

WEBVTT

00:00:11.068 --> 00:00:11.909

안녕하세요?

00:00:12.009 --> 00:00:16.458

수포자를 위한 기초특강 2강에서
만나게 되어서 정말 반갑습니다.

00:00:16.558 --> 00:00:19.645

1강 내용 복습은 잘 해보셨나요?

00:00:19.745 --> 00:00:22.033

1강 수업을 듣고 나서 어떠셨어요?

00:00:22.133 --> 00:00:26.197

뭔가 공식이 너무 많고
용어가 너무 많고 그래서

00:00:26.297 --> 00:00:30.229

얻어맞은 것처럼 정신이 없으셨을
수도 있을 것 같아요.

00:00:30.329 --> 00:00:33.482

그런데 그게 기본적으로
우리가 영어를 배우려면

00:00:33.582 --> 00:00:37.565

영어 배울 때도 나는 빨리 다양한
수려한 문장을 말하고 싶은데

00:00:37.665 --> 00:00:39.837

일단은 알파벳을 배워야 되잖아요.

00:00:39.937 --> 00:00:42.494

그런 개념으로 좀 생각을
해주시면 좋겠습니다.

00:00:42.594 --> 00:00:48.389

그래서 뭔가 영어로 외국인들과 이야기도
하고 자유롭게 여행도 다니고 하고 싶은데

00:00:48.489 --> 00:00:50.791

그런 것들이 한 번에
되는 것은 아니고

00:00:50.891 --> 00:00:55.804

알파벳부터 차근차근 그리고 기본적인
단어부터 하나하나 배워야 되는 것처럼

00:00:55.904 --> 00:00:57.570

그런 기초를 다지는 작업.

00:00:57.670 --> 00:01:01.048

그 기초 중에 아주 기초적인
게 1강의 내용이었다.

00:01:01.148 --> 00:01:06.019

그거를 알아야지만 우리가 그런
알파벳 같은 다항식을 이용해서

00:01:06.119 --> 00:01:07.622

정말 재미있는 함수.

00:01:07.722 --> 00:01:11.400

함수 같은 거 배우고 또 나중에
미분, 적분 배우고 나면

00:01:11.500 --> 00:01:16.044

이 세상을 쭉 이렇게 해석을 해볼 때
함수의 눈으로 해석을 해볼 수도 있어요.

00:01:16.144 --> 00:01:17.842

그런 재미있는 것들을
해볼 수 있거든요.

00:01:17.942 --> 00:01:22.627

그래서 조금만 참으시고 같이 차근차근
공부를 해보시면 되는 거고요.

00:01:22.727 --> 00:01:27.709

이번 강도 마찬가지로 약간
알파벳적인 그런 요소가 있습니다.

00:01:27.809 --> 00:01:29.473

특히 나눗셈 계산하는 거.

00:01:29.573 --> 00:01:34.918

계산하는 게 어렵진 않은데 이런 계산하고
있는 것이 무슨 의미가 있을까.

00:01:35.018 --> 00:01:36.997

그런 생각이 좀 드실 수도 있어요.

00:01:37.097 --> 00:01:41.872

그리고 이거 하나 재미있는 것은 우리
지난 시간에 곱셈 공식 배웠죠?

00:01:41.972 --> 00:01:45.985

곱셈 공식을 변형해서 아,
이렇게 곱셈 공식을 이용하니까

00:01:46.085 --> 00:01:49.730

효율적인 계산이 가능하구나, 라는
거를 좀 알아보실 수 있을 거예요.

00:01:49.830 --> 00:01:51.671

그러면 내용으로 가겠습니다.

00:01:51.771 --> 00:01:54.359

곱셈 공식의 변형이라고 해놨는데

00:01:54.459 --> 00:01:57.748

곱셈 공식의 변형이라는
것이 무엇이나면,

00:01:57.848 --> 00:02:00.015

한번 이걸 생각을 해보는 거예요.

00:02:00.115 --> 00:02:06.270

a^2+b^2 , a^2-b^2 그리고

$(a+b)^2-4ab$.

00:02:06.370 --> 00:02:10.097

이런 것들을 보니까 혹시
어떤 생각이 드세요?

00:02:10.197 --> 00:02:12.663

떠오르는 뭔가 공식
같은 게 있으신가요?

00:02:12.763 --> 00:02:21.468

우리 곱셈 공식 중에서 $a+b$ 를
제공한 것은 a^2+b^2+2ab 다.

00:02:21.568 --> 00:02:28.247

제가 순서를 $a^2+2ab+b^2$ 에서
살짝 바꿔서 써봤어요.

00:02:28.347 --> 00:02:29.564

이런 것이 있었습시다.

00:02:29.664 --> 00:02:32.900

그러면 이제 어떤 상황이
나오게 되냐면,

00:02:33.000 --> 00:02:37.858

$a+b$, a^2+b^2 , ab .

00:02:37.958 --> 00:02:42.873

이렇게 $a+b$ 와 a^2+b^2 과 ab .

00:02:42.973 --> 00:02:47.349

이 세 개 중에서 두 개 정도를
여러분에게 주는 거예요.

00:02:47.449 --> 00:02:51.762

그리고 나머지 하나의 값을
구해봐라, 라고 합니다.

00:02:51.862 --> 00:02:57.565

예를 들어서 $a+b$ 의 값이
3이고 ab 의 값이 5예요.

00:02:57.665 --> 00:03:02.960

이렇게 되었을 때 a^2+b^2 이 무엇일까,
라는 거를 찾아보라는 거죠.

00:03:03.060 --> 00:03:05.460

그냥 찾으려면 찾기가 쉬울까요?

00:03:05.560 --> 00:03:07.387

ab 곱해서 5가 되는 것.

00:03:07.487 --> 00:03:08.841

$1*5$.

00:03:08.941 --> 00:03:11.140

내가 쉽게 생각할 수
있는 건 그런 건데

00:03:11.240 --> 00:03:14.059

그걸 더해서 도저히 3이
나올 것 같진 않아요.

00:03:14.159 --> 00:03:17.468

뭔가 자연수 중에서 이런
거를 떠올리기가 쉽진 않죠.

00:03:17.568 --> 00:03:22.646

그런데 여기서 a^2+b^2 을
구하여라, 라고 한 것이니까

00:03:22.746 --> 00:03:29.371

그걸 만약에 그냥 구한다고 생각해 보면
애는 이 식에서 a^2+b^2 이

00:03:29.471 --> 00:03:35.197

$a+b$ 의 제곱에서 이 $2ab$ 를
이항했다고 생각을 해보는 거예요.

00:03:35.297 --> 00:03:40.707

$2ab$ 를 이항해준다면 $a+b$ 의
제곱에서 $2ab$ 를 빼준 것이다.

00:03:40.807 --> 00:03:43.342

그래서 $a+b$ 를 제곱한
건 9가 되죠?

00:03:43.442 --> 00:03:44.894

$2ab$ 를 뺀 거는 10이죠?

00:03:44.994 --> 00:03:45.941
-1.

00:03:46.041 --> 00:03:47.769

이런 식으로 나오게 될
수 있다는 거죠.

00:03:47.869 --> 00:03:49.094

어머, 이거 큰일 났어.

00:03:49.194 --> 00:03:51.880

제곱 더하기 제곱했는데
음수가 나올 수도 있나요?

00:03:51.980 --> 00:03:55.276

아직 여러분의 수 체계에서는
이런 수는 사실 없습니다.

00:03:55.376 --> 00:03:59.800

그런데 뒤에 우리가 4강쯤, 5강쯤
가서 복소수를 배울 거예요.

00:03:59.900 --> 00:04:02.482

그러면 이런 수도 나오게
된다는 걸 알 수 있고

00:04:02.582 --> 00:04:07.026

더군다나 복소수였기 때문에 이런 a ,
 b 를 직접 찾는 게 힘든 거예요.

00:04:07.126 --> 00:04:11.218

직접 찾는 게 힘든데 이거를
변형을 해주고 나면

00:04:11.318 --> 00:04:15.243
이런 식으로 쉽게 a^2+b^2 의
값을 찾을 수 있다.

00:04:15.343 --> 00:04:19.902
이런 목적으로 우리가 곱셈
공식을 변형을 해주는 거예요.

00:04:20.002 --> 00:04:24.096
그래서 뭔가 두 수의
합, 곱, 제곱의 합.

00:04:24.196 --> 00:04:25.402
이런 것들이 있을 때.

00:04:25.502 --> 00:04:28.497
또는 차, 곱, 제곱의
합, 제곱의 차.

00:04:28.597 --> 00:04:32.628
이런 것들이 있을 때 다른 셋
중의 두 개가 나와 있다면

00:04:32.728 --> 00:04:37.216
다른 하나를 어떻게 찾아갈 수 있을까,
라는 것을 살펴보는 것이예요.

00:04:37.316 --> 00:04:42.542
그러면 a^2+b^2 은 여기에서
이거를 이항한다면.

00:04:42.642 --> 00:04:45.685
이항이라는 건 양변에
 $2ab$ 를 빼주는 거죠?

00:04:45.785 --> 00:04:46.964
그렇게 이항을 해준다면

00:04:47.064 --> 00:04:53.276
 $a+b$ 의 제곱 $-2ab$ 다,
라고 나타내줄 수가 있어요.

00:04:53.376 --> 00:04:58.820
그래서 $a+b$, ab , a^2+b
중에서 이 두 개가 있으면

00:04:58.920 --> 00:05:01.409
 a^2+b^2 을 찾을 수가 있는 거죠.

00:05:01.509 --> 00:05:04.527
또는 어떤 걸 사용할
수도 있을까요?

00:05:04.627 --> 00:05:08.746
혹시 $a-b$ 의 제곱을
활용할 수도 있을까요?

00:05:08.846 --> 00:05:12.442

여러분이 한 번 직접 써보세요,
혹시 할 수 있을지.

00:05:12.542 --> 00:05:19.887
a-b의 제곱은
 a^2+b^2-2ab 였어요.

00:05:19.987 --> 00:05:24.566
그러면 여기에서
 a^2+b^2 이라는 걸 끌어내려면

00:05:24.666 --> 00:05:28.249
역시 $-2ab$ 를 이항을
시켜주면 되죠?

00:05:28.349 --> 00:05:32.963
이항을 시키면 $-2ab$ 가
 $+2ab$ 가 됩니다.

00:05:33.063 --> 00:05:38.271
그러면서 애는 a-b의
제곱 $+2ab$.

00:05:38.371 --> 00:05:39.954
이렇게도 쓸 수가 있는 거예요.

00:05:40.054 --> 00:05:44.162
문제에서 어떤 조건이 나와
있느냐, 라는 거에 따라서

00:05:44.262 --> 00:05:49.088
그 조건을 가지고 끌어낼 수 있는
것들을 끌어내 주시면 돼요.

00:05:49.188 --> 00:05:52.994
곱셈 공식 변형하는 것까지
외워놓을 필요는 없습니다.

00:05:53.094 --> 00:05:58.480
변형할 수 있다는 것만 알고
계시면 그때그때 적절한 공식을

00:05:58.580 --> 00:05:59.716
여러분이 변형.

00:05:59.816 --> 00:06:02.801
이 변형이라고 할 때는
결국 이항이에요.

00:06:02.901 --> 00:06:08.320
이항을 잘해서 원하는 식의
값을 통째로 끌어낸다는 것이고

00:06:08.420 --> 00:06:09.622
별거 아닙니다.

00:06:09.722 --> 00:06:13.145
 a^2-b^2 은 어떻게
얻어낼 수 있을까요?

00:06:13.245 --> 00:06:19.254

애는 $a-b$ 와 $a+b$ 를 곱한 거라고
생각을 해줄 수가 있겠죠?

00:06:19.354 --> 00:06:26.952
그리고 때로는 문제에 따라서 뭔가
 a^2+b^2 의 제곱에서 둘을 곱한 것을

00:06:27.052 --> 00:06:31.596
또 제곱한 것을 4배 해서 빼다든지
이런 작업이 있을 수도 있습니다.

00:06:31.696 --> 00:06:35.298
뭐냐면, 여기서 보면
 $a+b$ 의 제곱에서

00:06:35.437 --> 00:06:38.893
한꺼번에 $4ab$ 를 했다고
생각을 해볼 거예요.

00:06:38.993 --> 00:06:46.377
그러면 이거는 $a^2+2ab+b^2$ 에서
 $4ab$ 를 빼 거니까

00:06:46.477 --> 00:06:50.692
결국 $a^2+2ab+b^2$ 이 되죠?

00:06:50.792 --> 00:06:52.879
이것은 무엇을 전개한 식이죠?

00:06:52.979 --> 00:06:56.834
바로 $a-b$ 를 전개한 식입니다.

00:06:56.934 --> 00:07:02.183
그래서 이런 식도 얻을 수가 있고
여기서 순서를 바꿔서 쓴다면

00:07:02.283 --> 00:07:09.824
 $a-b$ 의 제곱에 $4ab$ 를 더한
것은 $a+b$ 의 제곱이 된다고

00:07:09.924 --> 00:07:11.741
이렇게도 끄집어낼 수 있겠죠.

00:07:11.841 --> 00:07:14.902
그래서 제가 아까 얼핏
이야기했던 게 여기서도

00:07:15.002 --> 00:07:23.492
 a^2-b^2 의 제곱을 a^2+b^2 의
제곱에서 $4a^2b^2$ 을 빼준 거다.

00:07:23.592 --> 00:07:27.789
이런 식으로 해서 애의 제곱을
통해 저 값을 얻어줄 수도 있고

00:07:27.889 --> 00:07:30.205
아니면 합과 차를
곱할 수도 있고요.

00:07:30.305 --> 00:07:34.195
그때그때 더 유리한 식으로

계산을 해주시면 돼요.

00:07:34.295 --> 00:07:36.419

이번에는 세 개 나오는
것도 해볼까요?

00:07:36.519 --> 00:07:40.106

이거는 누구를 변형해야 될까요?

