교 때 배웠었는데

00:41:02.728 --> 00:41:04.421
바로 인수분해 공식이 있죠?

00:41:04.521 --> 00:41:06.700
그것도 당연히 항등식이 됩니다.

00:41:06.800 --> 00:41:10.278
곱셈 공식 전개하는 거에서
순서만 바꿨을 뿐이에요.

00:41:10.378 --> 00:41:16.188
 x^2-1 이라는 것이 $(x+1)(x-1)$ 로
인수분해가 된다는 거 중학교 때 봤어요.

00:41:16.288 --> 00:41:18.734
이런 거는 이걸 전개했을 때 이거.

00:41:18.834 --> 00:41:20.153
그러면 이걸 인수 분해해서 이거.

00:41:20.253 --> 00:41:23.875
그냥 곱셈 공식 역으로 한
것이기 때문에 항등식이 되죠.

00:41:23.975 --> 00:41:28.483

그러니까 전개, 인수분해 이런
거 전부 다 항등식이예요.

00:41:28.583 --> 00:41:34.910

그러면 이렇게 뻥한 거 말고 뭔가 정말
항등식, 항등식스러운 거 없었을까?

00:41:35.010 --> 00:41:40.834

지난 2강에서 배웠던 것 중에서 제가
너무너무 강조했던 식이 있어요.

00:41:40.934 --> 00:41:43.452

나눗셈에 대한 식입니다.

00:41:43.552 --> 00:41:50.257

나눗셈 식이 정말로 중요한
항등식으로 등장을 하게 됩니다.

00:41:50.357 --> 00:42:03.077

$f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나누었을 때 몫이
 $q(x)$ 가 되고 나머지가 $r(x)$ 가 된다.

00:42:03.177 --> 00:42:04.719

이렇게 쓰자고 했나요?

00:42:04.819 --> 00:42:08.130

이렇게 쓰는 방식은
초등학교 때 썼던 방식.

00:42:08.230 --> 00:42:13.044

고등학교에 오게 되면 이것을
등식으로 나타내준다, 라고 했어요.

00:42:13.144 --> 00:42:19.479

$f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나누었을
때 몫이 $q(x)$ 가 되고

00:42:19.579 --> 00:42:23.509

나머지가 $r(x)$ 라는
식으로 나오게 된다.

00:42:23.609 --> 00:42:25.897

A 는 $BQ+R$ 이다.

00:42:25.997 --> 00:42:29.342

A 를 B 로 나눴을 때 몫이 Q 고
나머지가 R 이 된다고 하는

00:42:29.442 --> 00:42:33.305

이 각각이 다항식일 때
이런 식으로 표현하게 되는

00:42:33.405 --> 00:42:35.868

이 나눗셈에 대한 식.

00:42:35.968 --> 00:42:42.432

이것은 x 에 어떤 것을 대입해도 항상
성립하게 되는 식이라는 거예요.

00:42:42.532 --> 00:42:45.152

예를 들어서 우리 아주
간단한 거로 볼까요?

00:42:45.252 --> 00:42:49.940

x^2+2x+2 라는 식이 있어요.

00:42:50.040 --> 00:42:53.996

이거를 $x+1$ 로 나눴다고
생각을 해볼까요?

00:42:54.096 --> 00:42:58.609

직접 나눈다면, x 를 곱했을
때 x^2+x 가 나오죠.

00:42:58.709 --> 00:43:04.067

그러면 $x+1$ 이 되니까 $+1$ 이
여기 들어가면 $x+2$ 가 되죠?

00:43:04.167 --> 00:43:07.518

$x+1$ 이고 뺀을 때
나머지가 1 이 남아요.

00:43:07.618 --> 00:43:09.155

그러면 우리가 이걸 어떻게 썼어요?

00:43:09.255 --> 00:43:16.203

x^2+2x+2 라는 것은
 $x+1$ 과 $x+1$ 을 곱하고

00:43:16.303 --> 00:43:20.375

이게 나눈 식, 몫, 나머지가
 1 이다, 라는 것인데

00:43:20.475 --> 00:43:24.067

애를 계산해보면 당연히 이거랑
똑같이 나오게 되잖아요.

00:43:24.167 --> 00:43:25.750

항상 성립하는 식이죠.

00:43:25.850 --> 00:43:29.461

이것도 결과적으로 전개했을
때 성립하게 되는 식.

00:43:29.561 --> 00:43:30.996

이게 나오는 식이라는 거예요.

00:43:31.096 --> 00:43:35.636

그렇기 때문에 우리는 앞으로 여기에
아무거나 대입을 할 거예요.

00:43:35.736 --> 00:43:39.334

x 에 -1 을 대입해도 성립할까요?

00:43:39.434 --> 00:43:44.822

-1 을 대입하게 된다면 여기
 $0, 0$ 나오게 되고 1 .

00:43:44.922 --> 00:43:46.226

똑같은 거 보이시죠?

00:43:46.326 --> 00:43:48.197
x에 -1을 넣어도 돼요.

00:43:48.297 --> 00:43:52.177
나누는 식에, 그 나누는 식의 값을

00:43:52.277 --> 00:43:54.896
0으로 만들어서 주는 값을
넣어도 된다는 거예요.

00:43:54.996 --> 00:43:56.811
우리 0으로 나누는 건 안 되지만

00:43:56.911 --> 00:44:00.888
나눗셈 식을 적어놓고 나면 이걸
그냥 일종의 항등식이에요.

00:44:00.988 --> 00:44:02.924
항상 성립하는 식이에요.

00:44:03.024 --> 00:44:07.560
그렇기 때문에 그냥 나누는 이 식을
0으로 만들어주는 값을 대입하더라도

00:44:07.704 --> 00:44:09.845
늘 그냥 성립하는 식이다.

00:44:09.945 --> 00:44:12.464
항등식, 항상 성립하는 등식이니까.

00:44:12.564 --> 00:44:17.193
그래서 이렇게 나눗셈 식에
해당했던 이것이 바로

00:44:17.293 --> 00:44:22.826
우리가 고등학교에서 다루게 되는
대표적인 항등식으로 나오게 됩니다.

00:44:22.926 --> 00:44:25.389
그리고 더 어려운 수학으로 가면

00:44:25.489 --> 00:44:28.837
뭔가 미분을 해서 나오게
되는 식이라든지 그런 것들.

00:44:28.937 --> 00:44:31.708
아니면 어떤 특정한 함수에서
성립하게 되는 식.

00:44:31.808 --> 00:44:34.676
그런 것들이 항등식의
예로 나오게 될 거예요.

00:44:34.776 --> 00:44:37.491
그러면 이걸 적용해서 이
문제를 풀어볼까요?

00:44:37.591 --> 00:44:42.810
어떤 다항식을 $x+1$ 로 나눈
나머지를 구하라고 했어요.

00:44:42.910 --> 00:44:45.635

다항식 보통 이런 식으로
많이 표현한다고 했죠?

00:44:45.735 --> 00:44:47.846

제가 아까도 계속
 $f(x)$ 이렇게 썼죠?

00:44:47.946 --> 00:44:50.377

그런데 아직 여러분이
중학생이고 그렇다면

00:44:50.477 --> 00:44:52.520

이 표현이 어색할 수도 있어요.

00:44:52.620 --> 00:44:56.306

제가 이런 기계로
표현을 해드렸었죠?

00:44:56.406 --> 00:44:58.339

어떤 f 라는 기계가 있어요.

00:44:58.439 --> 00:45:02.104

여기에 x 를 넣으면
뽕튀기를 하는 거예요.

00:45:02.204 --> 00:45:05.895

어떻게 뽕튀기하느냐, x 를
세 제공 해요, 먼저.

00:45:05.995 --> 00:45:09.532

그다음에 여기다 x 를
3배 해서 더해주고

00:45:09.632 --> 00:45:16.021

그다음에 9를 더해져서 그 결과를 뽕
내보내게 되는 그런 기계인 거예요.

00:45:16.121 --> 00:45:17.861

x 가 들어가면 이렇게 되니까.

00:45:17.961 --> 00:45:23.086

1이 들어가면 1^3+3+9 를
해서 13으로 나오게 되고

00:45:23.186 --> 00:45:27.205

2를 대입하게 되면 $8+6+9$ 가
돼서 그 결과가 나오게 되고

00:45:31.450 --> 00:45:34.546

이 식을 우리가 f 라고 짓자.