00:07:40.206 --> 00:07:50.258

$a+b+c$ 를 제공한 식을 생각을 해보면,
 $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$.

00:07:50.358 --> 00:07:51.784

이렇게 됐었어요.

00:07:51.884 --> 00:07:55.396

그렇기 때문에 지금 이 식에서

00:07:55.496 --> 00:08:00.229

만약에 이 값과 이 값이
주어져있다고 한다면

00:08:00.329 --> 00:08:03.825

바로 $a^2+b^2+c^2$ 더한
것을 끌어낼 수가 있겠죠?

00:08:03.925 --> 00:08:04.681

어떻게 되죠?

00:08:04.781 --> 00:08:07.390

애를 이항시켜주는 거예요.

00:08:07.490 --> 00:08:14.095

$a+b+c$ 를 제공한 것에서 두 배에
둘씩 곱한 것을 빼주면 됩니다.

00:08:14.195 --> 00:08:16.543

이쪽 방향만 가능한가요?

00:08:16.643 --> 00:08:18.524

다른 것도 또 가능하죠.

00:08:18.624 --> 00:08:23.375

예를 들어서 내가 $ab+bc+ca$
이거를 끌어내고 싶다.

00:08:23.475 --> 00:08:25.268

어떻게 변형하면 되겠어요?

00:08:25.368 --> 00:08:26.905

직접 한번 해보세요.

00:08:27.005 --> 00:08:28.300

이것만 구하고 싶다.

00:08:28.400 --> 00:08:31.624

그러면 그 변형이라는 것이
결국 이항이라고 했죠?

00:08:31.724 --> 00:08:35.379

$a+b+c$ 의 제곱에서
이번에는 누구를 빼면 되죠?

00:08:35.479 --> 00:08:38.460
 $a^2+b^2+c^2$ 을 빼는 거예요.

00:08:38.560 --> 00:08:43.185
그런데 그렇게 빼주고 나면 두 배의
 ab , bc , ca 가 남게 될 테니까

00:08:43.285 --> 00:08:46.215
이거를 통째로 2로
나눠주면 되는 거죠.

00:08:46.315 --> 00:08:47.770
이런 변형도 가능합니다.

00:08:47.870 --> 00:08:53.264
셋 중에서 $a+b+c$, 그다음에
 $a^2+b^2+c^2$ 더한 것.

00:08:53.364 --> 00:08:54.804
 $ab+bc+ca$ 더한 것.

00:08:54.904 --> 00:08:57.671
얘네 셋 중에서
두 개가 주어져 있다면

00:08:57.771 --> 00:09:01.351
나머지를 끌어낼 수 있다고
생각하시면 되고요.

00:09:01.451 --> 00:09:05.878
이번에는 세 제곱은 그러면 어떤
식으로부터 우리가 찾을 수가 있을까요?

00:09:05.978 --> 00:09:08.175
여러분이 먼저 한번 생각해 보세요.

00:09:08.275 --> 00:09:11.732
세 제곱이 나오는 공식은
뭐가 있었어요?

00:09:11.832 --> 00:09:13.977
 $a+b$ 의 세 제곱이 있었어요.

00:09:14.110 --> 00:09:20.755
얘는 $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$.

00:09:20.855 --> 00:09:25.204
이렇게 됐었는데 이거를 제가
순서를 또 바꿔서 적어볼게요.

00:09:25.304 --> 00:09:31.217
 a^3+b^3 적고 여기에서 $3ab$ 가
공통으로 있는 거 보이세요?

00:09:31.317 --> 00:09:36.061
그걸 묶어낸다면 $+3ab$ 에
 $a+b$ 가 나오죠?

00:09:36.161 --> 00:09:38.779
그러면 이것만 구하고 싶잖아요.

00:09:38.879 --> 00:09:41.239
그러면 이거를 이항시켜주는 거예요.

00:09:41.339 --> 00:09:49.468
그래서 a^3+b^3 은 이것만 남기고
왼쪽에 나왔다고 생각해 보면

00:09:49.568 --> 00:09:54.144
 $a+b$ 의 세 제곱에서
 $-3ab$ 에 $a+b$ 가 되죠.

00:09:54.244 --> 00:09:56.517
누구랑 누구만 알고 있으면 돼요?

00:09:56.617 --> 00:10:01.108
두 수의 합과 곱을 이용해서
세 제곱의 합을 구할 수 있어요.

00:10:01.208 --> 00:10:04.137
아까 합과 곱을 알고 있으면
누구도 구할 수 있었죠?

00:10:04.237 --> 00:10:06.504
제곱끼리의 합을 구할 수도 있어요.

00:10:06.604 --> 00:10:09.068
그러면 네 제곱끼리의
합도 구할 수 있겠죠.

00:10:09.168 --> 00:10:14.635
아까 우리 합과 곱을 알고 있으면
 $a+b$ 의 제곱 빼기 $2ab$ 가 되어서

00:10:14.735 --> 00:10:16.950
제곱 더하기 제곱도 구할 수 있고

00:10:17.050 --> 00:10:19.817
 $a^4 + b^4$ 은 어떻게
구하면 되겠어요?

00:10:19.917 --> 00:10:27.161
여기서 구한 a^2+b^2 을 제곱한
거에서 $2a^2b^2$ 빼주면 되겠죠.

00:10:27.261 --> 00:10:29.933
그러면 다섯 제곱 더하기 다섯
제곱도 구할 수 있을까요?

00:10:30.033 --> 00:10:35.125
그런 것도 외워놓을 필요 없이 애를
끌어내려면 어떻게 곱하면 될까,

00:10:35.225 --> 00:10:38.020
 $a+b$ 를 꼭 다섯 번
곱할 필요는 없고

00:10:38.120 --> 00:10:40.655
이렇게 곱했다고 생각을

해보는 거예요.

00:10:40.755 --> 00:10:45.488

그러면 a 의 다섯 제곱,
 a^2b^3 나오죠?

00:10:45.588 --> 00:10:47.996

그다음 b^2a^3 나오죠?

00:10:48.096 --> 00:10:54.135

그다음에 $+b$ 의 다섯 제곱이
되면서 여기가 3이니까.

00:10:54.235 --> 00:11:02.813

그러면 애가 a^5+b^5 에 a^2b^2 으로
묶어내면 $a+b$ 가 나오게 되죠.

00:11:02.913 --> 00:11:07.562

그래서 최종적으로 $a+b$ 의 다섯
제곱만 만약에 구하고 싶다,

00:11:07.662 --> 00:11:10.130

이것만 남기고 싶다고 한다면

00:11:10.230 --> 00:11:13.070

제곱끼리의 합,
여기 위에서 구한 것

00:11:13.170 --> 00:11:17.274

세 제곱끼리의 합,
여기 위에서 또 구해준 것

00:11:17.374 --> 00:11:20.939

여기에 $-a^2b^2$ 에 $a+b$.

00:11:21.039 --> 00:11:22.033

이런 식으로 하는 거죠.

00:11:22.133 --> 00:11:25.810

이렇게 계속해 나간다면 여섯
제곱 더하기 여섯 제곱,

00:11:25.910 --> 00:11:27.608

일곱 제곱 더하기 일곱 제곱.

00:11:27.751 --> 00:11:29.421

좀 절차는 오래 걸리긴 하지만

00:11:29.521 --> 00:11:33.634

다 이렇게 거듭제곱들을
계산해줄 수 있는 거예요.

00:11:33.734 --> 00:11:39.063

그래서 이런 식으로 굉장히 다양한
곱셈 공식 변형이 가능합니다.

00:11:39.163 --> 00:11:40.202

기본이 누구죠?

00:11:40.302 --> 00:11:42.571

합과 곱을 알고 있으면

된다는 거예요.

00:11:42.671 --> 00:11:47.652
합과 곱을 통해서 합을 세 제곱 한 거에서 빼기 3배의 곱과 합을 곱해준 것.

00:11:47.752 --> 00:11:51.838
애는 그렇다면 $a-b$ 의 세 제곱으로부터 나올 수 있겠죠?

00:11:51.938 --> 00:11:55.106
이번에는 $+ab$ 의 $a-b$.

00:11:55.206 --> 00:11:56.669
이런 식으로 나오게 돼요.

00:11:56.769 --> 00:12:02.564
유도하는 것 $a-b$ 의 세 제곱으로부터 여러분이 한번 찾아보실 수 있을 거예요.

00:12:02.664 --> 00:12:04.087
찾아보시고요.

00:12:04.187 --> 00:12:06.081
불안하니까 한 번만 보여드릴게요.

00:12:06.181 --> 00:12:09.475
애는 어떻게 나오느냐,

00:12:09.575 --> 00:12:22.268
이번에는 $a-b$ 의 세 제곱을 했다면 $a^3-3a^2b^2+3b^2-b^3$.

00:12:22.368 --> 00:12:23.231
이렇게 됐었죠?

00:12:23.331 --> 00:12:28.342
또 역시 순서를 바꿔서 적어본다면 이번에는 $-3ab$ 로 묶어내볼게요.

00:12:28.442 --> 00:12:32.013
 $-3ab$ 로 묶으면 여기서 a 나오고요.

00:12:32.113 --> 00:12:35.324
여기서는 $+3ab^2$ 이니까 플러스 되려면

00:12:35.424 --> 00:12:38.756
여기랑 마이너스가 돼서 곱해지는 것으로 해야겠죠.

00:12:38.856 --> 00:12:41.150
그래서 이것만 구하고 싶다.

00:12:41.250 --> 00:12:45.642
 a^3-b^3 을 구하고 싶으면 $a-b$ 의 세 제곱에

00:12:45.742 --> 00:12:48.386
이거를 이항시키면 부호가

플러스가 되죠?

00:12:48.486 --> 00:12:52.449

그래서 $+3ab$ 의 $a-b$ 라고
나오게 되는 거예요.

00:12:52.549 --> 00:12:56.620

그래서 이렇게 세 제곱 더한
거 빼는 것도 가능합니다.

00:12:56.720 --> 00:13:02.245

여기까지는 여러분이 충분히 스스로
알마든지 유도를 해주실 수 있을 거예요,

00:13:02.345 --> 00:13:04.724

기본적인 곱셈 공식을
알고 있다고 한다면요.

00:13:04.824 --> 00:13:07.659

이것까지도 스스로
가능할 것 같아요.

00:13:07.759 --> 00:13:09.872

어떤 공식을 쓰면 될까요?

00:13:09.972 --> 00:13:11.764

이렇게 세 제곱끼리 더한 것.

00:13:11.864 --> 00:13:14.644

어디서부터 나왔었죠?

00:13:14.744 --> 00:13:19.957

$a+b+c$ 더한 것에
제곱끼리 더해주고요.

00:13:20.057 --> 00:13:25.663

그다음에 $-ab-bc-ca$
해주면 전개한 식이

00:13:25.763 --> 00:13:30.069

세 제곱끼리의 합에
빼기 $3abc$ 였어요.

00:13:30.169 --> 00:13:32.768

그러니까 누구만 이항시켜주면 돼요?

00:13:32.868 --> 00:13:34.899

이것만 이항시켜주면 되죠?

00:13:34.999 --> 00:13:39.939

결국 a, b, c 의
합, 두 개끼리 곱,

00:13:40.039 --> 00:13:42.399

들을 이용하면 이거
유도할 수 있고요.

00:13:42.499 --> 00:13:44.907

그다음에 a, b, c
곱한 것을 알고 있다면

00:13:45.007 --> 00:13:48.272

세 제곱끼리의 합도 찾을
수가 있다는 거예요.

00:13:48.372 --> 00:13:54.910

이항을 시켜준다면 이렇게
계산을 해준 것.

00:13:56.995 --> 00:14:02.624

그다음에 여기에 이거를 이항시키면
+3abc가 되겠죠?

00:14:02.724 --> 00:14:06.862

이런 식으로 변형해서 우리가 세 제곱,
세 제곱, 세 제곱 더한 것도

00:14:06.962 --> 00:14:09.343

값을 찾을 수가 있습니다.

00:14:09.443 --> 00:14:11.335

여기까지 괜찮으시죠?

00:14:11.435 --> 00:14:13.579

이거는 좀 어려워요.

00:14:13.679 --> 00:14:20.124

이거는 좀 어려운데
제가 어렵다고 하는 건

00:14:20.224 --> 00:14:22.757

여러분 스스로
생각하기에는 약간 어렵고

00:14:22.857 --> 00:14:25.746

이걸 도대체 어떻게
변형하라는 거야, 라는

00:14:25.846 --> 00:14:28.593

약간은 좀 억지스러운 걸 수도 있고요.

00:14:28.693 --> 00:14:32.891

그런데 그러다 보니까 어려운
문제가 좀 잘 나와요.

00:14:32.991 --> 00:14:35.412

그래서 특히 내신에서 어려운
문제가 좀 잘 나와서

00:14:35.512 --> 00:14:38.724

여러분이 알아놓으시면
유용할만한 그런 공식입니다.

00:14:38.824 --> 00:14:42.628

내신에 잘 나올 뿐만 아니라 뒤에
단원들에서도 좀 어려운 문제.

00:14:42.728 --> 00:14:44.848

이거를 응용해서
나오도록 하는 게 있고

00:14:44.948 --> 00:14:47.744

인수 분해해서도 또 한 번
활용이 될 거고 그렇거든요.

00:14:47.844 --> 00:14:51.419

그래서 애는 어떤 다른
값으로부터 이거를 끄집어낸다.

00:14:51.519 --> 00:14:56.761

그런 차원도 있긴 하지만 이거 자체가
굉장히 재미있게 변형이 되는 식이에요.

00:14:56.861 --> 00:15:00.005

일단은 이 식을 처음 봤을 때
여러분, 느낌이 어떠셨어요?

00:15:00.105 --> 00:15:02.740

제가 1장에서 그런
것까지는 묻진 않았었는데

00:15:02.840 --> 00:15:07.348

보면 $2ab$, $2bc$, $2ca$
이런 게 만약에 들어가 있다면

00:15:07.448 --> 00:15:11.507

앞에 2가 곱해져 있다면 뭔가
완전제곱식으로 나타내줄 수 있는 식.

00:15:11.607 --> 00:15:12.640

그런 느낌이 있죠.

00:15:12.740 --> 00:15:18.219

물론 셋 중의 하나는 플러스 여야지만 완벽히
완전제곱식으로 나타낼 수 있겠지만

00:15:18.319 --> 00:15:20.313

어쨌든 2가 아쉽습니다.

00:15:20.413 --> 00:15:26.503

그래서 이게 고등학교 수학에서 식을
변형하는 문제들이 몇 가지가 있어요.

00:15:26.603 --> 00:15:29.082

이런 식으로 변형하는
식이 몇 개가 있는데

00:15:29.182 --> 00:15:31.925

그 변형하는 방법이 재미있는데요.

00:15:32.025 --> 00:15:34.313

2가 있으면 좋겠잖아요.

00:15:34.413 --> 00:15:36.991

그러니까 2를 내가 만드는 거예요.

00:15:37.091 --> 00:15:38.672

어떻게 만들죠?

00:15:38.772 --> 00:15:41.242

뭔가 2가 있으면
완전제곱식이 될 것 같으니까

00:15:41.342 --> 00:15:43.609

여기다 2배를 할 거예요.

00:15:43.709 --> 00:15:44.828

이렇게 2배 했습니다.

00:15:44.928 --> 00:15:46.612

그러면 여기만 2배

하면 안 되잖아요.

00:15:46.712 --> 00:15:49.044

여기도 2배를 할 거예요.

00:15:49.144 --> 00:15:52.757

그러면 이것을 등호로

연결을 할 수가 있나요?

00:15:52.857 --> 00:15:54.947

등호로 연결하면 거짓말하는 거죠.

00:15:55.047 --> 00:15:56.623

두 개가 똑같지 않죠?

00:15:56.723 --> 00:15:59.516

여기서 굉장히 수학의 매력적인 점.

00:15:59.616 --> 00:16:02.661

내가 변형하고 싶으니까

일단 2배를 해놓고

00:16:02.761 --> 00:16:05.640

그 앞에 2분의 1을

묶어버리는 거예요.

00:16:05.740 --> 00:16:09.538

그러면 이제 이 두 식은

똑같다고 할 수가 있을까요?

00:16:09.638 --> 00:16:10.291

2분의 1.

00:16:10.391 --> 00:16:13.694

여기 두 배를 쪽 해놨지만 결국은

2분의 1을 곱해주는 거니까

00:16:13.794 --> 00:16:18.202

그러면 애네는 똑같은 식이잖아요,

00:16:18.302 --> 00:16:19.593

어차피 이거랑 이거랑.

00:16:19.693 --> 00:16:22.344

2랑 2분의 1이 없어지게

되면서 같은 식이 되거든요.

00:16:22.444 --> 00:16:26.216

그런데 내가 2ab가 왜

있었으면 좋겠다고 했어요?

00:16:26.316 --> 00:16:30.448

뭔가 완전제곱식 같은 게

나왔으면 좋겠다고 했어요.

00:16:30.548 --> 00:16:34.577

여기서 $2a^2$ 을 분해
해줄 거예요.

00:16:34.677 --> 00:16:37.929

a^2 과 a^2 으로 나눠서 쓰고요.

00:16:38.029 --> 00:16:41.315

$2b^2$ 을 b^2 과 b^2 ,
 c^2 과 c^2 .

00:16:41.415 --> 00:16:44.294

이렇게 나눠서 써볼게요.

00:16:46.196 --> 00:16:50.488

그래놓고 나니까 이제
어떤 게 눈에 띄냐면

00:16:50.588 --> 00:16:57.320

여기에 있는 a^2 과 b^2 하나와
 $-2ab$ 를 묶어놓고 써볼게요.

00:16:57.420 --> 00:17:00.755

$a^2-2ab+b^2$.

00:17:00.855 --> 00:17:05.417

그다음에는 여기
 b^2 , c^2 , $-2bc$.

00:17:05.517 --> 00:17:07.810

묶어서 써볼게요.

00:17:09.800 --> 00:17:14.980

그다음에 남아있는 애들,
 a^2+c^2-2ca .

00:17:15.080 --> 00:17:17.799

이제 뭐가 보이세요?

00:17:17.899 --> 00:17:23.204

$a^2-2ab+b^2$ 은
 $a-b$ 의 제곱이에요.

00:17:23.304 --> 00:17:26.317

이거는 $b-c$ 의 제곱이에요.

00:17:26.417 --> 00:17:29.214

애는 $c-a$ 의 제곱이에요.

00:17:29.314 --> 00:17:31.334

$a-c$ 의 제곱이라고 써도 되죠?

00:17:31.434 --> 00:17:34.008

어차피 제곱하면
마이너스 없어지니까.

00:17:34.108 --> 00:17:38.815

그런데 제가 지난 강에서 이거 쓸 때
 a , b , c 자리 바뀌도 된다.

00:17:38.915 --> 00:17:42.674

이런 말씀을 드렸었는데

a, b, c, c, a.

00:17:42.774 --> 00:17:49.185

수학자들이 뭔가 이렇게 a, b, c 순차적으로
순환되는 형태로 쓰는 걸 좋아해요.

00:17:49.285 --> 00:17:50.759

그래서 저도 이렇게 써봤어요.

00:17:50.859 --> 00:17:52.980

a-b, b-c, c-a.

00:17:53.080 --> 00:17:56.605

각각 제공해서 더한
것과 같아지게 됩니다.

00:17:56.705 --> 00:17:59.977

이렇게 해놓는 것이
무슨 의미가 있을지는

00:18:00.077 --> 00:18:04.147

지금 그것까지 말씀드리면 여러분
머리가 터질 수도 있으니까

00:18:04.247 --> 00:18:08.329

제가 나올 때 그때그때 조금씩
짚어서 말씀을 드릴게요.

00:18:08.429 --> 00:18:11.528

그래서 애하고 애하고
일단 이렇게 같아진다.

00:18:11.628 --> 00:18:13.560

이렇게 변형을 해놓고 보면

00:18:13.660 --> 00:18:18.785

나중에 뭔가 되게 유용하게 쓰일
일이 있겠구나, 라는 것.

00:18:18.885 --> 00:18:20.354

느낌만 한번 보여드릴까요?

00:18:20.454 --> 00:18:21.794

만약 a, b, c.

00:18:21.894 --> 00:18:25.607

여러분이 알고 있는 그 실수들에서
값을 취한다고 한다면

00:18:25.707 --> 00:18:27.737

제공 더하기 제공 더하기 제공이죠?

00:18:27.837 --> 00:18:31.251

항상 부호가 어떨까요?

00:18:31.351 --> 00:18:34.430

0보다 크거나 같고 크거나
같고 크거나 같고.

00:18:34.530 --> 00:18:37.805

절대로 0보다 작을 수가
없죠, 제공했으니까.

00:18:37.905 --> 00:18:41.539

아까 제가 a^2+b^2 이
-1되는 거 보여드렸었지만

00:18:41.639 --> 00:18:43.238

그거는 나중에 배우는 수.

00:18:43.338 --> 00:18:46.878

허수라는 걸 배우게 되는데
그게 들어갈 때 가능한 거고

00:18:46.978 --> 00:18:51.575

지금 만약에 a, b, c 가 내가
지금 알고 있는 유리수, 무리수

00:18:51.675 --> 00:18:54.946

그런 범위에 있는
실수이다, 라고 한다면

00:18:55.046 --> 00:18:58.260

얘는 항상 0보다 크거나
같아지게 돼요,

00:18:58.360 --> 00:18:59.860

제공해서 더했으니까.

00:18:59.960 --> 00:19:02.285

0보다 크거나 같은 건 알겠어.

00:19:02.385 --> 00:19:04.673

그런데 여기서 재미있는 일이

00:19:04.773 --> 00:19:08.650

언제 등호가 성립하는지를
생각해보면 재미있거든요.

00:19:08.750 --> 00:19:20.232

만약에 이 식이
 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 가 0이라면

00:19:25.135 --> 00:19:33.816

즉 2분의 1에 $a-b$ 의 제곱+ $b-c$ 의
제곱+ $c-a$ 의 제곱이 0이 된다는 거죠?

00:19:35.992 --> 00:19:42.152

그런데 얘는 0보다 크거나 같고
이것도 0보다 크거나 같고

00:19:42.252 --> 00:19:45.074

얘도 0보다 크거나 같아요.

00:19:45.617 --> 00:19:50.163

그러면 0보다 크거나
같은데 0이 되려면,

00:19:50.263 --> 00:19:52.520

셋을 더했을 때는 0이 되려면

00:19:52.620 --> 00:19:57.516

어느 것도 0보다 작을 수 없는
상황에서 더해서 0이 된다.

00:19:57.616 --> 00:20:01.203

반드시 셋 다 어떻게
되어야 할까요?

00:20:01.303 --> 00:20:05.083

이것도 0이고 이것도
0이고 이것도 0이고.

00:20:05.183 --> 00:20:11.110

셋 다 0이어야 되니까 a랑 b랑 c랑
같아지게 된다는 것을 알 수가 있습니다.

00:20:11.210 --> 00:20:13.585

어느 하나가 0보다
큼다고 해볼게요.

00:20:13.685 --> 00:20:16.678

애가 만약에 3이었어요,
a-b를 제공한 게.

00:20:16.778 --> 00:20:20.024

더해서 0이 되려면 어디선가
-3이 나와야 되는데

00:20:20.124 --> 00:20:23.597

모두 0보다 크거나 같아야
되니까 불가능하다는 거죠.

00:20:23.697 --> 00:20:26.791

그래서 전부 0보다 크거나 같을 때

00:20:26.891 --> 00:20:31.138

어떤 게 0보다 커져 버렸으면
없앨 방법이 없으니까

00:20:31.238 --> 00:20:35.518

모두 다 0이 되고 그러면
a, b, c가 같은 수였구나.

00:20:35.618 --> 00:20:39.869

애가 0이라는 것이
이거이면이라고 시작을 했더니

00:20:39.969 --> 00:20:43.705

이렇게 같아지게 된다는 결론이
나오게 되는 재미있는,

00:20:43.805 --> 00:20:48.298

딱 한 번에 a, b, c 간의
관계를 끌어낼 수 있는 식을 쓸 때

00:20:48.398 --> 00:20:50.115

이 변형이 이용됩니다.

00:20:50.215 --> 00:20:54.826

이런 게 실제로 대학교 수학
같은 데나 경시대회나 이럴 때는

00:20:54.926 --> 00:20:56.619
이런 변형이 많이 쓰여요.

00:20:56.719 --> 00:21:00.715
그런데 우리 학교 내신 수학이나
수능에서는 이런 변형이 많지는 않고

00:21:00.815 --> 00:21:04.911
그래서 여러분이 이 변형하는 걸
스스로 생각을 해내지 못했다고 해도

00:21:05.011 --> 00:21:08.219
절대로 좌절하거나
그럴 필요 없어요.

00:21:08.319 --> 00:21:12.453
이거를 스스로 딱 보자마자 생각을
해내는 거는 대단한 일입니다.

00:21:12.553 --> 00:21:17.089
아이디어와 창의성이 굉장히 발달된
그런 학생이라고 할 수가 있고요.

00:21:17.189 --> 00:21:22.854
저를 포함해서 우리 보통의 사람들은

00:21:22.991 --> 00:21:25.139
이거는 한 번 보는 거
가지고는 안 돼요.

00:21:25.231 --> 00:21:28.721
두 세 번 이런 식으로 변형하는
다른 식들을 보고 나면

00:21:28.821 --> 00:21:32.863
언젠가 내가 스스로
변형할 일이 있을 때

00:21:32.963 --> 00:21:35.974
한꺼번에 두 배를 해주고 나누는
이런 아이디어도 있었으니까

00:21:36.074 --> 00:21:40.022
그런 걸 적용해볼 수 있지 않을까
한번 보고 해보는 거예요.

00:21:40.122 --> 00:21:42.572
우리 모방은 창조의
어머니라고 하잖아요.

00:21:42.672 --> 00:21:45.673
이렇게 보면서 그다음에 쪽
적용을 해보면 되고요.

00:21:45.773 --> 00:21:50.566
이런 걸 적용하는 순간은 사실
제가 앞에서도 계속 말씀드렸지만

00:21:50.666 --> 00:21:53.364

그렇게 많지는 않으니까 너무
걱정 안 하셔도 되고요.

00:21:53.464 --> 00:21:57.989

그래서 이렇게 해보니까 곱셈공식을
변형하면 무엇이 좋을까요?

00:21:58.089 --> 00:22:06.419

굉장히 복잡한 식을 어떤 두 수나
세 수의 합, 곱, 제곱합.

00:22:06.519 --> 00:22:08.793

또는 세 제곱합.

00:22:12.825 --> 00:22:19.451

이런 것 중에서 두 개를 알 때,
두 개의 값을 알 때

00:22:19.551 --> 00:22:24.023

나머지를 구할 수 있다는 거예요.

00:22:25.725 --> 00:22:30.616

합과 곱을 알면 제곱합,
세 제곱합을 구할 수 있고

00:22:30.716 --> 00:22:33.512

곱과 제곱합을 알고 있으면
합을 구할 수가 있을 거고.

00:22:33.612 --> 00:22:37.268

이런 식으로 식의 값들을
쉽게 찾을 수 있다는 거죠.

00:22:37.368 --> 00:22:39.329

그리고 우리가 봤던 그 공식 이외에

00:22:39.429 --> 00:22:43.156

만들 수 있는 변형공식은 더
많습니다, 훨씬 많아요.

00:22:43.256 --> 00:22:45.436

여러분이 그냥 어떻게 옮기느냐,

00:22:45.536 --> 00:22:47.505

예를 들어서 우리 이런
것도 안 만들었어요.