00:45:34.646 --> 00:45:38.089

그리고 누구에 대한 식이냐,
 x 에 대한 식이다, 라고 해서

00:45:38.189 --> 00:45:44.361

이런 식으로 x 에 대한 다항식을
 $f(x)$ 라는 기호로 많이 표현한다고 했는데

00:45:44.461 --> 00:45:46.100
제가 서론이 길었죠?

00:45:46.200 --> 00:45:48.642
 $x+1$ 로 나눈 나머지를
구하라고 했어요.

00:45:48.742 --> 00:45:51.880
그러면 직접 나누어볼
수 있을 거예요.

00:45:51.980 --> 00:45:54.776
나눗셈 또 써서 이렇게
나눠볼 수 있을 텐데

00:45:54.876 --> 00:45:57.482
나눗셈을 직접 이렇게 쓰기보다는

00:45:57.582 --> 00:46:04.486
일단 이렇게 된 식이
누구로 나왔다고요?

00:46:04.586 --> 00:46:06.847
 $x+1$ 로 나왔어요.

00:46:06.947 --> 00:46:10.085
그러면 몫이 뭐라고 나오겠죠.

00:46:10.185 --> 00:46:12.879
몫을 지금 구하기가 귀찮아요.

00:46:12.979 --> 00:46:20.006
그래서 몫이 뭐라고 나오겠는데
* $Q(x)$ 라고 해볼게요.

00:46:20.106 --> 00:46:22.600
이렇게 어떤 다항식의
형태를 가지고 있어요.

00:46:22.700 --> 00:46:23.910
이게 몫이고요.

00:46:24.010 --> 00:46:27.842
그다음에 플러스 나머지를
해서 쓰잖아요.

00:46:27.942 --> 00:46:31.006
그런데 이 나머지에 정말
중요한 성질이 있었어요.

00:46:31.106 --> 00:46:33.725
이 나머지가 유일하게 결정되려면

00:46:33.825 --> 00:46:40.491
반드시 만족해야 되는 것이 이
나누는 식 $x+1$ 보다 차수가,

00:46:40.591 --> 00:46:42.660
이거는 차수가 1이죠?

00:46:42.760 --> 00:46:46.345

그렇다면 나머지의 차수는
더 작아야 됐어요.

00:46:46.445 --> 00:46:48.899
차수가 얼마가 되어야 되죠?

00:46:48.999 --> 00:46:51.573
0이 되어야 돼요.

00:46:51.673 --> 00:46:57.031
차수가 0이라는 것은 x 라는 문자가
들어간 있지 않다는 거예요.

00:46:57.131 --> 00:46:59.454
상수로 나오게 된다는 거거든요.

00:46:59.554 --> 00:47:03.748
그러면 그 상수의 값을
 r 이라고 해볼게요.

00:47:03.848 --> 00:47:07.395
지금 이 r 의 값을
구해달라는 거예요.

00:47:07.495 --> 00:47:09.952
 r 의 값, 어떻게
구할 수 있을까요?

00:47:10.052 --> 00:47:11.794
식을 보세요.

00:47:11.894 --> 00:47:14.189
이거는 항등식이라고 했습니다.

00:47:14.289 --> 00:47:17.212
 x 에 아무거나 대입해도
성립하는 식이라고 했어요.

00:47:17.312 --> 00:47:22.398
 r 을 예쁘게 구하려면 여기에
뭘 대입할 수 있을까요?

00:47:22.498 --> 00:47:26.446
이것이 다시 x 에
대한 항등식입니다.

00:47:26.546 --> 00:47:31.714
나눗셈 식은 항상 성립하는, 전개해서
계산해보면 똑같이 나오게 되는

00:47:31.814 --> 00:47:33.636
 x 에 대한 항등식이에요.

00:47:33.736 --> 00:47:38.956
그래서 x 에 임의의 실수를 대입해도

00:47:40.059 --> 00:47:45.987
어떠한 수를 대입할
때라도 성립하게 돼요.

00:47:46.087 --> 00:47:51.172

그런데 나는 r 을 구하고 싶어요.

00:47:51.272 --> 00:47:53.258
그러면 Q 를 대입할 수 있을까요?

00:47:53.358 --> 00:47:56.176
누구를 모른다고요?

00:47:56.276 --> 00:47:57.891
 Q 가 누군지 몰라요.

00:47:57.991 --> 00:48:01.690
그러면 Q 를 구하기 귀찮았어요,
나눠보면 알 수 있겠지만.

00:48:01.790 --> 00:48:06.442
 Q 를 구하기 귀찮았기 때문에
양변 x 에 Q 를 대입해보면

00:48:06.542 --> 00:48:09.482
그냥 r 만 구할 수 있을까요?

00:48:09.582 --> 00:48:13.896
 x 에 -1 대입하는 걸
시도해볼 수가 있습니다.

00:48:13.996 --> 00:48:18.586
그러면 좌변은 $-1-3+9$ 로
나오게 되고요.

00:48:18.686 --> 00:48:24.381
우변은
 $(-1+1)*Q(-1)+r$ 인데

00:48:24.481 --> 00:48:27.141
이 값이 뭐예요? 0이예요.

00:48:27.241 --> 00:48:30.953
그러면 0과 $Q(-1)$ 을
곱하면 뭐가 되나요?

00:48:31.053 --> 00:48:35.436
 Q 가 어떤 것이든지 관계없이
얘는 0이 나오게 된다는 거죠.

00:48:35.536 --> 00:48:38.883
그래서 좌변의 값은 지금
계산을 해보게 되면

00:48:38.983 --> 00:48:41.449
9에서 4를 빼니까
5로 나오게 되고

00:48:41.549 --> 00:48:44.815
우변의 값은 $0+r$ 을
해서 r 이예요.

00:48:44.915 --> 00:48:46.813
바로 r 이 5가 됩니다.

00:48:46.913 --> 00:48:51.964

나머지가 한 번에 그냥 5가
된다고 구할 수가 있는 거예요.

00:48:52.064 --> 00:48:59.665
이런 식으로 그 값을 찾아줄
수가 있게 되는 것.

00:48:59.765 --> 00:49:04.032
뭔가 나머지를 한 번에
구하고 싶다고 했을 때

00:49:04.132 --> 00:49:10.634
그냥 이렇게 뭔가 하나의 수를 대입해서
값을 찾아줄 수가 있다는 것이죠.

00:49:10.734 --> 00:49:12.693
이런 것을 우리가 뭐라고 부르냐,

00:49:12.793 --> 00:49:17.795
나머지를 쉽게 구할 수 있다고
해서 이걸 일반화시킨 내용을

00:49:17.895 --> 00:49:22.296
우리가 나머지 정리다,
라고 부르게 됩니다.

00:49:22.396 --> 00:49:23.834
이걸 좀 정리를 해볼게요.

00:49:23.971 --> 00:49:28.452
이제 일반적으로 봤을 때
어떤 식으로 나오게 되느냐,

00:49:28.552 --> 00:49:29.904
어떤 다항식.

00:49:30.004 --> 00:49:40.044
 x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를
1차식인 $ax+b$ 로 나눌 때.

00:49:40.144 --> 00:49:45.984
제가 1차식이라고 했으니까 a 가
0이 아니라고 가정을 하겠습니다.

00:49:46.084 --> 00:49:50.559
그때 나머지는.

00:49:50.659 --> 00:49:54.020
나머지라고 한다면
1차식으로 나눴죠?

00:49:54.120 --> 00:49:58.772
이걸로 나누었을 때 나머지는
반드시 상수로 나오게 돼요.

00:49:58.872 --> 00:50:01.977
그런데 그 상수는 무엇이 될까요?

00:50:02.077 --> 00:50:06.521
여기 x 자리에 뭘 대입한
것으로 나오게 될까요?

00:50:06.621 --> 00:50:08.231
예상이 되시나요?

00:50:08.331 --> 00:50:11.770
애를 한번 증명을 해본다고
한다면, 그러니까 밝혀볼게요.

00:50:11.870 --> 00:50:16.638
어떻게 되냐면, $f(x)$ 를
 $ax+b$ 로 나눴죠?

00:50:16.738 --> 00:50:20.251
그러면 몫이 뭔지 모르지만,
 $Q(x)$ 라고 나오게 될 거고

00:50:20.351 --> 00:50:22.206
나머지는 상수라는 거예요.

00:50:22.306 --> 00:50:25.508
일차식으로 나눴으니까 이거는 일차.

00:50:25.616 --> 00:50:29.105
그러면 그거보다 차수가
낮아야 되기 때문에

00:50:29.197 --> 00:50:31.474
이거 상수로 나오게 되는 것이고

00:50:31.574 --> 00:50:34.524
그러면 $Q(x)$ 가 뭔지 모르잖아요.

00:50:34.624 --> 00:50:37.326
그렇기 때문에 우리가
 r 만 구하고 싶으면

00:50:37.426 --> 00:50:41.937
여기가 0 되도록 하는 값을
대입해주면 된다는 거예요.

00:50:42.037 --> 00:50:44.894
 $ax+b$ 가 0이 되려고 한다.

00:50:44.994 --> 00:50:48.874
그러면 x 의 값이
얼마가 되면 되죠?

00:50:48.974 --> 00:50:52.838
 $-a$ 분의 b 를 대입해보는 거예요.

00:50:52.938 --> 00:50:59.059
그러면 이 x 자리에도 아까 우리
양변의 식에 -1 을 대입했듯이

00:50:59.159 --> 00:51:02.477
여기 x 자리에도 $-a$ 분의
 b 를 대입하게 되고요.

00:51:02.577 --> 00:51:09.865
여기는 $a*(-a$ 분의 $b)+b$ 해주면
당연히 의도한 대로 0이 나오게 되겠죠.

00:51:09.965 --> 00:51:17.139
Q에 아무리 $-a+b$ 를 넣어봤자 이거의
값은 늘 0이 나오게 된다는 거예요.

00:51:17.239 --> 00:51:22.911
그래서 정리를 해보게 된다면
 r 의 값이 뭐로 나오게 되느냐,

00:51:23.011 --> 00:51:29.115
바로 f 라는 그 다항식에 $-a$ 분의
 b 를 넣은 값으로 나오게 된다는 거.

00:51:29.215 --> 00:51:32.239
그것이 바로 나머지
정리라는 것입니다.

00:51:32.339 --> 00:51:34.915
여기 정리해온 내용을
다시 보여드릴게요.

00:51:35.015 --> 00:51:38.180
 x 에 대한 다항식
 $f(x)$ 를 일차식.

00:51:38.280 --> 00:51:40.809
일차식이니까 a 가 0이면 안 되죠.

00:51:40.909 --> 00:51:44.264
일차식 $ax+b$ 로 나눴을
때 나머지가 뭐라고요?

00:51:44.364 --> 00:51:46.561
 $f(-a$ 분의 $b)$.

00:51:46.661 --> 00:51:52.448
여러분이 반드시 왜 이렇게 나오는지
원리를 빈칸에 채웠으면 좋겠어요.

00:51:52.548 --> 00:51:57.353
지금 여러분 화면에 방금 제가
증명했던 거 안 보이죠.

00:51:57.453 --> 00:51:59.529
다시 한번 써보실 수 있겠어요?

00:51:59.629 --> 00:52:04.679
나눗셈에 대한 그 항등식을
통해서 구하면 되는 거거든요.

00:52:04.779 --> 00:52:06.146
다시 해볼게요.

00:52:06.246 --> 00:52:08.925
 $f(x)$ 를 누구로 나눈다고요?

00:52:09.025 --> 00:52:14.314
 $ax+b$ 로 나눴을 때 몫이
 $Q(x)$ 고 나머지가 r .

00:52:14.414 --> 00:52:18.088

이렇게 한 번에 쓰기 전에
제대로 증명을 하려고 한다면

00:52:18.188 --> 00:52:21.706
일차식으로 나누었으므로

00:52:27.292 --> 00:52:33.147
나머지는 일차보다 차수가
작아야 되기 때문에

00:52:33.247 --> 00:52:38.422
상수이다, 라고 할 수가 있고
그래서 상수인 r 로 적은 거예요.

00:52:38.522 --> 00:52:39.826
 r 만 구하고 싶다.

00:52:39.926 --> 00:52:43.045
그러면 여기를 0으로
만들어주면 된다는 거죠.

00:52:43.145 --> 00:52:49.483
여기가 0이 되도록 하려면 x 에
 $-a$ 분의 b 를 넣으면 된다는 거예요.

00:52:49.583 --> 00:52:54.934
양변의 x 에 $-a$ 분의 b 를 넣었을
때 여기는 반드시 0이 나오지요.

00:52:55.034 --> 00:52:56.682
그렇게 되도록 넣은 거니까.

00:52:56.782 --> 00:53:03.157
그리고 우변은 r 만 남게 되면서 r 이 곧
 $f(-a$ 분의 $b)$ 가 된다는 것이죠.

00:53:03.257 --> 00:53:05.069
아까 풀었던 예제 다시 볼까요?

00:53:05.169 --> 00:53:08.720
이거를 $x+1$ 로 나눈 나머지,
뭐 구하면 된다고요?

00:53:08.820 --> 00:53:14.417
 $x+1$ 을 0 만들어주는 -1 을 대입한
이 값이 나머지가 된다는 거예요.

00:53:14.517 --> 00:53:18.427
그래서 대입해서 계산해본 결과
5로 나오게 된 것이죠.

00:53:18.527 --> 00:53:20.846
이런 식으로 바로 구하게
된다는 것입니다.

00:53:20.946 --> 00:53:22.446
아주 간단해지는 거예요.

00:53:22.546 --> 00:53:24.676
일차식으로 나누었을 때 나머지,

00:53:24.776 --> 00:53:26.932
그 일차식이 0 되도록 하는 값을

00:53:27.032 --> 00:53:30.360
대입만 해주면 된다고
하는 그 내용입니다.

00:53:30.460 --> 00:53:33.338
그래서 나머지 정리라는
것이 이렇게 나오지요.

00:53:33.438 --> 00:53:37.024
그리고 나머지 정리의
동생이 인수정리예요.

00:53:37.124 --> 00:53:40.960
그러면 이번에는 일차식으로
나누어떨어진다.

00:53:41.060 --> 00:53:45.689
나누어떨어진다는 것이 나머지가
얼마가 된다는 것이죠?

00:53:45.789 --> 00:53:48.026
0이 된다는 뜻이에요.

00:53:48.126 --> 00:53:53.135
나누어떨어지면 나머지가
0, 이게 나머지가

00:53:53.235 --> 00:53:56.232
애가 0이 된다고 할 수가 있고요.

00:53:56.332 --> 00:54:02.843
이 값이 0이었다, f에 -a분의
b를 넣은 값이 0이었다고 하는 것은

00:54:02.943 --> 00:54:04.845
애가 의미하는 것이 뭐죠?

00:54:04.945 --> 00:54:10.768
바로 $f(x)$ 를 $ax+b$ 로
나눈 나머지값이요.

00:54:10.868 --> 00:54:16.192
그런데 그 나머지가 0이다, 라고
하는 것은 당연히 $f(x)$ 는

00:54:16.292 --> 00:54:18.728
 $ax+b$ 로 나누어떨어진다.

00:54:18.828 --> 00:54:25.270
다르게 이야기하면 $a(x)+b$ 를
인수로 가진다고 할 수 있어요.

00:54:25.370 --> 00:54:27.948
인수분해 기억하시죠?

00:54:28.048 --> 00:54:33.141
인수로 가진다는 것은 인수 분해했을
때 딱 이거를 인수로 가지게 되는,

00:54:33.241 --> 00:54:37.522
급하게 되는 어떤 요소의 식이
되는 그런 식이 된다는 것입니다.

00:54:37.622 --> 00:54:39.258
그래서 이게 인수정리고

00:54:39.358 --> 00:54:42.853
우리가 이 내용은 뒤에
인수분해 하게 되는 것 중에

00:54:42.953 --> 00:54:47.697
5장에서 다시 보게 될 거예요.

00:54:47.797 --> 00:54:52.346
4장 말고 그다음 장 5장에서
다시 한번 살펴보게 될 것입니다.

00:54:52.446 --> 00:54:59.184
그러면 이 다항식을 $x-1$ 로
나누었더니 나누어떨어졌다는 거예요.

00:54:59.284 --> 00:55:04.054
나누어떨어진다는 것은 나머지가
0이 된다는 거고요.