00:22:47.605 --> 00:22:51.023

합과 제곱합을 알고 있을 때
 ab 구하는 거.

00:22:51.123 --> 00:22:55.617

$a+b$ 의 제곱에서 a^2 ,
 b^2 빼본 다음에

00:22:55.717 --> 00:22:57.470

그러면 머릿속으로 계산해보세요.

00:22:57.570 --> 00:22:58.577

$2ab$ 만 남죠?

00:22:58.677 --> 00:23:00.348
나누기 2해보면 되겠죠.

00:23:00.448 --> 00:23:04.199
이런 식으로 곱셈 공식이 있으면
그중에서 일부를 알고 있으면

00:23:04.299 --> 00:23:06.757
이항을 통해서 나머지를
구할 수 있다.

00:23:06.857 --> 00:23:10.387
그때그때 유도를 해주면
되는 거예요.

00:23:10.487 --> 00:23:12.517
만들 수 있는 변형공식이
당연히 있고요.

00:23:12.617 --> 00:23:17.130
그렇기 때문에 외울 필요 없이 내가
곱셈 공식 외우는 것도 힘들었잖아요.

00:23:17.230 --> 00:23:21.519
외워놓은 곱셈 공식을 그때그때
이항을 통해서 변형해서.

00:23:21.619 --> 00:23:24.266
이항하고 필요하면 상수 나눠주고요.

00:23:24.366 --> 00:23:27.413
그런 식의 변형을 통해서 다른
값들을 찾으시면 되겠구나.

00:23:27.513 --> 00:23:29.086
마음 편하게 생각하세요.

00:23:29.186 --> 00:23:31.404
이것도 외워야 돼? 아니예요.

00:23:31.504 --> 00:23:35.425
그냥 변형할 수 있다는
사실을 인지하시고

00:23:35.525 --> 00:23:38.627
그다음에 그러면 셋 중에
두 개 정도 있으면 되겠다.

00:23:38.727 --> 00:23:40.981
그러니까 내가 곱셈
공식을 다시 써보고

00:23:41.081 --> 00:23:43.583
알고 있는 것이
무엇인지 체크한 다음에

00:23:43.683 --> 00:23:46.025
나머지 구하기 위해서 적당히 식을

00:23:46.125 --> 00:23:49.870

이항해주면 되겠다는 정도만
알고 계시면 돼요.

00:23:49.970 --> 00:23:51.390
어려워하지 마세요.

00:23:51.490 --> 00:23:54.334
이제 예제 1번 한번 해볼게요.

00:23:54.434 --> 00:23:59.333
더해서 3, 곱해서 2일 때
 x^2+y^2 은 어떻게 변형이 되죠?

00:23:59.433 --> 00:24:02.954
 $x+y$ 의 제곱을 통해서
나온다는 거예요.

00:24:03.054 --> 00:24:10.188
 x^2+y^2+2xy 니까 x^2+y^2 만
구하려면 어떻게 한다고요?

00:24:10.288 --> 00:24:14.617
 $x+y$ 의 제곱에서 이것을
이항해주는 거예요.

00:24:14.717 --> 00:24:17.747
 $-2xy$ 해주면 되는 거죠.

00:24:17.847 --> 00:24:24.620
그래서 3^2-2*2 가 되니까 값이
5가 된다고 바로 찾을 수 있고요.

00:24:24.720 --> 00:24:28.240
세 제곱 더하기 세 제곱은
이 식에서 나오는 거죠?

00:24:28.340 --> 00:24:34.890
 $x+y$ 의 세 제곱이
 x^3+y^3+3xy 의 $x+y$ 다.

00:24:34.990 --> 00:24:39.034
이렇게 기억을 해놓으면 조금 더
유리하겠죠, 변형하는 맥락에서는.

00:24:39.134 --> 00:24:42.443
그래서 x^3+y^3 만 구하고 싶다.

00:24:42.543 --> 00:24:46.711
그러면 이것을 통째로
이항을 시켜주는 거죠.

00:24:46.811 --> 00:24:54.785
그러면 $x+y$ 의 세 제곱에서
 $3xy$ 의 $x+y$ 를 빼주는 거니까

00:24:54.885 --> 00:25:00.301
 $27-3*3*2$ 해서
9가 남게 되죠?

00:25:00.401 --> 00:25:02.915
 $x-y$ 는 어떻게 구할 수 있을까요?

00:25:03.015 --> 00:25:06.675
x-y의 제곱을 한번 해볼게요.

00:25:06.775 --> 00:25:09.367
x+y를 제곱한 것.

00:25:09.467 --> 00:25:13.478
애를 제공해주면
 x^2+y^2+2xy 예요.

00:25:13.578 --> 00:25:16.786
그런데 이거는 $-2xy$ 가
나와야 되잖아요.

00:25:16.886 --> 00:25:19.294
여기서 얼마를 더 빼주면 되겠어요?

00:25:19.394 --> 00:25:22.339
 $4xy$ 를 더 빼주면 되는 거죠.

00:25:22.439 --> 00:25:28.643
그래서 3^2-4*2 가 되니까
1로 나오게 됩니다.

00:25:28.743 --> 00:25:34.428
그러면 x-y의 제곱이 1이니까
x-y는 어떻게 될까요?

00:25:34.528 --> 00:25:40.218
1이 되거나 또는 -1이 되거나 둘
중 하나가 나오게 될 수 있겠죠.

00:25:40.318 --> 00:25:43.717
1일 수도 있고 -1일 수도
있고 그렇게 되겠네요.

00:25:43.817 --> 00:25:48.098
만약에 x가 더 컸으면 1일
거고 y가 더 컸으면 -1이고

00:25:48.198 --> 00:25:50.952
이렇게 두 가지 값이
가능하게 나오는 거죠.

00:25:51.052 --> 00:25:52.737
답이 두 개라고 해서
의심하지 마세요.

00:25:52.837 --> 00:25:54.096
충분히 그럴 수도 있습니다.

00:25:54.196 --> 00:25:58.786
이번에는 $a^2+b^2+c^2$
어디에서 나와요?

00:25:58.886 --> 00:26:03.215
 $a+b+c$ 를 제곱한 식을 다시 한번
머릿속에 생각을 해보는 거예요.

00:26:03.315 --> 00:26:08.528

그러면 이거에서 더하기
2배의 $ab+bc+ca$.

00:26:08.628 --> 00:26:14.432
이렇게 됐었으니까 이것만 구하려면
애를 이항하면 된다는 거죠.

00:26:14.532 --> 00:26:19.571
그래서 $a^2+b^2+c^2$ 은
 $a+b+c$ 를 제곱한 것에서

00:26:19.671 --> 00:26:23.998
빼기 2배의 $ab+bc+ca$.

00:26:24.098 --> 00:26:29.427
그러면 4^2-2*5 가
되니까 6만 남게 되죠.

00:26:29.527 --> 00:26:30.949
계산 다 됐습니다.

00:26:31.049 --> 00:26:32.091
얼마나 좋아요.

00:26:32.191 --> 00:26:34.681
 a, b, c 를 직접 구해볼
필요가 없다는 거예요.

00:26:34.781 --> 00:26:37.811
합과 두 개끼리 곱한
걸 알고 있으니까

00:26:37.911 --> 00:26:41.300
이런 식으로 제곱합이 잘
튀어나오게 됩니다.

00:26:41.400 --> 00:26:47.515
이제 그러면 본격적으로 다항식의
새로운 연산, 나눗셈을 해볼게요.

00:26:47.615 --> 00:26:51.069
나눗셈 상당히 어떻게
보면 생소해요.

00:26:51.169 --> 00:26:55.682
우리 정수의 나눗셈 다시
한번 상기를 해볼까요?

00:26:55.782 --> 00:26:57.506
정수라고 제가 표현을 하긴 했지만,

00:26:57.606 --> 00:26:59.999
여러분이 정식으로 교육과정
내에서 배운 것은

00:27:00.099 --> 00:27:03.233
사실 자연수의 나눗셈이에요.

00:27:03.333 --> 00:27:05.437
 $82 \div 7$.

00:27:05.537 --> 00:27:09.205

지금 이런 거 보면
어떤 생각이 드시나요?

00:27:09.305 --> 00:27:11.955

지금은 이거 7분의 82.

00:27:12.055 --> 00:27:13.380

이렇게 쓰죠.

00:27:13.480 --> 00:27:17.755

여러분이 알고 있는 수가 자연수뿐만
아니라 분수까지 배웠기 때문에

00:27:17.855 --> 00:27:21.592

이제 이걸 보면 7분의
82라고 씁니다.

00:27:21.692 --> 00:27:25.187

그런데 우리가 진화해가면서

00:27:25.287 --> 00:27:29.028

우리의 삶이 초등학교에서
고학년으로 올라가고

00:27:29.128 --> 00:27:31.863

중학교로 가고 하면서
애를 어떻게 나타냈냐면,

00:27:31.963 --> 00:27:35.775

11과 7분의 5라고 썼고요.

00:27:35.875 --> 00:27:42.676

그런데 이거보다 더
예전에는 어떤 식으로 썼었냐면,

00:27:42.776 --> 00:27:44.744

이 나눗셈을 직접한 것을

00:27:44.844 --> 00:27:51.755

$82 \div 7$ 은 11과 나머지 5다,
라고 이렇게 썼던 거 기억하시나요?

00:27:51.855 --> 00:27:54.780

이때 이렇게 쓸 수밖에
없었던 이유가 뭐냐면,

00:27:54.880 --> 00:27:59.397

그때 가지고 있었던 수 체계가
자연수뿐이었기 때문이에요.

00:27:59.497 --> 00:28:02.174

여러분이 알고 있는 건
자연수밖에 없었습니다,

00:28:02.274 --> 00:28:05.033

이 당시 이렇게
나눗셈하던 시절에는.

00:28:05.133 --> 00:28:06.419

잠시 상기해볼까요?

00:28:06.519 --> 00:28:09.854

어떻게 했냐면, 82를
7로 나눴어요.

00:28:09.954 --> 00:28:12.779

그러면 7이 8에 몇 번
들어갈 수 있죠?

00:28:12.879 --> 00:28:16.037

한 번 들어갈 수 있으니까
1 써서 7 했고

00:28:16.137 --> 00:28:17.100

둘을 뺐어요.

00:28:17.200 --> 00:28:18.242

12.

00:28:18.342 --> 00:28:20.861

그러면 12에 7이
몇 번 들어갈 수 있죠?

00:28:20.961 --> 00:28:22.666

또 한 번 들어갈 수 있죠?

00:28:22.766 --> 00:28:27.237

그래서 7해서 나머지가 5가
된다고 이렇게 계산을 했고

00:28:27.337 --> 00:28:30.448

이거를 검산해보려면
어떻게 했었냐면,

00:28:30.548 --> 00:28:35.652

$11 \times 7 + 5$ 는 82가
된다고 했어요.

00:28:35.752 --> 00:28:40.888

여기에서 애가 나눴을 당한다고
해서 피제수로 불렸었고요.

00:28:40.988 --> 00:28:43.387

애가 제수, 몫이고 나머지다.

00:28:43.519 --> 00:28:45.942

피제수가 어떻게 만들어지게 되냐면,

00:28:46.042 --> 00:28:51.888

제수랑 몫을 곱해주고 거기다
나머지를 더했어요.

00:28:51.988 --> 00:28:53.776

이렇게 나타내줬습니다.

00:28:53.876 --> 00:28:57.774

그래서 우리가 일반적으로 문자로
써볼게요, 이 상황을.

00:28:57.874 --> 00:29:04.580

어떤 정수 a 를 꼭 자연수일 필요도 없이

정수 a 를 양의 정수 b 로 나눌 때

00:29:04.680 --> 00:29:10.804
몫이 q 이고 나머지가 r 이 된다는 것은
 a 는 $bq+r$ 의 형태로 나타내주는데

00:29:10.904 --> 00:29:14.571
단 이때 우리 항상
강조했던 거 있죠?

00:29:14.671 --> 00:29:16.954
더 이상 들어가지 않을 때까지.

00:29:17.054 --> 00:29:20.135
여기가 자연수가 되도록
하려고 하는데

00:29:20.235 --> 00:29:22.584
5에 더이상 7이 안
들어가는 거예요.

00:29:22.732 --> 00:29:26.499
더 이상 안 들어가는 이유는
5보다 7이 더 작기 때문이죠.

00:29:26.599 --> 00:29:29.998
나머지가 이 나누는
수보다 작은 것.

00:29:30.098 --> 00:29:31.804
그리고 0보다 크거나 같은 것.

00:29:31.904 --> 00:29:34.851
나머지는 항상 0 이상의
정수가 됩니다.

00:29:34.951 --> 00:29:38.393
그래서 이렇게 이 범위를
만족하도록 나눗셈해주는 것이

00:29:38.493 --> 00:29:40.219
정수의 나눗셈 방법이었어요.

00:29:40.319 --> 00:29:43.934
정수의 나눗셈이라고 하는 거니까
한번 이것을 생각해볼까요?

00:29:44.034 --> 00:29:47.607
만약 -11을 7로 나눈다.
어떻게 될까요?

00:29:47.707 --> 00:29:49.398
몇 번 들어갈 수 있어요?

00:29:49.498 --> 00:29:56.667
만약 -1 들어간다고 해서 -7 해서
여기서 이것을 빼주면 -4가 나오죠.

00:29:56.767 --> 00:30:00.868
그리고 -11은 $7 \times (-1) - 4$.

00:30:00.968 --> 00:30:04.014

이렇게 쓰면 이건
잘못된 방법이에요.

00:30:04.114 --> 00:30:07.978

왜냐하면 나머지가 어떤
수여야 된다고요?

00:30:08.078 --> 00:30:10.883

나머지는 뭇보다 크거나 같은 수?

00:30:10.983 --> 00:30:13.069

0보다 크거나 같은 수.

00:30:13.169 --> 00:30:17.417

그리고 나누는 수인 7보다
작은 수가 되도록 써주는 것을

00:30:17.517 --> 00:30:20.283

우리가 나눗셈한다고
이야기를 해주는 거예요.