00:55:04.161 --> 00:55:07.459
나머지 정리에 의하면
나머지가 뭐라고요?

00:55:07.552 --> 00:55:11.318
 $x-1$ 을 0 만들어주는 값인
1을 대입한 값이라고요.

00:55:11.418 --> 00:55:15.246
그래서 $f(1)$ 의 값을
구해보면 이것인데

00:55:15.346 --> 00:55:17.499
이것이 0이 되었다는 것입니다.

00:55:17.599 --> 00:55:22.412
그래서 a 의 값을 구해보면 바로
2가 된다고 찾을 수가 있겠죠.

00:55:22.512 --> 00:55:26.201
이렇게 2가 한 번에 나오게 돼요.

00:55:26.301 --> 00:55:28.115
실제로 한번 대입해볼까요?

00:55:28.215 --> 00:55:31.377
의심이 많다면 대입을
해볼 수도 있겠죠?

00:55:31.477 --> 00:55:35.471
 $-4x+2x+1$ 이렇게 나오게 되고

00:55:35.571 --> 00:55:41.358
 x^2-2x+1 인데 이거는

x-1의 제곱이 짝이요.

00:55:41.458 --> 00:55:43.802

x-1로 나누어떨어지게
되는 거 맞죠.

00:55:43.902 --> 00:55:48.932

그래서 이런 식으로 나머지 정리
또는 인수정리라고 부르면 되겠죠.

00:55:49.032 --> 00:55:51.628

나누어떨어지는 경우에
대해서 생각을 했으니까

00:55:51.728 --> 00:55:56.079

1 대입해서 0 나온다는
그런 방법을 이용해서

00:55:56.179 --> 00:55:58.670

쉽게 계수를 찾을
수가 있다는 거예요.

00:55:58.770 --> 00:56:02.286

다시 한번 그 증명 과정을
말씀드리자면 이런 원리였어요.

00:56:02.386 --> 00:56:07.820

애가 x-1로
나누어떨어지는 것이니까

00:56:07.920 --> 00:56:10.961

뭉이 뭔지는 관심 없고
나머지가 0이 된 거예요.

00:56:11.061 --> 00:56:13.846

그런데 뭉이 뭔지
관심 없었기 때문에

00:56:13.946 --> 00:56:17.537

애를 없앨 수 있는
값을 대입한다는 거죠.

00:56:17.637 --> 00:56:19.806

x는 1이라는 것을 대입하게 되면

00:56:19.906 --> 00:56:22.513

1 대입하고 나면 우변은
0만 남잖아요.

00:56:22.613 --> 00:56:25.470

그리고 좌변의 값이 a-2였으니까

00:56:25.570 --> 00:56:29.783

그 a-2가 0 되도록 하는 a의
값, 2도 나오게 된다는 거죠.

00:56:29.883 --> 00:56:35.525

그러면 이 경우에는 x+1로
나눈 나머지가 2다.

00:56:35.625 --> 00:56:39.681

이제 이거를 보는 순간 우리가
무슨 이야기를 할 수가 있냐,

00:56:39.781 --> 00:56:41.565
f에 뭘 대입해요?

00:56:41.665 --> 00:56:46.435
x+1을 0 만들어주는
-1을 대입한 거.

00:56:46.535 --> 00:56:49.579
그것이 2가 나온다는 거고

00:56:49.679 --> 00:56:52.815
x-1로 나눈 나머지가 8이다.

00:56:52.915 --> 00:56:57.805
그러면 x-1을 0 만들어주는
값인 1을 대입해요.

00:56:57.905 --> 00:57:00.267
그러면 1+a+b.

00:57:00.367 --> 00:57:02.953
이거의 값이 8이 된다는 거예요.

00:57:03.053 --> 00:57:06.874
그러면 둘을 연립해서 a,
b를 찾을 수 있겠죠.

00:57:06.974 --> 00:57:09.083
-a+b는 1이고요.

00:57:09.183 --> 00:57:16.479
a+b의 값은 7로 나오게 되니까
둘을 더해보면 2b는 8이 되면서

00:57:16.579 --> 00:57:19.007
b의 값은 4로 나오게 되고요.

00:57:19.107 --> 00:57:22.448
a의 값은 3이 된다고
찾을 수 있겠네요.

00:57:22.548 --> 00:57:26.237
그러면 f(x)의
식이 무엇인 거죠?

00:57:26.337 --> 00:57:31.094
x²+3x+4예요.

00:57:31.194 --> 00:57:35.061
그래서 f(2)의 값을
구하여라, 라고 하는 것은

00:57:35.161 --> 00:57:38.544
여기 x 자리에 2를
넣어주자, 라는 뜻이니까

00:57:38.644 --> 00:57:42.965
4+6+4 계산해보면

14로 나오게 되죠.

00:57:43.065 --> 00:57:46.073

그래서 이렇게 값을
찾을 수가 있습니다.

00:57:46.173 --> 00:57:49.497

그러면 같이 개념 확인
문제를 풀어보도록 할게요.

00:57:49.597 --> 00:57:51.008

여러분, 한번 미리 풀어보세요.

00:57:51.108 --> 00:57:55.845

문제가 그렇게 많이 어렵지
않으니까 한번 해보시고요.

00:57:55.945 --> 00:58:00.339

이 등식이 x 에 대한
항등식이다, 라고 했어요.

00:58:00.439 --> 00:58:03.775

그러면 항등식이 되도록
미정계수를 구해주는데

00:58:03.875 --> 00:58:07.494

계수비교법을 쓰거나 수치대입법을
쓰거나 할 수가 있을 텐데

00:58:07.627 --> 00:58:14.173

계수를 비교하려고 보니까 $f(x)$ 라는 거
완전 그냥 미정으로 푼 들어갔어요.

00:58:14.273 --> 00:58:17.487

그러면 일단 애가 몇
차식이어야 될까요?

00:58:17.587 --> 00:58:19.425

2차식이겠죠.

00:58:19.525 --> 00:58:22.977

이거 4차식이고 여기
2차가 있으니까 2차식.

00:58:23.077 --> 00:58:27.808

그런데 이걸 미지로 다 쓰게 되면
2차식은 미정계수가 3개나 있잖아요.

00:58:27.908 --> 00:58:29.256

다 쓰는 건 무리.

00:58:29.356 --> 00:58:33.174

그러면 뭔가 대입할 수
있는 수가 있을까요?

00:58:33.274 --> 00:58:35.351

$(x+1)(x-2)$.

00:58:35.451 --> 00:58:38.146

여기 오른쪽에 곱한
것으로 묶여있습니다.

00:58:38.246 --> 00:58:48.366
그렇기 때문에 x 에 -1 을 대입한다면
좌변의 값은 $1-a+1+b$ 로 나오게 되고

00:58:48.466 --> 00:58:50.807
우변은 -1 을 대입했잖아요?

00:58:50.907 --> 00:58:52.524
뭐가 나오죠?

00:58:52.624 --> 00:58:54.713
 -1 대입하는 순간 여기 0 이죠?

00:58:54.813 --> 00:58:58.135
여기가 무엇이든 상관없이
통째로 0 이 되는 거예요.

00:58:58.235 --> 00:59:00.186
그래서 0 이 나오게 됩니다.

00:59:00.286 --> 00:59:03.640
 $-a+b$ 의 값이 -2 로
나오게 돼요.

00:59:03.740 --> 00:59:05.514
이제 뭘 대입하시겠어요?

00:59:05.614 --> 00:59:12.885
 x 에 2 를 대입해준다면 좌변은
 $16-4a-2+b$ 가 되죠?

00:59:12.985 --> 00:59:18.465
우변은 역시 2 를 대입하니까
 $3*0*f(2)$.

00:59:18.565 --> 00:59:22.207
 $f(2)$ 가 뭐였든 상관없이
 0 을 곱해봤어요.

00:59:22.307 --> 00:59:24.138
그렇기 때문에 0 이 되는 거죠.

00:59:24.238 --> 00:59:29.362
 $-4a+b$ 는 -14 로
나오게 되네요.

00:59:29.462 --> 00:59:32.758
그러면 연립해야 되는
식 정리해서 써보면

00:59:32.858 --> 00:59:35.435
 $-a+b$ 가 -2 고요.