00:30:20.383 --> 00:30:21.719

정수에 나눗셈한다.

00:30:21.819 --> 00:30:25.241

그래서 이때는 -2가
들어 가야 합니다.

00:30:25.341 --> 00:30:27.310

그리고 나머지가 3이 되는 거예요.

00:30:27.410 --> 00:30:32.377

-11은 $7 \times (-2) + 3$ 의
형태로 써주는 것.

00:30:32.477 --> 00:30:35.822

이것을 정수의 나눗셈을
한다고 이야기해요.

00:30:35.922 --> 00:30:38.827

그러면 이제 우리는
다항식을 나눌 거예요.

00:30:38.927 --> 00:30:44.659

어떤 다항식 B를 A로 나누었을 때
아직 나누는 방법은 모르겠지만

00:30:44.759 --> 00:30:47.927

몫이 Q고 나머지가
R이었다고 해볼게요.

00:30:48.027 --> 00:30:51.705

지금 자연수 나눗셈하던
방식으로 생각해 보면

00:30:51.805 --> 00:30:59.953

B는 $AQ + R$ 로 나오게 되는데 이때 AQ,
R의 정체가 모두 뭐여야 되냐면,

00:31:00.053 --> 00:31:02.320

다항식이어야 합니다.

00:31:02.420 --> 00:31:06.210
B라는 다항식을 A와 Q의 곱.

00:31:06.310 --> 00:31:12.156
그리고 더하기 어떤 R로
나타내주는데 두 다항식의 곱과

00:31:12.256 --> 00:31:15.450
어떤 다항식의 합으로
나타내주는 거고

00:31:15.550 --> 00:31:18.944
이 R에 마찬가지로 조건이 걸려요.

00:31:19.044 --> 00:31:20.584
A보다 작아야겠죠.

00:31:20.684 --> 00:31:25.388
그런데 다항식은 x^2 과 $2x+3$.

00:31:25.488 --> 00:31:27.099
누가 더 작은 거예요?

00:31:27.199 --> 00:31:29.633
느낌으로는 $2x+3$ 이 더 작죠?

00:31:29.733 --> 00:31:33.903
그러면 x^2 과 3분의
 $1x^3$ 누가 더 작아요?

00:31:34.003 --> 00:31:39.091
앞에 계수를 비교한다면 3분의 1이
더 작는데 x는 세 제곱, 제곱.

00:31:39.191 --> 00:31:40.653
이렇게 되어있으면 애매하잖아요.

00:31:40.753 --> 00:31:44.518
뭔가 이렇게 크기를 무엇으로
비교할 것인가, 라는 것은

00:31:44.618 --> 00:31:48.599
다항식에 나눗셈을 한번,
그냥 정수의 나눗셈 생각해보면서

00:31:48.746 --> 00:31:50.209
직접 저와 함께 해보시면

00:31:50.309 --> 00:31:54.486
아, 이렇게 정리하면 되겠구나, 라는
것을 직관적으로 알 수 있을 거예요.

00:31:54.638 --> 00:31:56.515
그래서 일단은 한번 해봅시다.

00:31:56.615 --> 00:32:03.457
어떻게 되냐면, $2x^4 + 3x^3 + 5x - 1$ 을
이거로 나누고 싶어요.

00:32:03.557 --> 00:32:07.805
그런데 우리 정수 같은 경우도
인류의 가장 큰 발명 중의 하나가

00:32:07.905 --> 00:32:10.024
0의 발명이라고 이야기를 할 정도로

00:32:10.124 --> 00:32:14.316
101이라는 숫자 생각해 보면
이거를 전개해서 나타냈을 때

00:32:14.416 --> 00:32:18.359
 $1 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 1$.

00:32:18.459 --> 00:32:22.988
이렇게 10의 자리 숫자는
0이지만 그걸 살려놔야 된다.

00:32:23.088 --> 00:32:24.581
자리가 뭔가 존재한다.

00:32:24.681 --> 00:32:27.613
그래서 이게 100의 자리가
된다는 걸 알아야 되기 때문에

00:32:27.713 --> 00:32:29.348
0을 집어넣어 놓는 것처럼

00:32:29.448 --> 00:32:34.178
이렇게 나눗셈하는 맥락에서는
실수하지 않도록 하기 위해서

00:32:34.314 --> 00:32:37.432
여기에 x^2 항이 없었다고 한다면

00:32:37.532 --> 00:32:41.977
억지로 $0 \cdot x^2$ 이라고 써놓고
시작을 할 거예요.

00:32:42.077 --> 00:32:43.974
이제 정수 나눗셈할 때

00:32:44.074 --> 00:32:49.002
아까 82에 7이 일단 8에
몇 번 들어가는가를 봤잖아요.

00:32:49.102 --> 00:32:52.427
7이 한 번 들어갔었죠,
 $7 \cdot 1$ 이 7이니깐.

00:32:52.527 --> 00:32:57.093
여기서도 뭔가 여기에 들어가도록
해서 이 수를 없애나가고 싶어요.

00:32:57.193 --> 00:32:59.580
뭘 곱하시겠어요?

00:32:59.680 --> 00:33:07.536
여기다 뭔가를 곱한 다음에 여기서는
정수 나누듯이 뺄 거예요.

00:33:07.636 --> 00:33:10.459
빼서 애네를 없애나가고 싶습니다.

00:33:10.559 --> 00:33:13.720
그러면 뭘 곱해주면 없어지게 되죠?

00:33:13.820 --> 00:33:15.777
 $2x^2$ 을 곱하면 되겠죠?

00:33:15.877 --> 00:33:22.665
 $2x^2$ 을 곱하면 쪽 곱했을 때
 $2x^4 - 4x^3$ 이 되죠?

00:33:22.765 --> 00:33:25.122
그다음에 $+4x^2$.

00:33:25.222 --> 00:33:28.716
 $4x^2$ 이라는 게 생기고
애랑 빼야 되기 때문에

00:33:28.816 --> 00:33:31.223
이것의 자리를 마련해놓는 거예요.

00:33:31.323 --> 00:33:32.565
그래서 $+4x^2$.

00:33:32.665 --> 00:33:39.066
우리 앞에서 제가 $a+b-c$ 라는 다항식
세 개 더하고 빼는 그런 계산할 때도

00:33:39.166 --> 00:33:41.532
자릿수 맞춰서 썼던 거 기억하시죠?

00:33:41.632 --> 00:33:43.482
동류항끼리 계산해야 되니까.

00:33:43.582 --> 00:33:46.324
그래서 이렇게 0의
자리를 만들어놨습니다.

00:33:46.424 --> 00:33:47.384
이제 뺄게요.

00:33:47.484 --> 00:33:51.092
의도한 대로 이렇게 빼지도록
우리가 뭇을 만든 거니까

00:33:51.192 --> 00:33:52.482
애가 없어져요.

00:33:52.582 --> 00:33:57.685
이거는 뺐을 때 3-,
-4하면 $7x^3$ 이 되죠?

00:33:57.785 --> 00:34:01.805
 $0-4x$ 하니까 $-4x^2$ 됐고요.

00:34:01.905 --> 00:34:04.278
그러면 이제 $7x^3$ 을 없애고 싶다.

00:34:04.378 --> 00:34:06.198

여기다 뭘 곱하면 되죠?

00:34:06.298 --> 00:34:09.862
 x^2 이랑 $7x$ 랑 곱해지면
 $7x^3$ 나오죠.

00:34:09.962 --> 00:34:13.152
최고차항을 기준으로
생각을 하는 거예요.

00:34:13.252 --> 00:34:17.891
 $7x$ 곱하게 되면
 $7x^3-14x$ 가 되네요.

00:34:17.991 --> 00:34:22.187
그래서 이거를 빼보게
되면 없어지고요.

00:34:22.287 --> 00:34:28.587
 $-4-14$ 해서 $+10x^2$ 이
나오게 되죠?

00:34:28.687 --> 00:34:31.523
제가 여기 쓰다 말았네요.

00:34:31.623 --> 00:34:36.262
 $7x^3-14x^2+14x$ 까지 나오고

00:34:36.362 --> 00:34:45.144
그러면 $5x$ 랑 $14x$ 랑 빼서 이번에는 $5-14$ 가
 9 니까 $-9x$ 가 된다고 할 수 있죠.

00:34:45.244 --> 00:34:46.470
여기 채움이었고요.

00:34:46.570 --> 00:34:48.350
그다음에 여기 -1 .

00:34:48.450 --> 00:34:51.882
떨어졌으니까 밑으로
내려서 써볼까요?

00:34:51.982 --> 00:34:58.616
그러면 여기서 $10x^2$ 이 있고
 x^2 이었으니까 이제 뭘 써주면 되겠어요?

00:34:58.716 --> 00:35:06.190
 $+10$ 해주게 된다면
 $10x^2-20x+20$ 나오죠.

00:35:06.290 --> 00:35:07.898
또 이거를 뺍니다.

00:35:07.998 --> 00:35:12.544
그러면 $11x-21$ 로 나와요.

00:35:12.644 --> 00:35:15.037
또 이걸 없앨 수가 있나요?

00:35:15.137 --> 00:35:20.083
없애려면 x^2 에 뭘 곱해야

11x가 될까, 라는 걸 보니까

00:35:20.183 --> 00:35:25.940
여기에 +11로 했다면 x분의
11이라는 게 만약에 들어간다면

00:35:26.040 --> 00:35:31.568
11x-22+x분의 22.

00:35:31.668 --> 00:35:34.696
이렇게 나오기는 할 거예요.

00:35:36.827 --> 00:35:40.220
그러면 애네를 빼서
뭔가를 쓸 수는 있는데

00:35:40.320 --> 00:35:43.415
이게 다항식인가요?

00:35:43.515 --> 00:35:46.674
이것은 다항식이 아닙니다.

00:35:46.774 --> 00:35:51.383
우리 다항식이라는 것은 항들이
문자에 곱과 합으로.

00:35:51.483 --> 00:35:54.734
숫자와 문자 사이에 곱과
합으로 이루어진 거였는데

00:35:54.834 --> 00:35:57.580
이거는 나눗셈으로 이루어졌어요.

00:35:57.680 --> 00:35:58.918
다항식이 아니예요.

00:35:59.018 --> 00:36:00.845
이렇게는 더이상 못 나뉘요.

00:36:00.945 --> 00:36:06.879
아까 우리가 82를 7로 나누는
과정에서도 여기 12가 있고

00:36:06.979 --> 00:36:08.633
1 들어가서 5.

00:36:08.733 --> 00:36:12.845
만약에 내가 여기다 추가로
7분의 5라는 걸 썼다면

00:36:12.945 --> 00:36:15.705
5가 되어서 0이 될 수 있겠지만

00:36:15.805 --> 00:36:18.653
이렇게 자연수 나눗셈을
하지 않는다는 거죠.

00:36:18.753 --> 00:36:20.948
나중에 분수를 봤을
때는 이렇게 써요.

00:36:21.048 --> 00:36:22.730

분수까지 나왔을 때는 했지만

00:36:22.830 --> 00:36:27.482

초등학교 때 자연수 범위에서 나눗셈할 때 이런 거는 안 했었잖아요.

00:36:27.582 --> 00:36:30.557

마찬가지로 나중에 우리가 분수식을 다룰 거예요.

00:36:30.657 --> 00:36:34.846

그때는 유리식이라는 그 맥락 안에서 x 분의 $\sim$.

00:36:34.946 --> 00:36:38.690

이런 식으로 쓸 수 있지만 지금 다항식의 나눗셈 책 안에서는

00:36:38.790 --> 00:36:39.906

이런 거는 안 써요.

00:36:40.006 --> 00:36:48.044

그렇다면 나누는 식보다 나머지의 식에 차수가 더 작은 것이 나왔다고 하면

00:36:48.144 --> 00:36:50.796

더이상 나뉘지 않는 것이죠.

00:36:50.896 --> 00:36:52.459

여기서 나눗셈 끝내면 안 돼요.

00:36:52.559 --> 00:36:55.440

다항식으로 더 들어갈 수 있으니까.

00:36:55.540 --> 00:36:59.400

그런데 이렇게 더 이상 이 나누는 식보다

00:36:59.500 --> 00:37:03.245

차수가 더 크거나 같지 않다고 한다면,

00:37:03.345 --> 00:37:06.239

더 작아졌다고 한다면 여기서 멈춥니다.

00:37:06.339 --> 00:37:08.754

그리고 이것이 나머지가 되는 거예요.

00:37:08.854 --> 00:37:10.364

한번 정리를 해볼까요?

00:37:10.464 --> 00:37:11.840

다항식의 나눗셈.

00:37:11.940 --> 00:37:15.716

지금 보면 나누는 식 피제수에 해당했던 거고요.

00:37:15.816 --> 00:37:18.877

그거를 이제 우리가 다항식의
맥락에서 다루고 있으니까

00:37:18.977 --> 00:37:21.062

$f(x)$ 라고 써볼게요.

00:37:21.162 --> 00:37:25.127

$f(x)$ 라는 기호가 여러분에게
생소하실 수도 있는데

00:37:25.227 --> 00:37:29.531

나눗셈 다루고 뒤에 항등식,
나머지 정리 하면서

00:37:29.631 --> 00:37:32.275

이런 기호에 익숙해지시면 좋은데

00:37:32.375 --> 00:37:39.885

이거는 x 에 대한 다항식을 일반적으로
표현할 때 쓰는 기호예요.

00:37:39.985 --> 00:37:45.356

x 라는 것이 우리 이런 기계 초등학교
때부터 중학교 때까지 많이 봤죠?

00:37:45.456 --> 00:37:49.602

f 라는 기호에 문자 x 가
하나 들어가게 된다면

00:37:49.702 --> 00:37:59.298

예를 들어 x 에 대해서 세 제곱하고
5 곱하고 x^2 에 $4x+1$ 으로 되었다.

00:37:59.398 --> 00:38:06.731

그러면 1이라는 걸 넣으면
 $1^3+5*1^2+4*1+1$.

00:38:06.831 --> 00:38:11.238

이렇게 되는 거고 이 표현을
 f 의 x 자리에 1을 넣었다고

00:38:11.338 --> 00:38:13.575

이런 식으로 써주게 되는 식이에요.

00:38:13.675 --> 00:38:15.385

그래서 이렇게 $f(x)$.

00:38:15.485 --> 00:38:18.708

x 를 넣었을 때 어떤 요리가
되어서 나오는 식.

00:38:18.808 --> 00:38:22.755

특히 다항식으로 나오게 되는 식을
주로 이렇게 $f(x)$ 로 많이 쓰는데

00:38:22.855 --> 00:38:26.123

그 x 의 값에 따라서 그러면
내가 1, 2, 3.

00:38:26.223 --> 00:38:28.946

일반적으로 여러 수를
대입해줄 수 있는

00:38:29.046 --> 00:38:32.237
어떤 도구가 되는 식으로
이해를 하시면 되고요.

00:38:32.337 --> 00:38:36.691
그래서 그렇게 다항식을 지금
여기서 보듯이 $f(x)$.

00:38:36.791 --> 00:38:41.865
나누는 식을 $g(x)$, 몫을 $q(x)$,
나머지를 $r(x)$ 라고 썼어요.

00:38:41.965 --> 00:38:47.849
다항식 $f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눌 때 몫이
 $q(x)$ 고 나머지가 $r(x)$ 다, 라는 것은

00:38:47.949 --> 00:38:53.248
우리 아까도 B 나누기 A가
몫이 Q고 나머지가 R일 때

00:38:53.348 --> 00:38:57.596
B는 $AQ+R$ 로 썼었잖아요.

00:38:57.696 --> 00:39:05.653
 $f(x)$ 를 $g(x)$ 라는 제수로
나눌 때 몫이 $q(x)$ 고

00:39:05.753 --> 00:39:07.792
이건 g 고 이건 q 예요.

00:39:07.892 --> 00:39:09.952
 f, g 순차적으로 쓴 거고요.

00:39:10.052 --> 00:39:12.989
 q 라는 몫이 영어로
quotient예요.

00:39:13.089 --> 00:39:16.388
그래서 그 q 에서 가지고
온 거고 나머지가 r .

00:39:16.488 --> 00:39:20.367
영어 remainder에서
가지고 왔어요.

00:39:22.404 --> 00:39:26.744
갑자기 스펠링이 생각이 안
나네요, 죄송합니다.

00:39:26.844 --> 00:39:30.264
이거는 remainder,
quotient 해서

00:39:30.398 --> 00:39:32.861
몫과 나머지가 이런
식으로 나왔을 때

00:39:32.961 --> 00:39:40.415

$f(x)$ 가 $g(x)$ 와 $q(x)$ 곱한 것
더하기 $r(x)$ 다, 라고 나오게 되는데

00:39:40.515 --> 00:39:45.769
핵심적으로 애네들의 식의 종류가
다 무슨 식이어야 되느냐,

00:39:45.869 --> 00:39:48.880
반드시 다항식이 되어야 하고요.

00:39:48.980 --> 00:39:51.721
다항식이 되려고 하다 보니까

00:39:51.821 --> 00:39:57.411
몫도 이렇게 다항식으로
나오려고 한다면

00:39:57.511 --> 00:40:01.945
 $r(x)$ 의 차수가 당연히 다항식이니까
0보다는 크거나 같고요.

00:40:02.045 --> 00:40:05.119
그러니까 상수보다는 크거나
같은 그런 식으로 나오게 되고

00:40:05.219 --> 00:40:11.444
그다음에 이 나누는 식이었던
 $g(x)$ 의 차수보다는 작아야 된다.

00:40:11.544 --> 00:40:17.488
이거를 만족하는 범위 내에서 우리가
나눗셈을 진행하게 되는 거예요.

00:40:17.588 --> 00:40:21.524
그래서 여기 내용 정리해서
우리 교재에 써있고요.

00:40:21.624 --> 00:40:23.683
다항식의 나눗셈을 정의할 때

00:40:23.783 --> 00:40:28.168
나머지의 차수가 나누는 식의 차수보다
작도록 하는 이유가 무엇이라고요?

00:40:28.268 --> 00:40:34.712
그래야지만 몫이 다항식이
되도록 하기 위해서.

00:40:35.606 --> 00:40:38.311
제가 답을 바로 써드리고
앞에서 설명을 드렸네요.

00:40:38.411 --> 00:40:42.310
원래 여러분이 미리 생각을
해보셨으면 좋았을 텐데

00:40:42.410 --> 00:40:45.715
당연히 나눗셈하시는
과정에서 아실 수 있었죠.

00:40:45.815 --> 00:40:57.921

만약에 이렇게 나머지의
차수가 작도록 한다.

00:40:58.021 --> 00:40:59.856
그런데 또 0 이상이어야 되고요.

00:40:59.956 --> 00:41:04.118
그렇게 되는 이유는 몫이
이렇게 다항식의 범위 내에서

00:41:04.218 --> 00:41:05.319
뭔가 x 분의 11.

00:41:05.419 --> 00:41:06.982
이런 거 나오면 안 되는 거고요.

00:41:07.082 --> 00:41:10.190
그다음에 더 작아야 되는
것에 포커스를 둔다면

00:41:10.290 --> 00:41:14.562
그래야지만 나머지가
유일하게 나오게 돼요.

00:41:14.662 --> 00:41:19.202
그것도 보장하기 위해서 이렇게 나누는
식의 차수보다 작아지게 된다.

00:41:19.302 --> 00:41:24.896
무슨 뜻이냐면, 그냥
 $g(x)q(x)+r(x)$ 형태로 쓰는 것이

00:41:24.996 --> 00:41:30.912
예를 들어서 이 상황에서 지금
 $2x^4 + 3x^3 + 5x - 1$.

00:41:31.012 --> 00:41:35.806
이렇게 된 것을 $2x^2 + 7x + 10$ 과
나누는 식이었던

00:41:35.906 --> 00:41:40.640
 $x^2 - 2x + 2$ 라고
하고 $+11x - 21$.

00:41:40.740 --> 00:41:43.063
이렇게 썼으면 깔끔하게 잘 됐어요.

00:41:43.163 --> 00:41:49.307
나누는 식이었던 이거보다 차수가 더
낮아지게 그렇게 쓰여진 것이 맞죠,

00:41:49.407 --> 00:41:50.332
이게 몫이고요.

00:41:50.432 --> 00:41:56.124
그런데 만약에 내가 이것을
 $2x^2 + 7x$ 까지만 했어요.

00:41:56.224 --> 00:41:59.752
그리고 $x^2 - 2x + 2$ 로
이렇게 썼어요.

00:41:59.852 --> 00:42:03.435

그러면 남아있는 부분이

$10x^2 - 9x - 1$.

00:42:03.535 --> 00:42:05.443

여기까지 나오는 거일 거거든요.

00:42:05.543 --> 00:42:09.003

이런 식으로 곱해서 더해도

이거랑 똑같은 식이 되는데

00:42:09.103 --> 00:42:12.051

이렇게 쓰면 이런 식으로 다항식을

00:42:12.151 --> 00:42:15.948

다항식 곱하기 다항식 더하기 다항식으로

나타낼 수 있는 방법이 이거 말고도

00:42:16.048 --> 00:42:19.198

여기까지만 쓴 거 해서

굉장히 다양해지잖아요.

00:42:19.298 --> 00:42:20.715

그래서 어떤 유일성.

00:42:20.815 --> 00:42:24.321

딱 나머지가 유일하도록 보장해주기

위해서 이런 식으로 나타내는데

00:42:24.421 --> 00:42:26.197

약간 어려운 이야기였습니다.

00:42:26.297 --> 00:42:29.553

그냥 궁금하면 그렇게

보시면 되겠고요.

00:42:29.653 --> 00:42:31.343

그러면 한번 계산을 해봅시다.

00:42:31.443 --> 00:42:34.747

다음 나눗셈과 몫과 나머지를

구해보도록 할게요.

00:42:34.847 --> 00:42:36.354

직접 나눠보겠습니다.

00:42:36.454 --> 00:42:42.945

$2x^3$. 세 제곱, 제곱, 1차,

상수 다 있는지 확인하시고요.

00:42:43.045 --> 00:42:46.784

여기도 제곱, 1차, 상수

어느 하나가 빠져있었으면

00:42:46.884 --> 00:42:49.428

자리를 마련해놓는 게

좋다고 했어요.

00:42:49.528 --> 00:42:53.639

x^2 이랑 $2x^3$ 없애주려면

뭘 쓰면 되죠?

00:42:53.739 --> 00:42:55.319
2x.

00:42:55.419 --> 00:42:58.227
그래서 이렇게 쪽 나오게 되고

00:42:58.327 --> 00:43:04.031
두 식을 정수 나눗셈했을 때처럼, 자연수
나눗셈했을 때처럼 빼주는 거예요.

00:43:04.131 --> 00:43:05.957
 x^2+2x+8 .

00:43:06.057 --> 00:43:08.436
그러면 1이 더 들어갈
수 있다는 거죠.

00:43:08.536 --> 00:43:10.815
들어갈 수 있는 범위까지는 다 써서

00:43:10.915 --> 00:43:13.657
나누는 식보다 차수가
낮아지도록 해줘야 돼요.

00:43:13.757 --> 00:43:16.473
그래서 $x+14$ 라고 나오게 돼요?

00:43:16.573 --> 00:43:21.179
이렇게 뺐을 때, 제가 뭔가
지금 잘못 쓴 거 같죠?

00:43:21.279 --> 00:43:25.656
 $4x$ 에서 $6x$ 를 빼주면 여기가
 $10x$ 가 되게 되죠?

00:43:25.756 --> 00:43:32.756
그래서 이렇게 써주게 된다면 둘을
뺐을 때 나오게 되는 것이...

00:43:32.856 --> 00:43:33.687
다시 한번 계산해보겠습니다.

00:43:33.787 --> 00:43:35.554
뭔가 제가 많이 틀린 것 같아요,

00:43:35.654 --> 00:43:36.906
정신없이 하다 보니까.

00:43:37.006 --> 00:43:44.418
 $2x^3+2x^2$ 여기가 6과 $2x$ 를
곱해서 $12x$ 가 되죠, 죄송해요.

00:43:44.518 --> 00:43:47.928
이렇게 나오는 게 맞고 그다음에
 x^2 더하기 둘을 빼주면

00:43:48.028 --> 00:43:50.174
 $16x$ 가 되죠.

00:43:50.274 --> 00:43:55.654

그다음에 +1 해준 거 밑에
써준다면 x^2+x-6 입니다.

00:43:55.754 --> 00:44:00.041

그래서 뺀을 때 $15x+14$,
이렇게 나오게 되죠.

00:44:00.141 --> 00:44:02.049

그러면 몫이 얼마인 거죠?

00:44:02.149 --> 00:44:04.763

몫에 해당하는 게 $2x+1$ 이고요.

00:44:04.863 --> 00:44:09.060

나머지는 $15x+14$ 가 됩니다.

00:44:09.160 --> 00:44:14.230

이렇게 직접 나누는 거를 여러분이
앞으로 몇 번 안 할 거예요.

00:44:14.330 --> 00:44:16.851

제가 이거 계산 틀렸잖아요.

00:44:16.951 --> 00:44:18.892

계산도 어렵고 복잡하고

00:44:18.992 --> 00:44:25.092

굉장히 얻어낼 수 있는 거에
비해서 복잡한 과정이에요.

00:44:25.237 --> 00:44:27.384

그렇게 우아하지 못한다고나 할까요?

00:44:27.484 --> 00:44:30.240

그래서 이런 것을 이렇게
직접 나누는 거는

00:44:30.340 --> 00:44:34.369

이 단원에서만 하고 그 뒤에 단원 가서는
거의 하지 않는 일이에요.

00:44:34.469 --> 00:44:38.224

그러면 나눗셈을 한다는 걸
어떻게 표현할 것인가.

00:44:38.324 --> 00:44:41.695

아까 우리 $f(x)$ 가
 $g(x)*q(x)+r(x)$.

00:44:41.795 --> 00:44:45.323

어떤 다항식을 다항식 곱하기
다항식 더하기 다항식.

00:44:45.423 --> 00:44:49.359

그런데 그 더하는 다항식이 나누는
식보다 차수가 낮게 해서

00:44:49.459 --> 00:44:51.664

유일한 표현 가능하도록 해주는 거.

00:44:51.764 --> 00:44:56.301

그렇게 나머지가 유일하도록 나오는
것이 나눗셈의 핵심적인 성질인데

00:44:56.401 --> 00:45:00.196

그렇게 나타내주는 것이
목표인 거거든요.

00:45:00.296 --> 00:45:06.674

그렇게 식을 성립하도록 하는 것을
 $q(x)$ 와 $r(x)$ 를 정하려고 한다면

00:45:06.774 --> 00:45:12.217

3장에서 배우게 되는 항등식과
나머지 정리라는 것을 사용해주면

00:45:12.317 --> 00:45:16.836

훨씬 더 편하게 나눗셈을 해줄
수 있는 경우가 많이 생겨요.

00:45:16.936 --> 00:45:18.657

그래서 거기에서 어떻게 나눗셈을

00:45:18.757 --> 00:45:21.993

더 우아하게 할 수 있는가,
라는 거를 살펴보게 될 거고요.

00:45:22.093 --> 00:45:25.416

특히 1차식으로 나눌
때는 4장에서 배우게 될

00:45:25.516 --> 00:45:27.409

조립제법이라는 걸 써주면

00:45:27.509 --> 00:45:31.011

훨씬 간편하게 식을 나눠줄
수가 있게 됩니다.