00:59:35.535 --> 00:59:44.129
 $-4a+b$ 가 -14 로 나왔으니까 두 식을
빼보면 여기서 이거 뺐을 때 $3a$ 나오죠?

00:59:44.229 --> 00:59:50.014
 -2 에서 -14 를 빼주면
 $-$, 만나서 $+12$ 가 되죠.

00:59:50.114 --> 00:59:52.538
그래서 a 가 4로 나오게 되고요.

00:59:52.638 --> 01:00:00.136
 a 에 4를 대입해주면 $-4+b$ 가 -2 니까
 b 의 값은 2로 나오게 됩니다.

01:00:00.236 --> 01:00:07.671
그러면 a 는 4고 b 는 2이기 때문에
우리의 식이 어떤 모양이었냐면,

01:00:07.771 --> 01:00:10.280
이런 모양이었어요.

01:00:10.380 --> 01:00:14.261
그런데 문제에서는 뭘
구하라고 했냐면,

01:00:14.361 --> 01:00:17.105
 $f(3)$ 의 값이 뭔지
구하라고 했거든요.

01:00:17.205 --> 01:00:22.011
 $f(x)$ 가 뭔지도 모르는데
어떻게 $f(3)$ 을 구하나요?

01:00:22.111 --> 01:00:24.475
이거 무슨 식이라고요?

01:00:24.575 --> 01:00:25.283
항등식.

01:00:25.383 --> 01:00:27.914
 x 에 뭘 대입해도 성립하는 식.

01:00:28.014 --> 01:00:30.760
그러면 나 x 에 뭘 대입한
거 구하고 싶어요?

01:00:30.860 --> 01:00:34.816
바로 x 에 3을 대입한
값을 구하고 싶습니다.

01:00:34.916 --> 01:00:37.718
양변에 3을 대입해도
성립한다는 거예요.

01:00:37.818 --> 01:00:38.628
왜죠?

01:00:38.728 --> 01:00:40.202
항등식이기 때문이죠.

01:00:40.302 --> 01:00:42.823
그래서 3을 그냥 부담
없이 대입하세요.

01:00:42.923 --> 01:00:46.045
항등식이니까 아무거나
대입해도 되는 거예요.

01:00:46.145 --> 01:00:52.073
대입을 해보면 $3+1$ 은 4,
 $3-2$ 는 1, 곱하기 $f(3)$.

01:00:52.173 --> 01:01:00.252
이렇게 되면서 이거
계산해보면 $81-39+2$.

01:01:00.352 --> 01:01:04.611
이렇게 나오게 되니까
81에서 37을 뺀 거죠.

01:01:04.711 --> 01:01:06.515
그러면 44로 나오게 되죠.

01:01:06.615 --> 01:01:12.060
44가 $4*f(3)$ 이 되었습니다.

01:01:12.160 --> 01:01:13.041
 $f(3)$ 의 값.

01:01:13.141 --> 01:01:16.301
양변 4로 나눠보면 11로
나오게 되는 거죠.

01:01:16.401 --> 01:01:18.640
이런 식으로 마지막
답을 구하는 것까지

01:01:18.740 --> 01:01:22.770
바로 우리 항등식의 원리를 이용해서
찾아줄 수가 있는 거예요.

01:01:22.870 --> 01:01:27.653
항등식이니까 아무거나 부담 없이
대입해도 항상 성립한다는 것입니다.

01:01:27.753 --> 01:01:32.093
이것도 역시 모든 실수
 x 에 대해서 성립한다.

01:01:32.193 --> 01:01:33.801
항등식이라는 거예요.

01:01:33.901 --> 01:01:36.805
그러면 $x-2$, $x-2$.

01:01:36.905 --> 01:01:41.189
이렇게 묶여있으니까 역시
또 2를 대입해볼까요?

01:01:41.289 --> 01:01:46.997
만약에 x 는 2를 대입했다 그러면
좌변은 $4+6+2$ 가 되죠.

01:01:47.097 --> 01:01:51.614
우변의 값은 2 대입하는 순간
그냥 b 만 남게 되네요.

01:01:51.714 --> 01:01:57.071

b의 값이 계산해보니까
12로 나오게 되고요.

01:01:57.171 --> 01:02:00.506
그다음에 이거 $a+b$
구하는 거였네요.

01:02:00.606 --> 01:02:04.763
그러면 $a+b$ 구하려면
사실 x 에 3 대입해보면

01:02:04.863 --> 01:02:06.844
깔끔하게 나올 수도 있겠어요.

01:02:06.944 --> 01:02:11.211
 x 에 3 대입해보면
좌변은 $9+9+2$ 죠.

01:02:11.311 --> 01:02:17.792
우변은 3-2의
제곱 $+a$ 의 $3-2+b$.

01:02:17.892 --> 01:02:21.182
그러면 여기가 그냥
한 번에 $a+b$ 가 되잖아요?

01:02:21.282 --> 01:02:26.054
그리고 이거는 1이니까 넘겨서
계산해주게 되면 19.

01:02:26.154 --> 01:02:30.771
굳이 a, b 따로 구하지 않더라도
이렇게 $a+b$ 는 19가 된다.

01:02:30.871 --> 01:02:35.175
답 3번 찾을 수 있고 만약에
 a, b 각각을 구하는 거였으면

01:02:35.275 --> 01:02:37.225
여기 b 의 값이 10이 나왔으니까

01:02:37.325 --> 01:02:40.770
 a 의 값은 7이 된다고도
찾을 수가 있겠죠.

01:02:40.870 --> 01:02:43.336
이것도 x 에 대한 항등식이예요.

01:02:43.436 --> 01:02:46.306
그런데 이 문제는 좀
어렵게 생겼어요.

01:02:46.406 --> 01:02:50.651
일단 문제 표현 자체가 여러분이
느끼기에 좀 어려울 수도 있는데

01:02:50.751 --> 01:02:54.804
여기다 다시 제가 적으면서
의미를 말씀드릴게요.

01:02:54.904 --> 01:03:03.224

좌변은 보니까 $2+6x-x^3$ 이라는
이 3차식을 제공했어요.

01:03:03.324 --> 01:03:07.280
세 개 더한 것을 제공하는
곱셈 공식을 알고 있지만

01:03:07.380 --> 01:03:10.171
이거를 직접 전개하라는
문제는 아니겠죠.

01:03:10.271 --> 01:03:12.968
그런데 전개했을 때
몇 차식 나올까요?

01:03:13.068 --> 01:03:14.335
3차식을 제공.

01:03:14.435 --> 01:03:16.561
3차식인 걸 두 번 곱했기 때문에

01:03:16.661 --> 01:03:20.307
최고차항의 계수는 6차로
나오게 될 거예요.

01:03:20.407 --> 01:03:23.317
 $-x^3$ 의 제공이 나오게
될 거 같아요.

01:03:23.417 --> 01:03:28.599
그렇기 때문에 6차가 될 거고 6차항도
있고 5차항도 있고 4차항도 있고

01:03:28.699 --> 01:03:31.752
중간에 계수가 0인 거
섞여 있을 수 있겠지만

01:03:31.852 --> 01:03:34.642
어쨌든 기본적으로
이거는 6차식입니다.

01:03:34.742 --> 01:03:40.233
그렇기 때문에 전개를 해보게
된다면 상수항부터 시작해서

01:03:40.333 --> 01:03:43.707
1차항, 2차항 쪽 가서

01:03:43.807 --> 01:03:52.841
3차항, 4차항, 5차항, 6차항까지
나오게 될 수 있는 거예요.

01:03:52.941 --> 01:03:59.213
우리 보통 여기 계수 쓸 때 이런 표현보다는
 a, b, c, d 쪽 썼었는데

01:03:59.313 --> 01:04:05.068
 a, b, c, d, e, f, g 다
다른 문자로 쓰면 너무 헷갈릴 수 있고

01:04:05.168 --> 01:04:10.435

애가 바로 2차항의 계수다, 3차항의 계수다, 라는 걸 표현해주기 위해서

01:04:10.535 --> 01:04:13.159
그 기호 쓸 때 상수 표기법을

01:04:13.259 --> 01:04:18.394
그냥 a 밑에 이렇게 0,
1, 2 순서대로 맞춰서

01:04:18.494 --> 01:04:22.040
a라는 문자에 번호를
붙여줬을 뿐이에요.

01:04:22.140 --> 01:04:25.378
각각 의미하는 거는 상수항의 값,

01:04:25.478 --> 01:04:29.322
1차항의 계수, 2차항의 계수,
3차항의 계수, 4차항의 계수,

01:04:29.422 --> 01:04:30.813
5차항의 계수, 6차항의 계수.

01:04:30.913 --> 01:04:33.592
그거를 일반적으로 표현을
했을 뿐이에요.

01:04:33.692 --> 01:04:36.768
문제에서 이제 뭘 구하자고 했냐면,

01:04:36.868 --> 01:04:40.848
상수항과 2차항의 계수와
4차항의 계수와

01:04:40.948 --> 01:04:45.102
6차항의 계수를 더한 것을
구하여라, 라고 했어요.

01:04:45.202 --> 01:04:47.614
이거 한 번에 구할
수 있는 학생들은

01:04:47.714 --> 01:04:49.717
이 강의 안 들으셔도
될 것 같아요.

01:04:49.817 --> 01:04:51.302
수포자 아니신 것 같아요.

01:04:51.402 --> 01:04:53.297
안 들으셔도 될 것 같고요.

01:04:53.397 --> 01:04:55.585
대부분이 아마 한 번에
못 구할 거예요.

01:04:55.685 --> 01:04:58.756
그런데 이거는 혹시 구할
수 있지 않을까요?

01:04:58.856 --> 01:05:01.841
이걸 봤을 때 좀 규칙성을
본다면 0, 2, 4, 6.

01:05:01.941 --> 01:05:04.236
짝수구나, 라는 걸
발견을 하시고요.

01:05:04.336 --> 01:05:06.382
이거는 어떨까요?

01:05:06.482 --> 01:05:11.109
 $a_0+a_1+a_2+$
 $a_3+a_4+a_5+a_6$.

01:05:11.209 --> 01:05:14.670
그냥 애네를 전부 다 더한다.

01:05:14.770 --> 01:05:15.898
앞에 있는 숫자들.

01:05:15.998 --> 01:05:17.821
그 상수들을 모조리 더한 값.

01:05:17.921 --> 01:05:21.323
이거를 구하고 싶으면
항등식이라고 했잖아요.

01:05:21.423 --> 01:05:23.910
전개한 결과잖아요?
항등식이잖아요?

01:05:24.010 --> 01:05:25.554
아무거나 대입해도 되죠.

01:05:25.654 --> 01:05:29.958
 x 에 뭘 대입한다면 이걸
얻을 수 있을까요?

01:05:30.058 --> 01:05:33.187
 x 자리에 뭐가 들어가면
 a_1 이 나와요?

01:05:33.287 --> 01:05:35.994
1 대입하면 이거 나와요.

01:05:36.094 --> 01:05:38.242
여기도 1 대입하면 a_2 나와요.

01:05:38.342 --> 01:05:41.273
여기도 1 대입하면
그냥 a_3 만 남아요.

01:05:41.373 --> 01:05:46.183
결국 양변에 x 는 1을
대입해보는 거예요.

01:05:46.283 --> 01:05:53.824
그러면 x 에 1 대입했을 때는 구할 수
있는 것이 모든 계수의 합입니다.

01:05:53.924 --> 01:05:57.303

x에 1을 대입해서 우리는
모든 계수의 합.

01:05:57.403 --> 01:06:01.791

고등학교에서 이 상수항도 계수로
취급을 해요, 모든 계수의 합.

01:06:01.891 --> 01:06:06.063

상수항을 포함한 모든 계수의 합을
구할 수 있고 항등식이잖아요.

01:06:06.163 --> 01:06:11.214

여기에도 x는 1 대입해도 식이
그대로 성립한다는 거예요.

01:06:11.314 --> 01:06:18.875

1 대입해보면 $2+6-1$ 이거의
제곱이 되면서 값이 얼마가 되죠?

01:06:18.975 --> 01:06:21.507

49로 나오게 되죠.

01:06:21.607 --> 01:06:24.936

7의 제곱이 되는 것이니까 49.

01:06:25.036 --> 01:06:28.413

모든 계수의 합은 내가
전개를 안 해봤어도

01:06:28.513 --> 01:06:31.583

항등식의 성질을 사용한다면
49가 된다.

01:06:31.683 --> 01:06:35.256

1을 대입해서 49가 된다는
것을 찾을 수가 있어요.

01:06:35.356 --> 01:06:39.172

여기까지는 쉽게
알 수 있을 거예요.

01:06:39.272 --> 01:06:44.211

이제 뭘 해볼 거냐, 아까
우리가 그 결과를 얻어내려면

01:06:44.311 --> 01:06:46.362

내가 구하자고 하는 게 뭐였어요?

01:06:46.462 --> 01:06:52.049

$a_0+a_2+a_4+a_6$
짝수끼리의 합.

01:06:52.149 --> 01:06:55.488

짝수 번째 계수들의
합만 구하고 싶거든요.

01:06:55.588 --> 01:06:58.981

그러면 홀수 번째들이
빠져야 되잖아요.

01:06:59.081 --> 01:07:03.894

홀수 부분을 빼려면 여기서
홀수 부분을 빼내고 싶어요.

01:07:03.994 --> 01:07:07.033
그러면 x 에 뭘 대입하면 될까요?

01:07:07.133 --> 01:07:11.227
홀수 부분과 짝수 부분을 구분
지을 수 있으면 좋겠죠.

01:07:11.327 --> 01:07:12.515
홀수.

01:07:12.615 --> 01:07:15.674
홀수인 것은 홀수 차의 계수예요.

01:07:15.774 --> 01:07:17.658
짝수는 짝수 차의 계수예요.

01:07:17.758 --> 01:07:21.570
 x 에 뭘 대입하면 홀수 차이인
것과 짝수 차이인 것에

01:07:21.670 --> 01:07:23.857
부호가 다르게 나오나요?

01:07:23.957 --> 01:07:28.272
바로 -1 을 대입한 걸
생각할 수 있습니다.

01:07:28.372 --> 01:07:34.367
여기 양변에 x 는 -1 을
대입했다고 생각을 해보면

01:07:34.467 --> 01:07:38.394
첫 번째는 -1 대입했을 때
그냥 a_0 나오죠?

01:07:38.494 --> 01:07:41.844
 x 에 -1 대입하면
여기는 뭐가 돼요?

01:07:41.944 --> 01:07:47.011
 -1 곱하기 a_1 이니까
 $-a_1$ 이 나온다는 거예요.

01:07:47.111 --> 01:07:49.450
 -1 을 제공하면 1 이죠?

01:07:49.550 --> 01:07:52.047
그래서 $+a_2$ 가 되고요.

01:07:52.147 --> 01:07:55.580
 -1 을 세 제공하면 -1 입니다.

01:07:55.680 --> 01:07:57.214
 $-a_3$.

01:07:57.314 --> 01:08:00.578
 -1 을 네 제공하면 1 이죠.

01:08:00.678 --> 01:08:03.599
-1 다섯 제공하면 -a5.

01:08:03.699 --> 01:08:05.622
여섯 제공하면 그냥 1.

01:08:05.722 --> 01:08:10.864
이렇게 되면서
 $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 \dots$

01:08:10.964 --> 01:08:15.137
이렇게 홀수 번째 앞에는 마이너스,
짝수 번째 앞에서 플러스가 있는

01:08:15.237 --> 01:08:17.610
이런 식의 값이 나오게 되고

01:08:17.710 --> 01:08:22.777
여기도 역시 항등식이니까 당연히
 x 는 -1을 대입해볼 수가 있죠.

01:08:22.877 --> 01:08:25.995
그래서 양쪽 같다는
것이 성립하는 거죠.

01:08:26.095 --> 01:08:31.300
 $2 - 6 + 1$ 의 제공이 나오게 되네요.

01:08:31.400 --> 01:08:38.645
그래서 값을 계산해보면 $-4 + 1$ 의
제공이니까 9로 그 값이 나오게 되죠.

01:08:38.745 --> 01:08:42.974
이제 이 두 식을 적절히
변형해서 이거 끌어내고 싶어요.

01:08:43.074 --> 01:08:44.428
뭐하면 되죠?

01:08:44.528 --> 01:08:49.465
두 식을 더해봤더니 두 배의 a_0 .

01:08:49.565 --> 01:08:54.173
이거 없어지게 되고
 a_2, a_4, a_6 .