00:45:31.111 --> 00:45:32.934

그래서 그때 또 한 번 보게 될 거고

00:45:33.034 --> 00:45:37.621

그것에 어떤 초석이 되는 것으로
이런 연습을 좀 해보는 게 좋아요.

00:45:37.721 --> 00:45:40.826

이 상황을 다항식의
연산으로 표현을 해볼게요.

00:45:40.926 --> 00:45:44.999

이 다항식을 애로 나눈 몫이
이것이고 나머지가 2이다.

00:45:45.099 --> 00:45:51.335

이걸 보고 여러분이 써야 되는
것이 $2x^3+3x^2+1$ 을

00:45:51.435 --> 00:45:57.490

$2x-1$ 로 나누었더니 몫이
 x^2+2x+1 이고 나머지가 2이다.

00:45:57.590 --> 00:45:58.975

이거 아니에요.

00:45:59.075 --> 00:46:03.401

이렇게 쓰라는 게 아니라 앞으로
여러분이 이런 문장을 보는 순간

00:46:03.501 --> 00:46:06.467

자동으로 만드시 나와야
되는 식이 뭐냐면,

00:46:06.567 --> 00:46:12.390

$2x^3+3x^2+1$ 을
 $2x-1$ 로 나눴어요.

00:46:12.490 --> 00:46:16.584

몫이 x^2+2x+1 이
되고 나머지가 2다.

00:46:16.684 --> 00:46:18.072

이렇게 쓰셔야 돼요.

00:46:18.172 --> 00:46:23.206

그러니까 어떤 다항식을
다항식으로 나눈다는 것은

00:46:23.306 --> 00:46:28.520

이 다항식을 나누는 식과 몫의 곱.

00:46:28.620 --> 00:46:32.391

그리고 나머지의 합으로
다시 표현하는 거다.

00:46:32.491 --> 00:46:34.289

다르게 표현을 해주는 거다.

00:46:34.389 --> 00:46:37.933

이게 나눗셈의 정의라고
기억을 하시면 좋겠습니다.

00:46:38.033 --> 00:46:40.817

이걸 사용해준다면 이제 뭘 해주냐,

00:46:40.917 --> 00:46:45.000

$2x^3+3x^2+1$ 을

00:46:45.100 --> 00:46:51.877

$2x-1$ 과 $x+1$ 로 나누었을
때의 몫과 나머지를 구하자, 라고 했어요.

00:46:51.977 --> 00:46:57.540

그러면 몫이 뭐라고 나올 거고
나머지는 이게 2차식이었잖아요.

00:46:57.640 --> 00:47:02.789

그렇기 때문에 이 나머지는
일차이하의 식으로 나오게 됩니다.

00:47:02.889 --> 00:47:05.770

여기서는 1차식으로 나눴었죠?

00:47:05.870 --> 00:47:09.284

1차식으로 나뉘었으니까
나머지가 상수였어요.

00:47:09.384 --> 00:47:12.874

2차식으로 나누면 나머지가
상수가 나올 수도 있고

00:47:12.974 --> 00:47:14.670

1차식이 나올 수도 있는 거예요.

00:47:14.770 --> 00:47:16.865

무엇일까, 라는 걸 구해보는데

00:47:16.965 --> 00:47:19.009

어차피 똑같은 식이잖아요.

00:47:19.109 --> 00:47:21.065

이 식과 이 식은 똑같은 식이에요.

00:47:21.165 --> 00:47:25.400

그러면 여기서 한번 이 식을
변형 해보는 거예요.

00:47:25.500 --> 00:47:31.611

애는 $2x-1$ 과 $x+1$ 의 제곱이죠.

00:47:31.711 --> 00:47:34.430

$(x+1)(x+1)+2$.

00:47:34.530 --> 00:47:36.289

이렇게 곱해진 식이에요.

00:47:36.389 --> 00:47:40.521

그러면 애를 $(2x-1)(x+1)$ 에

00:47:40.621 --> 00:47:45.181

뭐가 곱해져 있는 식이냐,
라는 차원에서 생각해본다면

00:47:45.281 --> 00:47:47.295

여기에 뭐가 곱해져 있죠?

00:47:47.395 --> 00:47:52.379

바로 $x+1$ 이 곱해져 있고 거기에
추가로 2가 더해져 있다.

00:47:52.479 --> 00:47:54.639

이렇게 쓰면 당연히 똑같은 식인데

00:47:54.739 --> 00:47:56.900

그러면 이제 뭘이 뭐가 된 거예요?

00:47:57.000 --> 00:47:58.969

$x+1$ 이 된 거고요.

00:47:59.069 --> 00:48:00.624

나머지는 2가 됐습니다.

00:48:00.724 --> 00:48:04.660

1차 이하의 식이 나올 수도

있었는데 지금의 맥락에서는

00:48:04.760 --> 00:48:07.583
그냥 이 식 그대로 내려오게 되니까

00:48:07.683 --> 00:48:09.937
이거로 나뉘었을 때 몫만
변화하게 된 거죠.

00:48:10.037 --> 00:48:16.577
몫이 $x+1$ 이고 나머지가 2가 되는
그런 식으로 나타내지게 된다는 거죠.

00:48:16.677 --> 00:48:18.506
나눗셈하는 것을 이렇게

00:48:18.606 --> 00:48:23.465
다항식 곱하기 다항식 더하기 나머지의
형태로 나타내주는 거다, 라고

00:48:23.565 --> 00:48:26.812
이 인식을 가지고 계시면
뒤에서 편해져요.

00:48:26.912 --> 00:48:29.712
그래서 지금 한번 미리
연습을 조금 해본 거예요.

00:48:29.812 --> 00:48:34.521
이거는 주로 뒤에 항등식 다음 강에서
항등식과 나머지 정리 하면서

00:48:34.621 --> 00:48:37.399
이런 형태로 쓰는 거를
연습을 해보게 되는 거고

00:48:37.499 --> 00:48:40.671
지금 미리 보기를 한 거고
개념 확인 문제 풀면서

00:48:40.771 --> 00:48:43.048
이거 연습을 조금만 더
해보도록 할게요.

00:48:43.148 --> 00:48:47.247
미리 개념 확인 문제 풀어보시고요.

00:48:47.347 --> 00:48:50.140
그러면 이제 이거
보도록 하겠습니다.

00:48:50.240 --> 00:48:54.183
 $x+x$ 분의 1 더했더니
5가 나왔어요.

00:48:54.283 --> 00:48:55.880
그랬더니 제곱의 합을
구하라고 했네요?

00:48:55.980 --> 00:48:59.600
아까 우리 제곱의 합이라는

것은 합이 주어져 있을 때

00:48:59.700 --> 00:49:02.590

뭔가 곱셈 공식을 변형해서
구할 수가 있었는데

00:49:02.690 --> 00:49:06.200

곱셈 공식을 그냥 변형하는 게
아니라 합과 곱이 있어야

00:49:06.300 --> 00:49:07.584

제곱합을 구할 수가 있었어요.

00:49:07.684 --> 00:49:10.978

그런데 여기는 곱 안 주고
구하라고 하면 구할 수 있나요?

00:49:11.078 --> 00:49:13.898

곱을 안 준 건가요?

00:49:13.998 --> 00:49:16.185

곱이 나와 있을까요,
안 나와 있을까요?

00:49:16.285 --> 00:49:21.555

지금 가만히 보면 x 를 a 처럼 생각하고
 x 분의 1을 b 처럼 생각했을 때

00:49:21.655 --> 00:49:25.933

$a+b$ 가 5이면서 ab 를
곱한 것이 얼마가 돼요?

00:49:26.033 --> 00:49:30.322

$x \cdot x$ 분의 1이니까 1로
주어져 있는 식이에요.

00:49:30.422 --> 00:49:37.807

그렇다면 a^2+b^2 을 구하려고 할 때
 $a+b$ 의 제곱에서 $2ab$ 를 빼는 거잖아요.

00:49:37.907 --> 00:49:43.762

그렇기 때문에 $25-2$ 가 되어서
 23 이다, 라고 찾을 수가 있습니다.

00:49:43.862 --> 00:49:45.850

이제 ab 로 바뀌서 생각하지 말고

00:49:45.950 --> 00:49:51.261

이런 식 보면 바로 $x+x$ 분의
1의 제곱을 생각해보자.

00:49:51.361 --> 00:49:57.948

그러면 x^2+x^2 분의 1 그다음에
더하기 둘을 곱한 것이 2가 되어서

00:49:58.048 --> 00:50:00.139

애를 이항시켜주면 되는 거죠.

00:50:00.239 --> 00:50:01.882

이게 다항식은 아니에요.

00:50:01.982 --> 00:50:04.939

그래서 다항식 부분에 나온 게
반칙이긴 하지만 많이 나옵니다.

00:50:05.092 --> 00:50:08.628

모의고사에도 실제로 많이 나오고
그래서 알아두시면 좋고요.

00:50:08.728 --> 00:50:11.108

x^3+x^3 분의 1.

00:50:11.208 --> 00:50:12.078

이런 것도 찾을 수 있겠죠?

00:50:12.178 --> 00:50:13.422

애는 어떻게 될까요?

00:50:13.522 --> 00:50:18.166

$x+x$ 분의 1의 세 제공에서
 $-3*x$ 둘을 곱한 것이었어요.

00:50:18.266 --> 00:50:23.061

그것이 1로 없어지게 되고
 $x+x$ 분의 1을 다시 곱한 것.

00:50:23.161 --> 00:50:27.682

이거를 빼주는 방법이니까 5의
세 제공에서 $3*5$ 를 빼준다.

00:50:27.782 --> 00:50:29.549

이걸 계산해서도 얻을 수 있겠죠.

00:50:29.649 --> 00:50:32.742

곱셈 공식 변형하는 거 다
적용 가능한 거예요.

00:50:32.842 --> 00:50:35.624

합이 주어져 있고
곱은 1로 숨어있는데

00:50:35.724 --> 00:50:41.513

역수니까 $x*x$ 분의 1 보는 순간 바로
곱해서 1이라고 생각하시면 좋고요.

00:50:41.613 --> 00:50:45.135

그다음에 이거 이제 어떻게 되죠?

00:50:45.235 --> 00:50:47.199

지금까지 유도하는
과정을 보여드렸었는데

00:50:47.299 --> 00:50:48.615

바로 한번 가볼까요?

00:50:48.715 --> 00:50:49.842

어디서부터 나오죠?

00:50:49.942 --> 00:50:51.937

$a+b+c$ 를 제공한 것.

00:50:52.037 --> 00:50:54.186

그러면 a^2 , b^2 ,
 c^2 나올 거고요.

00:50:54.286 --> 00:50:57.624
추가로 나오는 게 플러스
 $2(ab+bc+ca)$ 니까

00:50:57.724 --> 00:51:02.482
여기서 빼기 $2(ab+bc+ca)$ 를
했다고 생각해두면

00:51:02.582 --> 00:51:04.918
이것이 유도가 되는 거죠.

00:51:05.018 --> 00:51:07.427
그래서 a , b ,
 c 를 제공한 것 빼기

00:51:07.527 --> 00:51:12.337
2배의 애네를 더한 것은
-8이라고 주어져 있으니까

00:51:12.437 --> 00:51:17.255
25+16만 계산해주면
43으로 잘 나오게 되네요.

00:51:17.355 --> 00:51:21.340
그래서 이렇게 값을 세 수의 합.

00:51:21.440 --> 00:51:26.504
두 개끼리 곱한 것의 합, 제공의 합,
셋 중에 몇 개 주어진다면 된다고요?

00:51:26.604 --> 00:51:32.113
두 개 있으면 적절히 변형해서 나머지를
얻을 수 있다는 사실만 아시고

00:51:32.213 --> 00:51:34.869
그때그때 변형을 해보시면 돼요.

00:51:34.969 --> 00:51:37.057
그러면 제가 한 번에 쓰기는 했는데

00:51:37.157 --> 00:51:40.818
당장 앞에서 많이 봤었기
때문에 어려우시면

00:51:40.918 --> 00:51:43.872
 $a+b+c$ 제공한 것을
쭉 전개해서 써보세요.

00:51:43.972 --> 00:51:45.548
그다음에 이것만 얻어내려면

00:51:45.648 --> 00:51:49.413
뭐가 이항되면 되지, 라고
찾으면 된다는 거예요.

00:51:49.513 --> 00:51:50.814
애는 좀 어렵습니다.

00:51:50.914 --> 00:51:53.910

그런데 이게 그냥 문제가
나왔다면 어려울 텐데

00:51:54.010 --> 00:51:55.877

제가 앞에서 개념 설명을 해드렸죠?

00:51:55.977 --> 00:51:57.615

그래서 이미 우리는 봤어요.

00:51:57.715 --> 00:52:03.979

애가 $a-b$, $b-c$.
이렇게 주어져 있는데

00:52:04.079 --> 00:52:05.995

어떻게 변형이 될 수 있었죠?

00:52:06.095 --> 00:52:10.104

뭔가 $a-b$, $b-c$ 의
비슷한 모양 만들어보세요.

00:52:10.204 --> 00:52:14.503

애는 앞에서 우리가
2분의 1로 묶어내고

00:52:14.603 --> 00:52:19.503

두 배를 곱해서 안의 계수를
전부 다 2로 만들어준 다음에

00:52:19.603 --> 00:52:24.179

a^2 , b^2 , c^2 을 분해해서
헤쳐모여 해서 해보면

00:52:24.279 --> 00:52:32.414

$a-b$ 의 제곱+ $b-c$ 의 제곱+ $c-a$ 의
제곱으로 변형이 된다고 앞에서 봤죠.

00:52:32.514 --> 00:52:39.041

그러면 이걸 2분의 1에 $a-b$ 의
제곱은 $2+\sqrt{2}$ 의 제곱이고

00:52:39.141 --> 00:52:44.452

$b-c$ 의 제곱은 $2-\sqrt{2}$ 의
제곱인데 $c-a$ 에서 막혔네요.

00:52:44.552 --> 00:52:45.437

이게 안 나왔어요.