01:08:54.273 --> 01:08:57.298
이렇게 애 없어지고
 a_4 남게 되고요.

01:08:57.398 --> 01:09:02.027
이거 없어지고 a_6 이
남게 된다는 거예요.

01:09:02.127 --> 01:09:06.590
더해보면 $49 + 9$ 해서
58로 나오게 되죠?

01:09:06.690 --> 01:09:08.706
여기로 가려면 이제

뭐 하면 되겠어요?

01:09:08.806 --> 01:09:11.101
양변을 2로 나눠주면 되죠.

01:09:11.201 --> 01:09:13.843
원하는 결과 29로 나오게 됩니다.

01:09:13.943 --> 01:09:18.982
1 대입하고 -1 대입하고 두 식을
더한 것을 반으로 나누는 거예요.

01:09:19.082 --> 01:09:20.183
이거 외우실 건가요?

01:09:20.283 --> 01:09:21.698
아니죠?

01:09:21.798 --> 01:09:23.126
대입해볼 수 있다는 거예요.

01:09:23.226 --> 01:09:26.175
무엇을 대입할 것인가를
스스로 생각을 해보세요.

01:09:26.275 --> 01:09:28.811
앞에 있는 계수들의
합을 구하고 싶다.

01:09:28.911 --> 01:09:32.111
x가 예쁘게 없어져야
되니까 1 대입해주고요.

01:09:32.211 --> 01:09:36.332
짝수 번째만 나오려면 홀수 번째만
마이너스로 바뀌면 좋으니까

01:09:36.432 --> 01:09:37.578
마이너스 1을 대입한다.

01:09:37.678 --> 01:09:47.231
그러면 $a_1 + a_3 + a_5$.

01:09:47.331 --> 01:09:49.926
이렇게 더한 값은
뭐가 나오게 될까요?

01:09:50.026 --> 01:09:52.374
원래 모든 계수의 합이 49였어요.

01:09:52.474 --> 01:09:54.705
그런데 짝수 번째끼리
더한 게 29니까

01:09:54.805 --> 01:09:57.031
애네끼리 더한 건
20이 나오게 되죠.

01:09:57.131 --> 01:10:00.516
두 식을 뺀 다음에 나누기
2 해주시면 됩니다.

01:10:00.616 --> 01:10:05.793
빼보게 되면 홀수 번째들만 앞에
계수가 2가 되어서 남게 되고

01:10:05.893 --> 01:10:10.232
그래서 양변을 2로 나누게 된다면
이 결과를 얻을 수가 있습니다.

01:10:10.332 --> 01:10:12.683
이제 3-4번에서는 다항식.

01:10:12.783 --> 01:10:15.139
11차식이 나왔어요.

01:10:15.239 --> 01:10:18.676
 x 의 11제곱의 $5x$ 의 7제곱에.

01:10:18.776 --> 01:10:23.020
애를 $x-1$ 로 직접 나눴셈식
써서 나눠보실 건가요?

01:10:23.120 --> 01:10:24.689
아니죠.

01:10:24.789 --> 01:10:30.397
그냥 1차식으로 나눈 나머지
구하려면 뭐할 수 있다고요?

01:10:30.497 --> 01:10:33.512
나머지 정리를 쓸 수 있다고요.

01:10:33.612 --> 01:10:35.790
나머지 정리 쓰는 원리 이거였어요.

01:10:35.890 --> 01:10:39.547
 $x-1$ 로 나누었을 때 몫이 뭐라고
나올 거고 나머지가 r .

01:10:39.647 --> 01:10:41.275
상수로 나온다는 거예요.

01:10:41.375 --> 01:10:44.959
 $Q(x)$ 뭔지 모르니까 그냥
양변에 1을 대입해주면

01:10:45.059 --> 01:10:47.533
 $1+5-3+k$.

01:10:47.633 --> 01:10:50.147
이게 그냥 그 나머지라는 거죠.

01:10:50.247 --> 01:10:52.662
1 대입했을 때 $0*Q(1)$.

01:10:52.762 --> 01:10:55.840
 $Q(1)$ 이 뭔지 모르더라도
앞에 0이 곱해져 있으니까

01:10:55.940 --> 01:10:58.339
0 되면서 r 만 남게 돼요.

01:10:58.439 --> 01:11:01.518

그런데 그 r에 해당하는
나머지가 얼마라고요?

01:11:01.618 --> 01:11:04.604

바로 10이라고 주어져
있는 것입니다.

01:11:04.704 --> 01:11:11.812

6-3 해서 3, 더하기
k가 10이 되는 것이니까

01:11:11.912 --> 01:11:18.339

k의 값을 구하게 되면 7이다,
라고 찾아줄 수가 있는 것이죠.

01:11:18.439 --> 01:11:26.414

그래서 답을 구하게 된다면 4번으로
찾아줄 수가 있게 됩니다.

01:11:26.514 --> 01:11:30.785

그래서 k의 값 7로
나오게 되었고요.

01:11:30.885 --> 01:11:32.901

이제 3-5번을 볼게요.

01:11:33.001 --> 01:11:38.575

이 다항식을 이번에는 x-5로
나눈 나머지가 10이다.

01:11:38.675 --> 01:11:43.280

이걸 보는 순간 여러분이
적을 수 있는 것이 있어요.

01:11:43.380 --> 01:11:45.615

x-5로 나눈 나머지.

01:11:45.715 --> 01:11:47.829

바로 P(5)인 거죠.

01:11:47.929 --> 01:11:49.310

그게 10이라는 거고요.

01:11:49.410 --> 01:11:56.412

x+3으로 나눈 나머지,
P(-3)이 -6이 된다는 거예요.

01:11:56.512 --> 01:11:59.382

이때 P(x)를 누구로 나누느냐,

01:11:59.482 --> 01:12:03.962

x-5와 x+3을
곱한 것으로 나눕니다.

01:12:04.062 --> 01:12:09.406

나머지 정리는 몇차식으로
나눌 때를 알려주는 거였죠?

01:12:09.506 --> 01:12:12.124

1차식으로 나눈 것을
알려주는 거였거든요.

01:12:12.224 --> 01:12:14.674
그런데 이거는 2차식으로 나눴어요.

01:12:14.774 --> 01:12:17.689
그러면 그냥 5 대입해서
나머지가 10이다.

01:12:17.789 --> 01:12:19.799
이렇게 이야기를 못 하는 거죠.

01:12:19.899 --> 01:12:21.766
2차식으로 나눴습니다.

01:12:21.866 --> 01:12:26.579
뭉이 뭐라고 나오게 될
거고 나누는 식이 2차니까

01:12:26.679 --> 01:12:29.255
그거보다 차수가 작아지게 된다면,

01:12:29.355 --> 01:12:32.437
이거는 1차 이하가 돼요.

01:12:32.537 --> 01:12:37.394
아까 제가 1차로 나눴을 때는 나머지가
확정적으로 0차, 이렇게 적었죠?

01:12:37.494 --> 01:12:40.402
그런데 지금은 1차
이하라고 적었어요.

01:12:40.502 --> 01:12:43.414
왜냐하면 0차보다
작은 건 없으니까.

01:12:43.514 --> 01:12:45.999
그런데 1차보다 작은
건 0차도 있죠.

01:12:46.099 --> 01:12:49.254
2차식으로 나눴을 때 나머지가
상수가 나올 수도 있어요.

01:12:49.354 --> 01:12:51.613
아니면 이렇게 1차 이하로.

01:12:51.713 --> 01:12:54.710
1차식이거나 상수이거나,
라고 나오게 되어서

01:12:54.810 --> 01:13:00.799
일반적으로 그러면 1차 이하의 식을
나타내는 식의 표현이 $ax+b$ 예요.

01:13:00.899 --> 01:13:04.119
이렇게 2차식으로
나누었다는 세팅이 나오면

01:13:04.219 --> 01:13:09.720

나머지를 $ax+b$ 라고 놓고
이거 역시 항등식이잖아요.

01:13:09.820 --> 01:13:12.961

양변에 적절한 수를 대입해서 ab .

01:13:13.061 --> 01:13:15.384

미정계수를 정해주시면 되는 거예요.

01:13:15.484 --> 01:13:17.424

만약 3차식으로 나뉘어요.

01:13:17.524 --> 01:13:19.208

나머지 어떻게 써야 되죠?