00:52:45.537 --> 00:52:47.841

그러면 우리는 답을 못 구할까요?

00:52:47.941 --> 00:52:50.713

$a-b$ 가 $2+\sqrt{2}$.

00:52:50.813 --> 00:52:53.518

$b-c$ 가 $2-\sqrt{2}$.

00:52:53.618 --> 00:52:54.757

찾아보세요.

00:52:54.857 --> 00:52:55.819

찾으셔야 합니다.

00:52:55.919 --> 00:52:59.257
c-a 어떻게 나올 수 있을까요?

00:52:59.357 --> 00:53:00.547
여기 b 뺏죠?

00:53:00.647 --> 00:53:02.881
여기는 그냥 b가 플러스죠?

00:53:02.981 --> 00:53:04.778
두 개를 더해볼까요?

00:53:04.878 --> 00:53:06.413
더하면 뭐 나와요?

00:53:06.513 --> 00:53:08.805
a-c가 4입니다.

00:53:08.905 --> 00:53:10.918
c-a는 -4고요.

00:53:11.018 --> 00:53:14.967
어쨌든 c-a를 제공하면
a-c 제공한 거랑 똑같죠?

00:53:15.067 --> 00:53:16.832
4의 제공이 되는 거예요.

00:53:16.932 --> 00:53:23.033
그래서 계산해주면 2분의
1에 제공해서 더한 것.

00:53:23.133 --> 00:53:25.798
가운데 플러스, 마이너스가 되어서

00:53:25.898 --> 00:53:28.476
둘 곱하고 두 배 해준 건
없어지게 되는 거니까

00:53:28.576 --> 00:53:37.623
4+2 그다음에 $+4\sqrt{2}$ 와 여기 4+2에
 $-4\sqrt{2}$ 서로 없어지죠? +16.

00:53:37.723 --> 00:53:41.288
그러면 2분의 1에 28로
나오게 되기 때문에

00:53:41.388 --> 00:53:43.462
답 14다, 라고 찾을 수 있어요.

00:53:43.562 --> 00:53:47.009
c-a 안 나와 있었지만,
다시 한번 식을 변형해서

00:53:47.109 --> 00:53:49.362
이런 식으로 끌어 내줄
수도 있다는 거예요.

00:53:49.462 --> 00:53:51.608

문제에서 다 줬다고 생각하지 말고

00:53:51.708 --> 00:53:54.851

문제랑 나랑 게임을 하고
있다고 생각을 해보세요.

00:53:54.951 --> 00:53:56.801

뭔가 추리를 하는 거예요.

00:53:56.901 --> 00:53:58.775

단서가 어디엔가 숨어있어요.

00:53:58.875 --> 00:54:04.331

분명히 저 모양을 줬다는 것은, 그리고
 $a-b$, $b-c$ 까지 줬다는 것은

00:54:04.431 --> 00:54:07.391

여기 이 공식을 사용하라고
하는 것일 텐데

00:54:07.491 --> 00:54:10.127

$a-b$ 와 $b-c$ 만 나와 있어.

00:54:10.227 --> 00:54:12.598

그러면 나는 숨어있는
 $c-a$ 를 찾아야 돼.

00:54:12.698 --> 00:54:16.778

그러면 숨어있는 $c-a$ 를 찾으려고
할 때 사용할 수 있는 것은

00:54:16.878 --> 00:54:18.353

주어진 정보잖아요?

00:54:18.453 --> 00:54:22.132

주어진 정보를 저렇게 써
있어서 잘 안 보인다면

00:54:22.232 --> 00:54:25.539

내가 적극적으로 새로
연필로 쓰세요.

00:54:25.639 --> 00:54:28.464

그냥 눈으로 보면서 보이기를
기다리는데 것이 아니라

00:54:28.564 --> 00:54:32.023

과학 수사대
드라마 같은 거 보면

00:54:32.123 --> 00:54:35.311

증거를 처음부터 다시 한번
찾아보자, 라고 하면서

00:54:35.411 --> 00:54:39.465

그 사건의 현장에 다시 돌아가서
처음부터 재조사하는 것.

00:54:39.565 --> 00:54:40.482

이런 거 많이 나옵니다.

00:54:40.582 --> 00:54:42.470

우리가 분명히 놓친 게
있을 거야, 이러면서.

00:54:42.570 --> 00:54:46.513

그런 식으로 여러분도 문제를 풀
때 이거 써보고 이거 쓴 다음에

00:54:46.613 --> 00:54:48.730

내가 무엇을 놓쳤을까.

00:54:48.830 --> 00:54:52.771

b가 빠고 더해줬으니까 두
식을 더해보자 또는 빼보자.

00:54:52.871 --> 00:54:55.715

이런 식으로 해서 끌어낼
수가 있는 것이죠.

00:54:55.815 --> 00:54:57.904

그래서 이렇게 값을 찾았습니다.

00:54:58.004 --> 00:55:00.739

이제 2-4번에서는
그냥 나눗셈하는 것에서

00:55:00.839 --> 00:55:03.831

a, b, c, d, e
찾아보라는 거예요.

00:55:03.931 --> 00:55:06.569

x^2 을 해서 여기가 없어졌어요.

00:55:06.669 --> 00:55:09.771

없어지도록 하려면 b의
값이 2였을 수밖에 없고

00:55:09.871 --> 00:55:13.091

x^2 과 이거를 곱한 게
여기 2로 나오죠?

00:55:13.191 --> 00:55:14.818

그러면 a는 얼마예요?

00:55:14.918 --> 00:55:19.554

2가 되어서 $2x^2$ 곱해서
 $2x^3$ 이 나온 상황이고요.

00:55:19.654 --> 00:55:23.301

x^2 없어지고 $6x$ 됐죠?

00:55:23.401 --> 00:55:27.877

그러면 여기를 없애주려면
얼마를 곱해줬어야 되죠?

00:55:27.977 --> 00:55:33.120

2랑 만나서 $6x$ 되려면
 $6x$ 가 돼야 없어지는 거니까

00:55:33.220 --> 00:55:34.672

3을 곱했으면 되죠?

00:55:34.772 --> 00:55:40.183
그러면 $6x+3$ 이 되고 $10-3$ 은
7 딱 맞아떨어지네요.

00:55:40.283 --> 00:55:46.328
a, b, c, d, e
전부 더해주면 됩니다.

00:55:46.428 --> 00:55:51.428
그래서 $7+9$ 해서 답은
16으로 나오게 되고요.

00:55:51.528 --> 00:55:53.819
이거는 그냥 나눗셈하면
되는 거니까.

00:55:53.919 --> 00:55:56.749
이런 건 직접 나누지
말자는 거예요.

00:55:56.849 --> 00:56:02.576
다항식 $f(x)$ 를
 x^2+x+1 로 나눴어요.

00:56:02.676 --> 00:56:07.721
몫이 $x+3$ 이고
나머지가 $2x-1$ 이다.

00:56:07.821 --> 00:56:13.403
보자마자 이렇게 문장을 식으로
바꿔서 쓰는 연습이 돼 있어야

00:56:13.503 --> 00:56:16.332
뒤의 문제들을 풀 수 있습니다.

00:56:16.432 --> 00:56:19.449
 $f(x)$ 식을 이 나누는 식.

00:56:19.549 --> 00:56:21.012
그 제수에 해당하는 거죠?

00:56:21.112 --> 00:56:24.910
피제수가 제수 곱하기
~더하기 나머지가 된다.

00:56:25.010 --> 00:56:28.014
정수 썼던 것처럼 똑같이
써주는 거예요.

00:56:28.114 --> 00:56:30.442
그 대신 나머지의 차수가

00:56:30.542 --> 00:56:33.811
나누는 식의 차수보다 작거나
같았어야 하는 거죠.

00:56:33.911 --> 00:56:37.208
이렇게 써놓고 $f(1)$ 를
구하라고 했어요.

00:56:37.308 --> 00:56:39.693
x 자리에 1을 넣으라는 거죠.

00:56:39.793 --> 00:56:44.112
x가 있던 자리에 1을 넣는
거니까 똑같은 식이기 때문에

00:56:44.212 --> 00:56:47.023
여기도 x 자리에
1을 넣는 거예요.

00:56:47.123 --> 00:56:49.100
그러면 $1+1+1$.

00:56:49.200 --> 00:56:51.145
여기는 곱하기가 생략된 거죠?

00:56:51.245 --> 00:57:00.214
곱하기 $(1+3)+2*1-1$ 해주면
 $3*4=12$ 더하기 $2-1$ 해서 1해주면

00:57:00.314 --> 00:57:04.502
값이 13이다, 라고 아주
쉽게 나오게 되고요.

00:57:04.602 --> 00:57:08.224
이번에는 애가 이거로
나누어떨어진대요.

00:57:08.324 --> 00:57:14.425
뭔가 앞에서 봤던 2-5번
같은 식으로 적어본다면

00:57:14.525 --> 00:57:19.712
애가 이렇게 나눠서 몫이
뭔가가 나오게 될 거고

00:57:19.812 --> 00:57:22.516
몫이 나오려면 처음은 x여야겠죠?

00:57:22.616 --> 00:57:26.234
그리고 뭔가 나머지가 없이
이렇게 표현이 된다는 건데

00:57:26.334 --> 00:57:30.521
아직 우리가 이런 식을 다루는
구체적인 방법은 보지 않았기 때문에

00:57:30.621 --> 00:57:32.758
이거는 직접 나눠보도록 할게요.

00:57:32.858 --> 00:57:38.527
 x^3+ax^2+1 차항이
없고 상수항 b.

00:57:38.627 --> 00:57:41.364
잘 체크하세요, 모든
차수가 들어가 있는지.

00:57:41.464 --> 00:57:42.632
이걸로 나눕니다.

00:57:42.732 --> 00:57:46.047
그러면 처음에 들어가는 게 x 죠?

00:57:46.147 --> 00:57:48.175
이렇게 되고요.

00:57:48.275 --> 00:57:53.583
두 식을 빼주면 $a-1$ 의
 x^2+x 가 되죠?

00:57:53.683 --> 00:57:54.453
+ b .

00:57:54.553 --> 00:57:56.788
그러면 뭐가 더 들어갈 수 있어요?

00:57:56.888 --> 00:57:59.234
여기에 $a-1$ 이 들어갑니다.

00:57:59.334 --> 00:58:05.020
그러면 $a-1$ 에 x^2+a-1 의 x .

00:58:05.120 --> 00:58:10.612
-1과 $a-1$ 을 곱하게
되니까 $-a+1$ 이 되죠?

00:58:10.712 --> 00:58:13.282
그다음에 빼게 되면 없어지고요.

00:58:13.382 --> 00:58:20.301
여기서 1과 $a-1$ 을 빼니까
 $1-a+1$ 의 x 가 되죠?

00:58:20.401 --> 00:58:22.859
그다음에 $b+a-1$.

00:58:22.959 --> 00:58:25.400
두 개를 빼서 이렇게
나오게 되네요.

00:58:25.500 --> 00:58:27.681
그런데 나누어떨어진다고 했어요.

00:58:27.781 --> 00:58:29.041
나는 최선을 다했어요.

00:58:29.141 --> 00:58:32.631
2차식으로 해서 여기 1차처럼
보이는 것까지 썼습니다.

00:58:32.731 --> 00:58:35.519
그런데 이게 사실은
없어야 된다는 거예요.

00:58:35.619 --> 00:58:40.051
쪽 없어지는 식이 되려면 여기도
0이고 여기도 0이 되어서

00:58:40.151 --> 00:58:42.125
완전히 그냥 0이 되는 상태.

00:58:42.225 --> 00:58:44.474

여기가 0인 상태가
되어야 하는 거죠.

00:58:44.574 --> 00:58:48.297

그러면 x 앞의 계수가
0이니까 $2-a$ 가 0이고요.

00:58:48.397 --> 00:58:49.752

a 는 2가 되고요.

00:58:49.852 --> 00:58:56.983

$b+a-1$ 이 0인데 a 가 2니까
 $b+1$ 이 0이 되어서 b 는 -1이죠?

00:58:57.083 --> 00:59:00.937

a^2+b^2 구해보면 $4+1$ 돼서 5.

00:59:01.037 --> 00:59:02.426

의외로 아주 쉽게 풀리죠?

00:59:02.526 --> 00:59:04.870

나눗셈해보게 되면 나누어떨어지니까

00:59:04.970 --> 00:59:07.717

나머지가 0이 된다는
사실을 쓰는 거예요.

00:59:07.817 --> 00:59:11.299

이렇게 나눗셈에 대한
패러다임의 전환.

00:59:11.399 --> 00:59:12.240

뭐라고요?

00:59:12.340 --> 00:59:16.123

$f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눴을 때 몫이
 $q(x)$, 나머지가 $r(x)$.

00:59:16.223 --> 00:59:18.533

이렇게 쓰는 것이 아니라,

00:59:18.633 --> 00:59:20.137

이렇게 쓰는 거 우리가
몇 개 하긴 했지만

00:59:20.237 --> 00:59:24.012

$f(x)$ 는 $g(x)$ 곱하기 $q(x)$
더하기 $r(x)$ 가 된다.

00:59:24.112 --> 00:59:28.543

그리고 $r(x)$ 의 차수가
 $g(x)$ 의 차수보다 낮아야 되고

00:59:28.643 --> 00:59:31.799

0보다 크거나 같다는
거 잘 기억하시고요.

00:59:31.899 --> 00:59:35.890

다음 강에서 이것을 활용해서

재미있는 문제들 풀어가면서

00:59:35.990 --> 00:59:37.793

다음 강에서 문제 풀었을 때

00:59:37.893 --> 00:59:42.089

아, 나 정말 나눗셈 효율적으로 잘할 수 있어, 라는 생각이 드실 거예요.

00:59:42.189 --> 00:59:46.450

그걸 같이 살펴보게 되고 이번 강 복습 잘하시고요.

00:59:46.550 --> 00:59:49.019

다음 강에서 또 만나도록 하겠습니다.