01:13:19.308 --> 01:13:22.903

2차 이하니까 ax^2+bx+c .

01:13:23.003 --> 01:13:24.366

그렇게 써놓으시면 되고요.

01:13:24.466 --> 01:13:25.890

2차식으로 나뉘었다.

01:13:25.990 --> 01:13:29.751

나머지가 1차 이하가 되도록
식을 써놓은 다음에

01:13:29.851 --> 01:13:33.795

앞에 있는 이 정보를
사용하는 거예요.

01:13:33.895 --> 01:13:37.175

x 에 5를 대입하면
10이라고 했거든요.

01:13:37.275 --> 01:13:41.535

그러면 이 식에 5를 대입한
거를 생각해보는 거죠.

01:13:41.635 --> 01:13:43.837

양변에 5를 대입했다.

01:13:43.937 --> 01:13:56.520

$(5-5)(5+3)Q(5)+5a+b$ 해준
것이 아까 $P(5)$ 의 값이 10이라고 했어요.

01:13:56.620 --> 01:14:03.092

그런데 $5-5$ 가 얼마? 0이니까
 $0*8*Q(5)$ 해보세요.

01:14:03.192 --> 01:14:07.763

$Q(5)$ 가 뭐든 상관없이 이
값은 그냥 0이 된다는 거예요.

01:14:07.863 --> 01:14:12.203

$5a+b$ 가 10이 된다는 것입니다.

01:14:12.303 --> 01:14:15.091

그리고 -3을 또 대입해본다.

01:14:15.191 --> 01:14:28.372
그러면 $(-3-5)(-3+3)Q(-3)-3a+b$
해준 것이 -6.

01:14:28.472 --> 01:14:32.662
아까 $P(-3)$ 이 -6이라는 거
나머지 정리를 통해 끌어냈죠?

01:14:32.762 --> 01:14:37.328
마찬가지로 이 부분이 0이니까
나머지가 뭐든 관계없이

01:14:37.428 --> 01:14:42.229
이 값은 0으로 없어지게 되고
 $-3a+b$ 만 -6이 돼요.

01:14:42.329 --> 01:14:49.978
그러면 $5a+b$ 가 10이라는 것과 $-3a+b$ 가
-6이라는 것을 연립해주는 거죠.

01:14:50.078 --> 01:14:54.536
두 식을 빼면 $8a$ 가 16 나오니까
 a 가 2가 나오게 되고요.

01:14:54.636 --> 01:14:58.851
 a 에 2를 대입해보면 b 의
값은 0이 나오게 되죠?

01:14:58.951 --> 01:15:00.433
 ab 가 뭐였죠?

01:15:00.533 --> 01:15:07.109
아까 우리 나머지로 세팅했던 $ax+b$ 에
각각 1차항 상수의 계수예요.

01:15:07.209 --> 01:15:10.038
그렇게 된다면 나머지에
해당하는 것.

01:15:10.138 --> 01:15:13.523
지금 문제에서는 나머지를
 $R(x)$ 라고 해보자.

01:15:13.623 --> 01:15:17.214
그래서 제가 그걸 $ax+b$ 라고
세팅을 했던 건데

01:15:17.314 --> 01:15:20.612
 a 가 2가 나오고 b 는 0이었죠.

01:15:20.712 --> 01:15:23.680
이 $R(x)$ 는 $2x$ 라는
식으로 나와요.

01:15:23.780 --> 01:15:28.702
그러면 $R(1)$ 의 값은 이 x
자리에 1을 대입한 것과 같아서

01:15:28.802 --> 01:15:31.579
2가 된다고 할 수가 있습니다.

01:15:31.679 --> 01:15:37.731
이제 3-6번에서는 애를 2로 나눈 몫이 $Q(x)$ 고 나머지는 3이다.

01:15:37.831 --> 01:15:39.664
그러면 그대로 써볼까요?

01:15:39.764 --> 01:15:49.432
 x^3-ax+9 를 $(x-2)$ 로 나눴더니 몫이 $Q(x)$ 고 나머지가 3보는 순간

01:15:49.532 --> 01:15:51.666
 a 를 찾을 수 있을까요?

01:15:51.766 --> 01:15:53.879
 $x-2$ 로 나눴어요.

01:15:53.979 --> 01:15:57.545
그러면 x 에 2를 대입했을 때

01:15:57.645 --> 01:16:03.971
 $8-2a+9$ 가 2 대입하면 여기 없어지면서 3이 된다는 거죠.

01:16:04.071 --> 01:16:08.430
그러면 $-2a$ 가 -14 가 되기 때문에

01:16:08.530 --> 01:16:11.355
 a 의 값은 7이다, 라고 찾을 수가 있어요.

01:16:11.455 --> 01:16:14.746
여기 다시 식을 적어보게 된다면

01:16:14.846 --> 01:16:22.332
 x^3-7x+9 가 $(x-2)$
 $Q(x)+3$ 이라고 나오게 됩니다.

01:16:22.432 --> 01:16:25.247
문제에서는 뭘 구하라고 했어요?

01:16:25.347 --> 01:16:30.197
 $Q(10)$ 을 구하라고 했는데 이 식은 무슨 식?

01:16:30.297 --> 01:16:31.567
항등식이라고 했죠.

01:16:31.667 --> 01:16:34.650
나눗셈에 대한 식, 이거 항등식이예요.

01:16:34.750 --> 01:16:37.342
 x 에 10 대입해도 성립해요.

01:16:37.442 --> 01:16:43.714
여기도 그냥 10을 대입해보면 10^3-70+9 .

01:16:43.814 --> 01:16:48.561

10 대입한 거 $8*Q(10)+3$

이렇게 되는 거죠.

01:16:48.661 --> 01:16:52.878

8 곱하기 $Q(10)$ 해준

게 이게 1000이죠?

01:16:52.978 --> 01:16:57.345

1000에서 70 빼주면

930 나오죠?

01:16:57.445 --> 01:17:07.439

거기다 9를 더하면 939가 되고 3을

빼주니까 936으로 나오게 되는데

01:17:07.539 --> 01:17:13.198

그게 $8Q(10)$ 과 같다고 했으니까

$Q(10)$ 의 값을 구하려면

01:17:13.298 --> 01:17:15.627

이걸 8로 나눠보면 됩니다.

01:17:15.727 --> 01:17:21.846

그러면 $8*1$ 은 8, $8*7=56$ 이니까

117로 값이 나오게 되겠죠?

01:17:21.946 --> 01:17:24.578

이렇게 마지막 산수는

어려웠지만, $Q(10)$ 의 값.

01:17:24.678 --> 01:17:28.294

항등식의 성질을 그대로 사용해서

구할 수가 있다는 거예요.

01:17:28.394 --> 01:17:31.271

어때요? 항등식이 처음 시작할 때는

01:17:31.371 --> 01:17:34.682

이렇게 뻔한 걸 왜 하지, 라는

생각이 들었을 수도 있는데

01:17:34.782 --> 01:17:38.741

하다 보니까 점점 이렇게 나뉘셈에

대해 적용을 해줄 수도 있고

01:17:38.841 --> 01:17:43.406

정말 미지의 다양한 기술들을 찾아낼 수

있는 그런 방법이 된다는 거예요.

01:17:43.506 --> 01:17:47.243

그래서 아주 재미있는 도구가 될

수 있으니까 잘 알아두시고

01:17:47.343 --> 01:17:51.043

또 그걸 활용해서 나머지

정리라는 걸 사용했더니

01:17:51.143 --> 01:17:52.459

1차식으로 나누었을 때

01:17:52.559 --> 01:17:56.000

나머지를 아주 쉽게 구할 수가 있었어요,
나눗셈을 해보지 않아도.

01:17:56.100 --> 01:17:57.711

그랬더니 좀 욕심이 생기죠?

01:17:57.811 --> 01:17:59.963

뭇도 혹시 좀 쉽게
구할 수 있진 않을까.

01:18:00.063 --> 01:18:01.261

조금만 기다리세요.

01:18:01.361 --> 01:18:06.582

다음 강에서 조립제법이라는 걸
통해서 쉽게 구하게 됩니다.

01:18:06.682 --> 01:18:07.999

그러면 복습 잘하시고요.

01:18:08.099 --> 01:18:10.019

다음 강에서 만나겠습니다.